

mn go OL . com

الطبعة الثانية

طرق

تدريس الرياضيات

Teaching and Learning Mathematics

تأليف

فريدريك ه . بل

ترجمة

ا . د . ممدوح محمد سليمان

أستاذ طرق تدريس الرياضيات

كلية التربية - جامعة الزقازيق

ا . د . محمد امين المفتى

أستاذ طرق تدريس الرياضيات

كلية التربية - جامعة عين شمس

مراجعة

ا . د . وليم تاوضروس عبيد

أستاذ طرق تدريس الرياضيات ووكيل

كلية التربية - جامعة عين شمس



الدار العربية للنشر والتوزيع

حقوق النشر :

• English Edition

• الطبعة الأجنبية :

by Frederick H. Bell

Authorized translation from the English Language edition Copyright
1978 by Wm. C. Brown Company Publishers, All rights reserved.

• Arabic Edition

* الطبعة العربية :

. الطبعة العربية الأولى ١٩٨٦ .

. الطبعة العربية الثانية ١٩٨٩ .

ISBN 977-1475-37-1

جميع حقوق الطبع والنشر © محفوظة

لدار العربية للنشر والتوزيع

١٧ ش نادى الصيد بالدقى - القاهرة

ت : ٧١٨٠٠٦ - ٨٣٧١٩٦

لا يجوز نشر أى جزء من هذا الكتاب أو اختزان مادته بطريقة الاسترجاع أو نقله على أى وجه
أو بأى طريقه سواء كانت الكترونية أو ميكانيكية أو بالتصوير أو بالتسجيل أو خلاف ذلك إلا بموافقة
الناشر على هذا كتابه ومقدماته .

المحتويات

الصفحة	
٧	مقدمة الناشر
٩	مقدمة الطبعة العربية
١١	مقدمة الطبعة الأجنبية
١٣	الفصل الأول: طبيعة الرياضيات
١٥	— فلسفة الرياضيات
١٩	— بنية الأنظمة الرياضية
٢٤	— المداخل الحديثة للرياضيات
٥٥	— تمارين وأنشطة
٥٧	الفصل الثاني : استخدام نظريات التعلم والتعليم في تدريس الرياضيات
٦٠	— نظرية بياجيه في النماء العقلي
٦٧	— نموذج بيته جيلفورد للعقل
٧١	— نظرية روبرت جانبية في التعلم
٨٩	— دينز وتعلم الرياضيات
٩٨	— نظرية أوزبل في التعلم اللفظي ذي المعنى
١٠٤	— التعلم والتعلم عند برونر
١١٥	— التعلم والتعلم عند سكرت
١٢٨	— تمارين وأنشطة
١٢٩	الفصل الثالث : بناء بيئة تعليمية فعالة في تدريس الرياضيات
١٣٢	— تقويم وانتقاء وإستخدام الكتب الدراسية في الرياضيات
١٤٠	— إنتقاء واستخدام وسائل التعلم / التعلم في الرياضيات
١٤١	— تعيين وتقوم الواجبات المنزلية
١٤٨	— تطوير استراتيجيات جيدة للسؤال داخل حجرة الدراسة
١٥٤	— تشخيص وحل صعوبات التعلم

- ١٦٧ الفصل — الانضباط داخل الفصل
١٨٠ الاختبارات و تقويم الطلاب —
١٩٥ نموذج عام لتقويم التدريس —
٢٠٧ تمارين وأنشطة —

- ٢٠٩ الفصل الرابع : تدريس الرياضيات للطلاب غير العاديين
١١٢ تدريس الرياضيات للطلاب بطيئ التعلم —
٢٢١ استراتيجيات التعليم والتعلم للطلاب المتأخرين —
٢٣٠ القدرة القرائية في تعلم الرياضيات —
٢٤٥ التدريس للطلاب الموهوبين رياضياً (في الرياضيات) —
٢٥٨ تمارين وأنشطة —

