

page
1
11
***E
γ

Correction de l'Examen National 2026

EA-01

SIJILMASSA

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة



Prof : EL ALAOU

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية و مسلك علوم الحياة و ومسلك العلوم الزراعية الأرض	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Geometrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3.5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	2.5points
Problème	Etude d'une fonction numérique	11 points

- On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z
- $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien

γ	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة
			2 11

Correction de l'exercice : 1

On dispose des points : $A(-1, 0, 1)$, $B(-3, 2, 2)$, $C(-1, 1, 2)$, $D(2, 7, -4)$ et du vecteur $\vec{u}(2, 1, 2)$.

1.a. Calcul de $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$

On commence par calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$:

On a : $\vec{AB}(-3 + 1, 2 - 0, 2 - 1)$ donc $\vec{AB}(-2, 2, 1)$

On a : $\vec{AC}(-1 + 1, 1 - 0, 2 - 1)$ donc $\vec{AC}(0, 1, 1)$

Alors :

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \vec{k} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k} \quad \checkmark$$

1.b. Équation cartésienne du plan (ABC)

Le vecteur $\vec{n} = \vec{AB} \wedge \vec{AC} = (1, 2, -2)$ est un vecteur normal au plan (ABC) .

L'équation du plan de normale $\vec{n}$ passant par $A(-1, 0, 1)$ s'écrit :

$$a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$$

$$1 \cdot (x + 1) + 2 \cdot (y - 0) + (-2) \cdot (z - 1) = 0$$

$$x + 1 + 2y - 2z + 2 = 0$$

$$x + 2y - 2z + 3 = 0 \quad \checkmark$$

1.c.

On calcule $\vec{u} \cdot (\vec{AB} \wedge \vec{AC}) = \vec{u} \cdot \vec{n}$ avec $\vec{u} = (2, 1, 2)$:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times (-2) = 2 + 2 - 4 = 0.$$

Puisque $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$, le vecteur directeur $\vec{u}$ de (Δ) est perpendiculaire à la normale du plan, donc (Δ) est parallèle au plan (ABC) (ou y est incluse). Vérifions que $D \notin (ABC)$: $2 + 7 - 8 + 3 = 4 \neq 0$, donc $(\Delta) \parallel (ABC) \checkmark$.

2.a. Rayon de la sphère (S)

On a $\vec{ND}(2, 4, -4)$ Donc

$$\vec{ND} \cdot \vec{u} = 2 \times 2 + 4 \times 1 + (-4) \times 2 = 4 + 4 - 8 = 0 \quad \checkmark$$

Comme $\vec{ND} \perp \vec{u}$ alors le rayon est donc :

$$r = \|\vec{ND}\| = \sqrt{4 + 16 + 16} = \sqrt{36} = 6 \quad \checkmark$$

γ	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة
			3 11

2.b. Intersection de (ABC) et (S) — cercle (Γ) de rayon $3\sqrt{3}$

La distance de $\Omega(0, 3, 0)$ au plan $(ABC) : x + 2y - 2z + 3 = 0$ est :

$$d = \frac{|1 \cdot 0 + 2 \cdot 3 + (-2) \cdot 0 + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{|0 + 6 + 0 + 3|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{9}{3} = 3$$

Ainsi

$$r^2 = R^2 - d^2 = 36 - 9 = 27 = (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow r = 3\sqrt{3} \quad \checkmark$$

2.c. C est le centre du cercle (Γ)

On calcule les coordonnées de $\overrightarrow{C\Omega}(1, 2, -2)$. Or $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (1, 2, -2)$, donc $\overrightarrow{C\Omega} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \quad \checkmark$
Cela montre que $\overrightarrow{C\Omega}$ est colinéaire à la normale $\vec{n}$ du plan (ABC) , donc $(C\Omega)$ est perpendiculaire au plan. Comme $C \in (ABC)$, le point C est le centre du cercle $(\Gamma) \quad \checkmark$.

Correction de l'exercice : 2

On pose $a = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$, $b = e^{i\pi/12}$, $c = 1$.

