المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

امتحان الكفاءة المهنية لولوج الدرجة الأولى
من إطار أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي
دورة دجنبر 2022
O الموضوع

المادة	اختبار في ديداكتيك مادة التخصص : الرياضيات	مدة الإنجاز :	ثلاث ساعات
		المعامل	1

تعليمات عامة

يتكون اختبار ديداكتيك مادة الرياضيات من ثلاثة مواضيع مستقلة فيما بينها في 4 صفحات الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية:

1. يرجى من المترشح (ة) الإجابة عن أسئلة الاختبار بما تستحقه من دقة وعناية.
2. لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها.
3. لا يسمح باستعمال أي وثيقة خارج نص الاختبار.
4. يراعى عند التصحيح حسن تقديم ورقة التحرير والكتابة بخط واضح ومقروء.
5. يمكن للمترشح (ة) إنجاز أسئلة الاختبار حسب الترتيب الذي يناسبه شريطة الإشارة إلى رقم السؤال وموقعه في الموضوع.

مكونات الاختبار

الموضوع الأول	(10 نقط)
الموضوع الثاني	(03 نقط)
الموضوع الثالث	(07 نقط)

الموضوع الأول: (10 نقط)

تشير التوجيهات التربوية لمادة الرياضيات بسلك الثانوي التأهيلي لسنة ختامية بشأن فترة تقديم الدالة الأسية إلى ما يلي:

> تقديم الدالة الأسية النبيرية إما كالدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري وإما كالحل الوحيد للمعادلة التفاضلية $y'=y$ و $y(0)=1$ أو كالحل الوحيد للمعادلة الدالية $f(x+y)=f(x)\times f(y)$.
>
> التوجيهات التربوية وبرامج مادة الرياضيات الخاصة بتدريس مادة الرياضيات بسلك التعليم الثانوي التأهيلي الصفحة 105.

وفقا لما جاء في التوجيهات التربوية يتم تقديم الدالة الأسية النبيرية حسب أحد الاختيارات التالية :

C_1: " الدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري"

C_2: " الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية $y'=y$ و $y(0)=1$ "

C_3: " الحل الوحيد للمعادلة الدالية $f(x+y)=f(x)\times f(y)$"

لهذه الغاية قدم أستاذ مادة الرياضيات لتلامذته النشاط التالي:

> نقبل أنه توجد دالة عددية f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، تحقق العلاقة (α) التالية:
>
> (α) : $f(0)=1$ و $f'(x)=f(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$
>
> 1) بين أن: $\forall x\in\mathbb{R},\ f(x)\times f(-x)=1$
>
> 2) استنتج أن: $\forall x\in\mathbb{R},\ f(x)\neq 0$
>
> 3) نفترض أنه توجد دالة عددية ثانية g تحقق العلاقة (α)
>
> نعتبر الدالة العددية H المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $H(x)=\dfrac{g(x)}{f(x)}$
>
> أ- بين أن H قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ واحسب $H'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$
>
> ب - ماذا تستنتج بالنسبة للدالتين f و g؟
>
> الدالة f تسمى بالدالة الأسية النبيرية ونرمز لها بالرمز exp

الأسئلة الموجهة للمترشح (ة):

1) ما هي الشعبة التي يستهدفها هذا النشاط؟

2) ما هو موقع الدرس المستهدف من هذا النشاط في المقرر الدراسي؟

3) أنجز حلا لهذا النشاط لتقديمه في حصة دراسية.

4) حدد ثلاثة مكتسبات قبلية ضرورية لإنجاز هذا النشاط

5) انقل الجدول التالي إلى ورقة التحرير وأملأ بدقة الخانتين المتعلقتين بالصعوبات المتوقعة (الاقتصار على تحديد صعوبتين فقط) التي يطرحها إنجاز السؤالين 1) و 2) في النشاط:

السؤال	الصعوبات
بين أن : $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x)\times f(-x)=1$	....
استنتج أن: $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x)\neq 0$	....