- ٢٥٩ مراجع مختارة
٢٦٥ قائمة بأهم المصطلحات العلمية

مقدمة الناشر

يتزايد الاهتمام باللغة العربية في بلادنا يوماً بعد يوم ، ولاشك أنه في الغد القريب ستستعيد اللغة العربية هيبتها التي طالما امنت وأذلت من أبنائها وغير أبنائها ، ولا ريب في أن إذلال لغة أية أمة من الأمم هو إذلال ثقافي وفكري للأمة نفسها ، الأمر الذي يتطلب تضافر جهود أبناء الأمة رجالاً ونساءً ، طلاباً وطالبات ، علماء ومثقفين ، مفكرين وسياسيين في سبيل جعل لغة العروبة تحتل مكانتها اللائقة التي اعترف المجتمع الدولي بها لغيره عمل في منظمة الأمم المتحدة ومؤسساتها في أنحاء العالم ؛ لأنها لغة أمة ذات حضارة عريقة استوعبت — فيما مضى — علوم الأمم الأخرى ، وصهرتها في بوتقتها اللغوية والفكرية ؛ فكانت لغة العلوم والآداب ، ولغة الفكر والكتابة والمحاطة .

إن الفضل في التقدم العلمي الذي تنعم به دول أوروبا اليوم يرجع في واقعه إلى الصحوحة العلمية في الترجمة التي عاشتها في القرون الوسطى . فقد كان المرجع الوحيد للعلوم الطبية والعلمية والاجتماعية هو الكتب المترجمة عن العربية لابن سينا وابن الهيثم والفارابي وابن خلدون وغيرهم من عمالقة العرب . ولم ينكر الأوروبيون ذلك ، بل يسجل تاريخهم ما ترجموه عن حضارة الفراعنة والعرب والإغريق ، وهذا يشهد بأن اللغة العربية كانت مطوعة للعلم والتدريس والتأليف ، وأنها قادرة على التعبير عن متطلبات الحياة وما يستجد من علوم ، وأن غيرها ليس بأدق منها ، ولا أقدر على التعبير . ولكن ما أصاب الأمة من مصائب وجمود بدأ مع عصر الاستعمار التركي ، ثم البريطاني والفرنسي ، عاق اللغة من النمو والتطور ، وأبعدها عن العلم والحضارة ، ولكن عندما أحس العرب بأن حياتهم لا بد من أن تتغير ، وأن جمودهم لا بد أن تدب فيه الحياة ، اندفع الرواد من اللغويين والأدباء والعلماء في إثماء اللغة وتطويرها ، حتى أن مدرسة قصر العيني في القاهرة ، والجامعة الأمريكية في بيروت درّستا الطب بالعربية أول إنشائهما . ولو تصفحنا الكتب التي ألفت أو تُرجمت يوم كان الطب يدرس فيها باللغة العربية لوجدناها كتباً ممتازة لا تقل جودة عن أمثالها من كتب الغرب في ذلك الحين ، سواء في الطب ، أو حسن التعبير ، أو براعة الإيضاح ، ولكن هذين المعهدين تنكروا للغة العربية فيما بعد ، وسادت لغة المستعمر ، وفرضت على أبناء الأمة فرضاً ، إذ رأى الأجنبي أن في خنق اللغة مجالاً لعرقلة تقدم الأمة العربية . وبالرغم من المقاومة العنيفة التي قابلها ، إلا أنه كان بين المواطنين صنائع سبقوا الأجنبي فيما يتطلع إليه ، ففتنوا في أساليب التلق له اكتساباً لمرضاته ، ورجال تأثروا بمحملات المستعمر الظالمة ، يشككون في قدرة اللغة العربية على استيعاب الحضارة الجديدة ، وغاب عنهم ما قاله الحاكم الفرنسي لجيشه الزاحف إلى الجزائر : « علموا لغتنا وانشروها حتى تحكيم الجزائر ، فإذا حكمت لغتنا الجزائر ، فقد حكمتها حقيقة . »