1.a. Forme trigonométrique de a

$$\text{Module : } |a| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\text{Argument : } \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}.$$

$$\text{Donc } a = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} = e^{i\pi/6}.$$

1.b. Vérification de $b^2 = a$ et $b\bar{b} = 1$

$$b = e^{i\pi/12} \Rightarrow b^2 = e^{i \cdot 2\pi/12} = e^{i\pi/6} = a \quad \checkmark$$

$$|b| = 1 \Rightarrow b\bar{b} = |b|^2 = 1 \quad \checkmark.$$

1.c. Démonstration de $a - 1 = (2 - \sqrt{3})i(a + 1)$

Calculons $a - 1$ et $a + 1$:

$$a - 1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) + \frac{1}{2}i = \frac{\sqrt{3} - 2}{2} + \frac{i}{2}$$

$$a + 1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) + \frac{1}{2}i = \frac{\sqrt{3} + 2}{2} + \frac{i}{2}$$

γ	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة 4
			11

Calculons $(2 - \sqrt{3})i(a + 1)$:

$$\begin{aligned}
 (2 - \sqrt{3})i \left(\frac{\sqrt{3} + 2}{2} + \frac{i}{2} \right) &= (2 - \sqrt{3})i \cdot \frac{\sqrt{3} + 2}{2} + (2 - \sqrt{3})i \cdot \frac{i}{2} \\
 &= \frac{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}{2} i + \frac{2 - \sqrt{3}}{2} i^2 \\
 &= \frac{4 - 3}{2} i - \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \quad \text{car } (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1 \\
 &= \frac{i}{2} - \frac{2 - \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} - 2}{2} + \frac{i}{2} = a - 1 \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

2.a. $d = b(b + \bar{b})$ et alignement de O, B, D

La translation T de vecteur $\overrightarrow{OC}$ a pour affixe le vecteur $c = 1$, donc $d = a + c = a + 1$.
D'autre part, $b + \bar{b} = e^{i\pi/12} + e^{-i\pi/12} = 2 \cos \frac{\pi}{12}$.

$$b(b + \bar{b}) = e^{i\pi/12} \cdot 2 \cos \frac{\pi}{12} = 2 \cos \frac{\pi}{12} e^{i\pi/12}.$$

Par ailleurs, $a + 1 = e^{i\pi/6} + 1 = b^2 + 1 = b^2 + b\bar{b} = b(b + \bar{b}) = d \quad \checkmark$
Comme $d = 2 \cos \frac{\pi}{12} e^{i\pi/12}$ avec $2 \cos \frac{\pi}{12} > 0$, $\arg(d) = \arg(b) = \frac{\pi}{12}$ donc O, B, D sont alignés.

2.b. $\arg(d) \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$

D'après 2.a., $d = 2 \cos \frac{\pi}{12} e^{i\pi/12}$ avec $2 \cos \frac{\pi}{12} > 0$, donc $\arg(d) = \frac{\pi}{12} [2\pi] \quad \checkmark$.

3.a. $(AC) \perp (OD)$

Calculons $\frac{a - c}{d}$:

$$a - c = e^{i\pi/6} - 1 = \frac{\sqrt{3} - 2}{2} + \frac{i}{2}, \quad d = 2 \cos \frac{\pi}{12} e^{i\pi/12}$$

D'après 1.c., $a - 1 = (2 - \sqrt{3})i(a + 1) = (2 - \sqrt{3})i d$ donc

$$\frac{a - c}{d} = \frac{a - 1}{d} = (2 - \sqrt{3})i$$

qui est un imaginaire pur (partie réelle nulle). Par conséquent, les droites (AC) et (OD) sont perpendiculaires $\checkmark$.

$OCDA$ est un parallélogramme car $T(A)=D$. et les diagonales sont perpendiculaires $\overrightarrow{OD} \perp \overrightarrow{CA}$.

Conclusion

Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange.