6) لماذا اكتفى الأستاذ في النشاط المقدم بإثبات وحدانية الدالة f و قبول وجودها؟

7) بعد ملسسة الدالة الأسية النبيرية، قام الأستاذ بإعطاء الخاصية الأساسية التالية:

$$\forall (x,y)\in \mathbb{R}^2,\ f(x+y)=f(x)\times f(y)$$

تساءل أحد التلاميذ: هل يمكن استنتاج هذه الخاصية من العلاقة (α)؟

فكان جواب الأستاذ: " هذا الاستنتاج ممكن وسنشتغل عليه في حصة التمارين"

أ- اقترح نشاطا يجيب على تساؤل التلميذ.

ب – هل الاختياران C_2 و C_3 الواردان في التوجيهات التربوية متكافئان؟ علل جوابك.

8) برهن، في إطار الاختيار C_2 الذي تبناه الأستاذ، أن:

أ- $\forall x \in \mathbb{R},\ \forall r \in \mathbb{Q},\ \exp(rx)=(\exp(x))^r$

ب - $\lim\limits_{x\to+\infty}\exp(x)=+\infty$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\exp(x)=0$

الموضوع الثاني: (03 نقط)

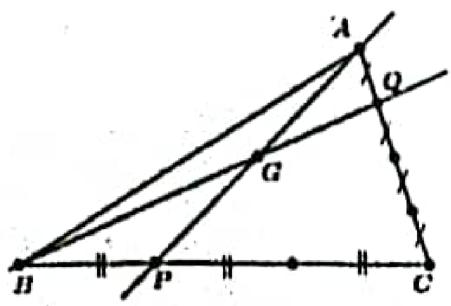
يظهر مفهوم المتجهة في عدة محطات من برنامج الرياضيات بسلك التعليم الثانوي التأهيلي.

1) اعط كرنولوجيا (chronologie) تطور مفهوم المتجهة بين مستوى الجذع المشترك العلمي والتكنولوجي ومستويي الأولى والثانية بكالوريا علوم تجريبية محددا الإضافة المميزة في كل مستوى.

2) حدد ثلاثة مشاكل ديداكتيكية مرتبطة بتدريس المتجهة في سلك الثانوي التأهيلي.

3) نعتبر الشكل الهندسي أسفله:

بتوظيف الأداة المتجهية، حدد موقع النقطة G على القطعة $[BQ]$ والقطعة $[AP]$.



الموضوع الثالث: (07 نقط)

اقترحت أستاذة لمادة الرياضيات التمرين التالي على تلامذتها في قسم من مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية:

احسب نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة بما يلي: $u_n=\left(1-\frac{1}{2n}\right)^n$

أجاب ثلاثة تلاميذ A و B و C عن هذا التمرين كما يلي:

جواب التلميذ A :

نضع $q=1-\frac{1}{2n}$ اي أن $u_n=(q)^n$

بما أن: $0<q<1$ فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}q^n=0$

جواب التلميذ B :

نضع $v_n=1-\frac{1}{2n}$ ومنه $u_n=(v_n)^n$

بما أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=1$ فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n)^n=1$

جواب التلميذ C :

لدينا: $\ln u_n=n\ln\left(1-\frac{1}{2n}\right)$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty}\ln u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}2\times\frac{\ln\left(1-\frac{1}{2n}\right)}{\frac{1}{2n}}=2$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=e^2$

1) أ- هل جواب كل تلميذ صحيح أم خطأ؟ علل جوابك

ب- ماهي أسباب الأخطاء المرصودة (إن وجدت) لدى كل تلميذ؟

ج - ماهي مصادر هذه الأخطاء؟

2) اقترح حلا لهذا التمرين لتقديمه في حصة دراسية.

3) اقترح وضعيتين من أجل إبراز الجانب الوظيفي للمتتاليات:

أ- الوضعية الأولى مرتبطة بالحياة اليومية.

ب- الوضعية الثانية مرتبطة بحل المسائل.

مقترح :

حلول اختبار في ديداكتيك مادة الرياضيات لامتحان الكفاءة المهنية لولوج الدرجة الاولى ثانوي تأهيلي.