فهل ل أن أوجه نداءً إلى جميع حكومات الدول العربية بأن تبادر — في أسرع وقت ممكن — إلى اتخاذ التدابير ، والوسائل الكفيلة باستعمال اللغة العربية لغة تدرّس في جميع مراحل التعليم العام ، والمهني ، والجامعي ، مع العناية الكافية باللغات الأجنبية في مختلف مراحل التعليم لتكون وسيلة الاطلاع على تطور العلم والثقافة والانفتاح على العالم . وكلنا ثقة من إيمان العلماء والأساتذة بالتعريب ، نظراً لأن استعمال اللغة القومية في التدريس يسر على الطالب سرعة الفهم دون عائق لغوي ، وبذلك تزداد حصيلته الدراسية ، ويرتفع بمستواه العلمي ، وذلك يعتبر تأصيلاً للفكر العلمي في البلاد ، وتمكيناً للغة القومية من الازدهار والقيام بدورها في التعبير عن حاجات المجتمع ، وألفاظ ومصطلحات الحضارة والعلوم .

ولا ينبغي عن حكومتنا العربية أن حركة التعريب تسير متباطئة ، أو تكاد تتوقف ، بل تُحارب أحياناً ممن يشغلون بعض الوظائف القيادية في سلك التعليم والجامعات ، ممن ترك الاستعمار في نفوسهم عقداً وأمراضاً ، رغم أنهم يعلمون أن جامعات إسرائيل قد ترجمت العلوم إلى اللغة العبرية ، وعدد من يتخاطب بها في العالم لا يزيد على خمسة عشر مليون يهودياً ، كما أنه من خلال زياراتي لبعض الدول ، واطلاعي وجدت كل أمة من الأمم تدرس بلغتها القومية مختلف فروع العلوم والآداب والتقنية ، كاليابان ، وإسبانيا ، ودول أمريكا اللاتينية ، ولم تشكك أمة من هذه الأمم في قدرة لغتها على تغطية العلوم الحديثة ، فهل أمة العرب أقل شأنًا من غيرها ؟!

وأخيرًا .. وتمشيًا مع أهداف الدار العربية للنشر والتوزيع ، وتحقيقًا غرضها في تدعيم الإنتاج العلمي ، وتشجيع العلماء والباحثين في إعادة مناهج التفكير العلمي وطرائقه إلى رحاب لغتنا الشريفة ، تقوم الدار بنشر هذا الكتاب المتميز الذي يعتبر واحدًا من ضمن ما نشرته - وستقوم بنشره - الدار من الكتب العربية التي قام بتأليفها نخبة ممتازة من أساتذة الجامعات المصرية والعربية المختلفة .

وبهذا ... ننفذ عهدنا قطعناه على المصطفى قديمًا فيما أردناه من خدمة لغة الوحي ، وفيما أراد الله تعالى لنا من جهاد فيها .

وقد صدق الله العظيم حينما قال في كتابه الكريم ﴿ وَقُلْ اَعْمَلُوا لِمَا نَسَى اللهُ عَمَلَكُمْ وَرَسُولُهُ وَالْمُؤْمِنُونَ ، وَسُرَدُونَ إِلَىٰ عَالِمِ الْغَيْبِ وَالشَّهَادَةِ فَيُنَبِّئُكُمْ بِمَا كُنْتُمْ تَعْمَلُونَ ﴾ .

محمد درباله

الدار العربية للنشر والتوزيع

مقدمة الطبعة العربية الثانية

يتناول هذا الجزء أربعة فصول هي : طبيعة الرياضيات ، استخدام نظريات التعليم والتعلم في تدريس الرياضيات ، بناء بيئة التعلم الفعال ، وتدريس الرياضيات للطلاب غير العاديين . وهذا بالإضافة إلى ما جاء بالجزء الأول — وهو ترجمة لكتاب .