γ	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة
			5 11

Correction de l'exercice : 3

L'urne contient 5 boules blanches (B), 4 noires (N), 2 vertes (V), soit 11 boules en tout. On tire 3 boules simultanément. Le nombre total de tirages est $C_{11}^3 = \frac{11!}{3!8!} = 165$.

1.a. Calcul de $p(A)$

A : « les 3 boules sont de même couleur ».

Cas favorables :

- 3 blanches : $C_5^3 = 10$,
- 3 noires : $C_4^3 = 4$,
- 3 vertes : $C_2^3 = 0$.

$$p(A) = \frac{10 + 4 + 0}{165} = \frac{14}{165} \quad \checkmark$$

1.b. Calcul de $p(B)$ via $p(\overline{B})$

$\overline{B}$: « aucune boule verte », donc on tire 3 boules parmi les 9 non-vertes :

$$p(\overline{B}) = \frac{C_9^3}{C_{11}^3} = \frac{84}{165} = \frac{28}{55}$$

$$p(B) = 1 - p(\overline{B}) = 1 - \frac{28}{55} = \frac{27}{55} \quad \checkmark$$

2. Calcul de $p(A \cup B)$

Par inclusion-exclusion : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

$p(A \cap B)$: les 3 boules sont de même couleur ET au moins une est verte $\Rightarrow$ 3 boules vertes, mais il n'y a que 2 vertes $\Rightarrow p(A \cap B) = 0$.

$$p(A \cup B) = \frac{14}{165} + \frac{27}{55} = \frac{14}{165} + \frac{81}{165} = \frac{95}{165} = \frac{19}{33}$$

3.a. Loi de probabilité de X

X = nombre de boules vertes parmi les 3 tirées. $X \in \{0, 1, 2\}$.

$$P(X = 0) = \frac{C_2^0 \cdot C_9^3}{C_{11}^3} = \frac{84}{165} = \frac{28}{55}$$

$$P(X = 1) = \frac{C_2^1 \cdot C_9^2}{C_{11}^3} = \frac{2 \cdot 36}{165} = \frac{72}{165} = \frac{24}{55}$$

γ - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية

$$P(X = 2) = \frac{C_2^2 \cdot C_9^1}{C_{11}^3} = \frac{1 \cdot 9}{165} = \frac{9}{165} = \frac{3}{55}$$

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{28}{55}$	$\frac{24}{55}$	$\frac{3}{55}$

3.b. Espérance $E(X)$

$$E(X) = 0 \cdot \frac{28}{55} + 1 \cdot \frac{24}{55} + 2 \cdot \frac{3}{55} = \frac{24}{55} + \frac{6}{55} = \frac{30}{55} = \frac{6}{11}$$

γ	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة
			7 11

Correction du problème

On définit sur $]0, +\infty[$: $g(x) = 1 - \ln x$ et $h(x) = x^2 e^{x-1}$.

Partie I

1.a. Calcul de $g(1)$ et $h(1)$

$g(1) = 1 - \ln 1 = 1$, $h(1) = 1^2 \times e^0 = 1$. Ainsi $g(1) = h(1) = 1$: les deux courbes se coupent en $(1, 1)$.

1.b. Résolution de $g(x) = 0$ sur $]0, +\infty[$

$1 - \ln x = 0 \iff \ln x = 1 \iff x = e$. Unique solution $x = e$.

2.a. Lecture graphique : signe de $h(x) - g(x)$

D'après le graphique, (C_h) est en dessous de (C_g) sur $]0, 1[$ et au dessus sur $]1, +\infty[$:

$$\forall x \in]0, 1[: h(x) < g(x) \Rightarrow h(x) - g(x) < 0$$

$$\forall x \in]1, +\infty[: h(x) > g(x) \Rightarrow h(x) - g(x) > 0$$

2.b. Intégration par parties : $\int_1^e g(x) dx = e - 2$

$$\int_1^e (1 - \ln x) dx = \int_1^e 1 dx - \int_1^e \ln x dx$$

Pour $\int_1^e \ln x dx$, posons $u = \ln x$, $v' = 1 \Rightarrow u' = 1/x$, $v = x$:

$$\int_1^e \ln x dx = [x \ln x]_1^e - \int_1^e x \cdot \frac{1}{x} dx = (e \cdot 1 - 1 \cdot 0) - (e - 1) = e - e + 1 = 1$$

Donc $\int_1^e (1 - \ln x) dx = (e - 1) - 1 = e - 2 \checkmark$.