الموضوع الاول :

① النشاط يستهدف شعبة الثانية باكالوريا علوم رياضية

② حسب المذكرة 142-08، يقع الدرس المستهدف من النشاط أي درس الدوال الاسية بين درسي : الدوال اللوغاريتمية ودرس المعادلات التفاضلية

③ حل النشاط :

①

+ الدالة $x \mapsto f(x) \times f(-x)$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

لان الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

* ليكن x من $\mathbb{R}$

لدينا : $(f(x) \times f(-x))' = f'(x) \times f(-x) + f(x) \times (-x)' f'(-x)$

$= f'(x) \times f(-x) - f(x) \times f'(-x)$

ولدينا : $\forall x \in \mathbb{R} ; f'(x) = f(x)$

إذن $\forall x \in \mathbb{R} ; f'(-x) = f(-x)$

ومنه $(f(x) \times f(-x))' = f(x) \times f(-x) - f(x) \times f(-x) = 0$

وهذا يعني أن الدالة $x \longmapsto f(x) \times f(-x)$ ثابتة

ولدينا من جهة أخرى : $f(0) = 1$

يعني أن $f(0) \times f(-0) = f(0) \times f(0) = 1 \times 1 = 1$

وبالتالي : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \times f(-x) = 1$

ذ ابراهيم الشيكري

② نفترض أن : $\exists \alpha \in \mathbb{R} ; f(\alpha) = 0$

إذن $f(\alpha) \times f(-\alpha) = 0 \times f(-\alpha) = 0$

ولدينا : $\forall x \in \mathbb{R} ; \; f(x) \times f(-x) = 1$

وهذا يعني أن $f(\alpha) \times f(-\alpha) = 1$

أي أن : $0 = 1$ لا يمكن

وبالتالي : $\forall x \in \mathbb{R} ; \; f(x) \neq 0$

③ أ) * لدينا :

- g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ لأنها تحقق العلاقة (α)

- f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

- $\forall x \in \mathbb{R} ; \; f(x) \neq 0$

وبالتالي :

الدالة H قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

* ليكن x من $\mathbb{R}$:

$$H'(x) = \left(\frac{g(x)}{f(x)} \right)' = \frac{g'(x) \times f(x) - g(x) \times f'(x)}{(f(x))^2}$$

ولدينا $\forall x \in \mathbb{R} ; \; f'(x) = f(x)$ و $\forall x \in \mathbb{R} ; \; g'(x) = g(x)$

ومنه : لكل x من $\mathbb{R}$ ؛

$$H'(x) = \frac{g(x) \times f(x) - g(x) \times f(x)}{(f(x))^2} = \frac{0}{(f(x))^2} = 0$$

وبالتالي $\forall x \in \mathbb{R} ; \; H'(x) = 0$

ذ ابراهيم الشيكر

ب) لدينا : $\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; H'(x) = 0$

وهذا يعني أن الدالة H ثابتة

ولدينا $H(0) = \dfrac{g(0)}{f(0)} = \dfrac{1}{1} = 1$

ومنه : $\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; H(x) = 1$

إذن : $\forall x \in \mathbb{R}, \; \dfrac{g(x)}{f(x)} = 1$

وبالتالي : $\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; g(x) = f(x)$

4) ثلاثة مكتسبات قبلية ضرورية لإنجاز هذا النشاط

- مشتقة جداء دالتين
- قابلية اشتقاق خارج دالتين
- مشتقة خارج دالتين

5)

السؤال	الصعوبات
بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; f(x) \times f(-x) = 1$	- التفكير في استخدام مشتقة الجداء لإثبات أن الدالة ثابتة - استعمال العلاقة (α)
استنتج أن : $\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; f(x) \neq 0$	- التفكير في البرهان بالخلف - استعمال نتيجة السؤال لإيجاد تناقض في برهان الخلف

6) اكتفى الأستاذ بإثبات وحدانية الدالة f وقبول وجودها، لأن إثبات وجودها مرتبط بدرس المعادلات التفاضلية الذي يأتي بعد درس الدوال الأسية. أي أن إثبات وجودها ليس من المكتسبات القبلية لدى المتعلمين.