2.c. H primitive de h ; calcul de $\int_0^1 h(x) dx$

Vérifions que $H(x) = e^{x-1}(x^2 - 2x + 2)$ est une primitive de $h(x) = x^2 e^{x-1}$:

$$H'(x) = e^{x-1}(x^2 - 2x + 2) + e^{x-1}(2x - 2) = e^{x-1}(x^2 - 2x + 2 + 2x - 2) = e^{x-1}x^2 = h(x) \quad \checkmark$$

$$\int_0^1 h(x) dx = [H(x)]_0^1 = H(1) - H(0)$$

$$H(1) = e^0(1 - 2 + 2) = 1, H(0) = e^{-1}(0 - 0 + 2) = \frac{2}{e} \text{ donc } \int_0^1 h(x) dx = 1 - \frac{2}{e}.$$

γ	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة
			8 11

2.d. Aire du domaine hachuré

En observant le graphique de l'énoncé, l'aire demandée se compose de deux parties délimitées par $x = 0$, $x = e$ et l'axe des abscisses :

- La première partie sur $[0; 1]$ est délimitée en haut par (C_h) . Son aire est $A_1 = \int_0^1 h(x) dx$.
- La deuxième partie sur $[1; e]$ est délimitée en haut par (C_g) . Son aire est $A_2 = \int_1^e g(x) dx$.

L'aire totale est la somme :

$$A = A_1 + A_2 = \left(1 - \frac{2}{e}\right) + (e - 2) = e - 1 - \frac{2}{e} \text{ (u.a.)}.$$

Partie II

On considère $f(x) = e^{x-1} - \frac{\ln x}{x}$ sur $]0, +\infty[$.

1.a. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

Par continuité de l'exponentielle, $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{x-1} = e^{-1}$. On a $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$, donc par produit des limites :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty.$$

Ainsi,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = e^{-1} - (-\infty) = +\infty.$$

Interprétation : la droite d'équation $x = 0$ est asymptote verticale à la courbe (C_f) .

1.b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x-1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. Donc,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty - 0 = +\infty.$$

1.c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{e^{x-1}}{x} - \frac{\ln x}{x^2} = e^{-1} \frac{e^x}{x} - \frac{\ln x}{x^2}.$$

On sait que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$. Par conséquent,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty.$$

Interprétation : la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

٧	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة
			9 11

2.a. Dérivée de f

$$f'(x) = e^{x-1} - \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x \cdot 1}{x^2} = e^{x-1} - \frac{1 - \ln x}{x^2} = \frac{x^2 e^{x-1} - (1 - \ln x)}{x^2} = \frac{h(x) - g(x)}{x^2}$$

car $x^2 e^{x-1} = h(x)$ et $1 - \ln x = g(x)$. Donc $f'(x) = \frac{h(x) - g(x)}{x^2} \checkmark$.

γ	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة
			10
			11

2.b. Tableau de variations de f

$x^2 > 0$ pour $x > 0$ et d'après 2.a. de la Partie I :

- sur $]0, 1[: h(x) - g(x) < 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow f$ décroissante,
- en $x = 1 : h(1) = g(1) \Rightarrow f'(1) = 0$,
- sur $]1, +\infty[: h(x) - g(x) > 0 \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow f$ croissante.

f admet un minimum en $x = 1 : f(1) = e^0 - \ln 1 = 1$.

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 1 $\nearrow$	$+\infty$

2.c. Inégalité $e^{x-1} \geq 1 + \frac{\ln x}{x}$

Le minimum de f est $f(1) = 1$, donc pour tout $x \in]0, +\infty[:$

$$f(x) \geq 1 \Rightarrow e^{x-1} - \frac{\ln x}{x} \geq 1 \Rightarrow e^{x-1} \geq 1 + \frac{\ln x}{x} \quad \checkmark$$

3. Existence de $\alpha \in]3/2, 2[$ solution de $f(x) = x$

Posons $F(x) = f(x) - x$, continue sur $]0, +\infty[$.

$$F(3/2) = f(3/2) - \frac{3}{2} \approx 1,38 - 1,5 = -0,12 < 0, \quad F(2) = f(2) - 2 \approx 2,37 - 2 = 0,37 > 0$$

F continue sur $[3/2, 2]$ et $F(3/2)F(2) < 0$; le théorème des valeurs intermédiaires assure l'existence d'au moins un $\alpha \in]3/2, 2[$ tel que $F(\alpha) = 0$, i.e. $f(\alpha) = \alpha$. De plus, f strictement croissante sur $[1, +\infty[$ et $x \rightarrow x$ strictement croissante donnent l'unicité.

4.a. φ admet une fonction réciproque φ^{-1}

φ est la restriction de f à $[1, +\infty[$. φ est continue, strictement croissante, $\varphi(1) = 1$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$. Donc φ admet une réciproque $\varphi^{-1} : J \rightarrow [1, +\infty[$.

4.b. φ^{-1} est strictement croissante sur J

La réciproque d'une fonction strictement croissante est strictement croissante.

5.a. $\varphi(x) \leq x$ pour $x \in [1, \alpha]$

Graphiquement, sur $[1, \alpha]$, (C_φ) est en dessous de la droite $y = x$, donc $\varphi(x) \leq x$.

5.b. $\varphi^{-1}(x) \geq x$ pour $x \in [1, \alpha]$

Soit $x \in [1, \alpha]$. On a $\varphi(x) \leq x$. Appliquons φ^{-1} (croissante) :

$$\varphi^{-1}(\varphi(x)) \leq \varphi^{-1}(x) \Rightarrow x \leq \varphi^{-1}(x).$$

γ	National 2026 - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	EA-01	الصفحة
			11 11

5.c. Tracé de $(C_{\varphi^{-1}})$

La courbe $(C_{\varphi^{-1}})$ est le symétrique de (C_{φ}) par rapport à la droite $d : y = x$.

Partie III

Suite (u_n) définie par $u_0 \in]1, \alpha[$ et $u_{n+1} = \varphi^{-1}(u_n)$.

1. Récurrence : $1 < u_n < \alpha$

Initialisation : $u_0 \in]1, \alpha[$ par hypothèse.

Hérédité : supposons $1 < u_n < \alpha$. Alors

- $u_n > 1$ et φ^{-1} croissante, $\varphi^{-1}(1) = 1 \Rightarrow u_{n+1} = \varphi^{-1}(u_n) > \varphi^{-1}(1) = 1$,
- $u_n < \alpha$ et $\varphi^{-1}(\alpha) = \alpha$ (car $f(\alpha) = \alpha$) $\Rightarrow u_{n+1} < \alpha$.

Donc $\forall n \in \mathbb{N}, 1 < u_n < \alpha$.

2. (u_n) est croissante

Pour $x \in [1, \alpha]$, d'après 5.b., $\varphi^{-1}(x) \geq x$. Comme $u_n \in]1, \alpha[$, on a $u_{n+1} = \varphi^{-1}(u_n) \geq u_n$.

3. Convergence et limite de (u_n)

On pose $I = [1, \alpha]$.

- $\varphi^{-1}(I) \subset I$.
- La fonction φ^{-1} est continue sur I (comme réciproque d'une fonction continue et strictement monotone).

La suite (u_n) est croissante et majorée par α , donc elle converge vers une limite $\ell \in I$. la limite de (u_n) est une solution de l'équation $f(x) = x$ qui admet deux solutions α et 1 (l'autre solution possible $x = 1$ est exclue car $\ell \geq u_0 > 1$). Par conséquent $\ell = \alpha$ et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \alpha.$$

— Fin de la correction —