ذ ابراهيم الشيكري

7) نشاط يجيب على تساؤل التلميذ :

ليكن y من $\mathbb{R}$ و f دالة عددية تحقق العلاقة (α)

نعتبر G دالة عددية للمتغير الحقيقي x ،

المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $G(x) = \dfrac{f(x+y)}{f(x)\times f(y)}$

1- بين ان G قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

2- أحسب $G'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

3- بين أن $\forall x\in\mathbb{R};\ G(x)=1$

4- إستنتج أن : $f(x+y)=f(x)\times f(y)$ لكل x و y من $\mathbb{R}$.

ب) لدينا $C_2 \Rightarrow C_3$ حسب النشاط 7-أ)

ولكن $C_3 \not\Rightarrow C_2$

لان :

نعوض في (C_3) ؛ $x=0$ و $y=0$

نجد : $f(0+0)=f(0)\times f(0)$

يعني $f(0)=f(0)\times f(0)$

إذن $f(0)(1-f(0))=0$

ومنه $f(0)=0$ أو $1-f(0)=0$

إذن $f(0)$ أو $f(0)=1$

وبالتالي C_2 و C_3 غير متكافئتان.

ج) • ليكن n من

لدينا

$$\exp(nx) = \exp(\underbrace{x+x+\dots+x}_{n \text{ مرة}})$$

$$= \underbrace{\exp(x)\times\exp(x)\times\dots\times\exp(x)}_{n \text{ مرة}} = \left(\exp(x)\right)^n$$

ذ ابراهيم الشيكري

* ليكن $m \in \mathbb{Z}^-$ نضع $m = -n$ مع $n \in \mathbb{N}$

لدينا اذن $\exp(mx) = \exp(-nx)$

وبما أن $\exp(x) \times \exp(-x) = 1$

فإن: $\exp(-x) = \dfrac{1}{\exp(x)}$

ومنه

$$\exp(mx) = \exp(-nx) = \frac{1}{\exp(nx)} = \frac{1}{(\exp(x))^n}$$
$$= (\exp(x))^{-n}$$
$$= (\exp(x))^m$$

* ليكن $r \in \mathbb{Q}$، نضع: $r = \dfrac{p}{q}$ مع $p \in \mathbb{Z}$ و $q \in \mathbb{N}^*$

إذن

$$\exp(px) = \exp\left(q \times \frac{p}{q} x\right) \Leftrightarrow \exp(px) = \left(\exp\left(\frac{p}{q}x\right)\right)^q$$
$$\Leftrightarrow \exp(px) = (\exp(rx))^q$$
$$\Leftrightarrow (\exp(x))^p = (\exp(rx))^q$$
$$\Leftrightarrow (\exp(x))^{\frac{p}{q}} = \exp(rx)$$
$$\Leftrightarrow (\exp(x))^r = \exp(rx)$$

وبالتالي: $\forall x \in \mathbb{R}, \forall r \in \mathbb{Q} ; \exp(rx) = (\exp(x))^r$

ذ ابراهيم الشيكري

ب) لنبين أن : $\lim_{x \to +\infty} \exp(x) = +\infty$

* لدينا $x \mapsto \exp(x)$ دالة تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

لأن : $\forall x \in \mathbb{R} ; (\exp(x))' = \exp(x)$

و $\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) \neq 0$

يعني $\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) > 0$ أو $\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) < 0$

وبما أن $\exp(0) = 1$

فإن $\forall x \in \mathbb{R}, \exp(x) > 0$

أي $\forall x \in \mathbb{R}, (\exp(x))' > 0$

* لدينا $\forall x \in [0, +\infty[; \exp(x) \geq 1$

لأن $x \mapsto \exp(x)$ دالة تزايدية على $[0, +\infty[$

يعني : $x \geq 0 \Leftrightarrow \exp(x) \geq \exp(0)$

وبما أن $\exp(0) = 1$

فإن $x \geq 0 \Leftrightarrow \exp(x) \geq 1$

* نضع : $h(x) = \exp(x) - x$

- الدالة h قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وبالخصوص على $[0, +\infty[$

- ليكن x من $[0, +\infty[$

$h'(x) = \exp'(x) - x' = \exp(x) - 1$

وبما أن $\forall x \in [0, +\infty[; \exp(x) \geq 1$

فإن $\forall x \in [0, +\infty[; \exp(x) - 1 \geq 0$

ذ ابراهيم الشيكري

يعني ان $\forall x \in [0, +\infty[\; ; \; h'(x) \geq 0$

ومنه الدالة h تزايدية قطعا على $[0, +\infty[$

اذن $\forall x \in [0, +\infty[\; ; \; h(x) \geq h(0)$

و $h(0) = \exp(0) - 0 = 1$

ومنه $\forall x \in [0, +\infty[\; ; \; h(x) \geq 1$

اذن $\forall x \in [0, +\infty[\; ; \; \exp(x) - x > 0$

يعني أن: $\forall x \in [0, +\infty[\; ; \; \exp(x) > x$

$\Leftarrow$ بما ان $\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

و $\forall x \in [0, +\infty[\; ; \; \exp(x) > x$

فإن $\lim\limits_{x \to +\infty} \exp(x) = +\infty$

* لنبين ان $\lim\limits_{x \to -\infty} \exp(x) = 0$

نضع $t = -x$ يعني $x \to -\infty \Leftarrow t \to +\infty$

إذن $\lim\limits_{x \to -\infty} \exp(x) = \lim\limits_{t \to +\infty} \exp(-t) = \lim\limits_{t \to +\infty} \frac{1}{\exp(t)} = 0$

لان $\lim\limits_{t \to +\infty} \exp(t) = +\infty$

وبالتالي $\lim\limits_{x \to -\infty} \exp(x) = 0$

ذ. ابراهيم السكري.

الموضوع الثاني: اختبار في ديداكتيك الرياضيات ثانوي تأهيلي 2022

1) كرنولوجيا تطور مفهوم المتجهة بين مستوى الجدع المشترك العلمي والتكنولوجي ومستوى الاولى والثانية بكالوريا علوم تجريبية؟

⟵ مستوى الجدع المشترك العلمي والتكنولوجي

- تساوي وجمع متجهتين وعلاقة شال
- ضرب متجهة في عدد حقيقي
- استقامية متجهتين
- الصيغة المتجهية لمبرهنة طاليس
- الزاوية الموجهة لمتجهتين
- احداثيات متجهة في المستوى
- منظم متجهة
- تعامد متجهتين
- متجهة موجهة لمستقيم في المستوى

⟵ الاضافة المميزة

- إنشاء المتجهة من الشكل $\vec{a}U + \vec{b}V$
- دراسة الاوضاع النسبية لمستقيمين في المستوى باستعمال المتجهات

⟵ مستوى الاولى بكالوريا علوم تجريبية

- المتجهة المنظمية لمستقيم في مستوى
- المتجهات في الفضاء
- تساوي، إستقامية، مجموع متجهتين في الفضاء
- استوائية ثلاث متجهات
- احداثيات متجهة في الفضاء
- منظم متجهة
- التعريف المتجهي لمستوى

⟵ الاضافة المميزة

- استعمال المرجح في تبسيط تعبير متجهي
- دراسة الاوضاع النسبية لمستوى ومستقيم باستعمال المتجهات

ذ ابراهيم الشكري

- مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية
- تعامد متجهتين في الفضاء
- الجداء المتجهي في الفضاء
- المتجهات في المستوى العقدي

الاضافة المميزة

- الجداء المتجهي
- تحديد متجهة موجهة لمستقيم تقاطع مستويين
- الربط بين عدد عقدي ومتجهة

② ثلاث مشاكل ديداكتيكية مرتبطة بتدريس المتجهة في سلك الثانوي التأهيلي :

1- اختيار المتجهات المناسبة لحل مسائل هندسية تتطلب أدوات متجهية

2- عدم التمييز بين منحى واتجاه المتجهة

3 - الخلط بين الجداء السلمي والجداء المتجهي

③ لدينا : - النقط B ، G و Q مستقيمية

- النقط A G و P مستقيمية

لنضع إذن $\vec{AG} = \alpha \vec{AP}$ و $\vec{BG} = \beta \vec{BQ}$

لدينا :

$$\vec{AB} = \vec{AG} + \vec{GB} = \vec{AG} - \vec{BG}$$

$$= \alpha \vec{AP} - \beta \vec{BQ}$$

$$= \alpha \vec{AP} - \beta \vec{BA} - \beta \vec{AQ}$$

يعني أن $\vec{AB} = \alpha \vec{AP} + \beta \vec{AB} - \beta \vec{AQ}$

ومنه

$$(1 - \beta) \vec{AB} = \alpha \vec{AP} - \beta \vec{AQ}$$

حسب الشكل يتضح أن $\vec{BG} \neq \vec{BQ}$ ومنه $1 \neq \beta$

ذ ابراهيم الشكري

إذن

① $$\boxed{\overrightarrow{AB} = \frac{\alpha}{1-\beta}\overrightarrow{AP} - \frac{\beta}{1-\beta}\overrightarrow{AQ}}$$

ومن جهة أخرى لدينا :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$$

$$= 4\overrightarrow{AQ} - 3\overrightarrow{BP}$$

$$= 4\overrightarrow{AQ} - 3\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{AP}$$

ومنه :

$$\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AQ} + 3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AP}$$

يعني أن

$$\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AP} + 4\overrightarrow{AQ}$$

إذن

$$-2\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AP} + 4\overrightarrow{AQ}$$

وبالتالي

② $$\boxed{\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AP} - 2\overrightarrow{AQ}}$$

من ① و ② لدينا

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha}{1-\beta} = \dfrac{3}{2} \\ \text{و} \\ \dfrac{\beta}{1-\beta} = +2 \end{cases}$$

ومنه

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{1}{2} \\ \beta = \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

وبالتالي :

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BQ}$$ و $$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AP}$$

ذ ابراهيم الشيكر

الموضوع الثالث: اختبار في ديداكتيك الرياضيات ثانوي تأهيلي 2020

مقترح حل:

① أ)

* التلميذ A استعمل نهاية المتتالية الهندسية (q^n) رغم أن الأساس q مرتبط بـ n، إذن جوابه خاطئ.

* التلميذ B وضع متتالية مساعدة (V_n) وعليه $U_n = (V_n)^n$ وقام بحساب نهاية (V_n) المرتبطة بـ n لوحدها ثم انتقل إلى حساب نهاية (U_n) المرتبطة بـ V_n و n أيضا.
إذن جوابه خاطئ.

* التلميذ C جوابه خاطئ
لأنه أثناء حساب للنهاية قام بالتعميل بالعدد 2 عوض التعميل بـ $\frac{1}{2}$.

ب) + التلميذ A لم يستوعب استعمال نهاية المتتالية الهندسية (q^n) حيث الأساس يجب أن يكون غير مرتبط بـ n يعني أن التلميذ لم يفهم بشكل صحيح قواعد نهاية المتتالية من النوع (q^n)
ومنه الخطأ ابستمولوجي

+ التلميذ B لم يفهم بشكل صحيح قواعد والمعرفة المتعلقة بحساب نهايات المتتاليات خاصة عندما تكون إحدى المتتاليات مرتبطة بأخرى
وهذا يعني أن الخطأ معرفي

+ التلميذ C لم يفهم كيفية تطبيق التعميل بشكل صحيح في حساب النهايات
ومنه الخطأ معرفي

ذ ابراهيم الشيكري

2) ليكن n من $\mathbb{N}^*$

لدينا $U_n = \left(1-\frac{1}{2n}\right)^n = e^{n\ln\left(1-\frac{1}{2n}\right)}$

ولدينا:

$$\lim_{n\to+\infty} n\ln\left(1-\frac{1}{2n}\right) = \lim_{n\to+\infty} -\frac{1}{2}\times\frac{\ln\left(1-\frac{1}{2n}\right)}{-\frac{1}{2n}}$$

$$= \lim_{N\to0} -\frac{1}{2}\times\frac{\ln(1+N)}{N}$$

$$= -\frac{1}{2}\times 1 = -\frac{1}{2}$$

لأن $\lim_{N\to0}\frac{\ln(1+N)}{N} = 1$

وبما أن: $x \mapsto e^x$ دالة متصلة في $-\frac{1}{2}$

فإن $\lim_{n\to+\infty} U_n = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$