Teaching and Learning Mathematics (In Secondary Schools)

لؤلفه فردريك بل Frederick H. Bell الأستاذ بجامعة بنسلفانيا .

وفي الترجمة قمنا ببعض التصرف لنقل الفكرة من الترجمة الحرفية واختصرنا بعض الفقرات والأجزاء لتتفق مع معطيات المدرسة العربية . وتناسب فصول الجزء الثاني مع المقرر الثاني في تدريس الرياضيات لطلاب كليات ومعاهد إعداد المعلمين .

والكتاب بصفة عامة يمثل مادة جيدة تفيد معلمى الرياضيات قبل وأثناء الخدمة ، حيث يتميز بإعطاء صورة واضحة عن طبيعة التقدم الذى حدث فى الرياضيات وتقديم أمثلة توضيحية لأساليب ونماذج التدريس المطورة لخدمة تدريس المحتوى المعاصر .

ونأمل أن يعاون هذا الكتاب فى إثراء المكتبة العربية التربوية .

والله نسأل التوفيق والسداد

المرجعون

١٩٨٩

مقدمة الطبعة الأجنبية

إن تدريس الرياضيات مهنة شاقة ، مثيرة بل وداعية للتحدى . وقد نُشر هذا الكتاب لمساعدة مدرسي الرياضيات بالمرحلة الثانوية في حل العديد من المشكلات اليومية التي يواجهونها في نطاق نظامنا التعليمي سريع التغير .

والهدف الرئيسي لهذا الكتاب هو مساعدة الطلاب في كليات إعداد المعلمين وكذلك مساعدة المعلمين القائمين بالعمل حتى يصبحوا أكثر كفاءة من خلال ممارسة وتطبيق تعليم وتعلم مضمون الرياضيات ، مناهج المرحلة الثانوية ، نظريات التعليم وطرق التدريس ، أساليب إدارة الفصل والأنشطة التطبيقية خارج الفصل .

وبالرغم من أن هذا الكتاب موجه إلى المعلمين إلا أنه لم يفغل تعلم التلميذ في المجالين المعرفي والوجداني ذلك لأنه لا ينظر إلى التدريس في حد ذاته كغاية ولكن كوسيلة لتيسير عملية التعلم .

وتوجد مجموعة مراجع منتقاه في نهاية كل فصل ، لمساعدة القارئ في التعرف على مواد إضافية مرتبطة بالموضوعات التي وردت بالكتاب ، هذا وقد ذكرنا للقارئ كيفية البحث عن مصادر المعلومات والإستفادة من إستخدام المراجع التي إقترحنا قراءتها وقمنا بتوجيه القارئ إلى الاطلاع على العديد من المجلات الحديثة مثل « مدرس الحساب The arithmetic teacher ، « مدرس الرياضيات The mathematics teacher ، « علوم ورياضيات المدرسة School science and mathematics حتى يكون ملماً بأحدث المعلومات فيما يتعلق بالموضوعات التي تناوّلها الكتاب .

وفي نهاية كل فصل من فصول الكتاب قمنا باقتراح بعض الأنشطة الإضافية التي يمكن للقارئ مزاوتها وذلك تحت عنوان « إشياء تفعلها » Things to do هذه الأنشطة تساعد القارئ على مراجعة وتحليل وتقييم الأفكار التي وردت في كل فصل بالكتاب .

لقد صُمم هذا الكتاب لمساعدة مدرسي الرياضيات ليصبحوا مهنيين معتمدين على أنفسهم ، قادرين على تخطيط وتنفيذ برامجهم غير الرسمية للتعليم المستمر والنمو المهني .

ولقد قمنا بتوضيح كيف يمكن لمعلم الرياضيات أو للطلاب الذي يتم إعداده ليكون مُعلماً ، أن يقوم بتنفيذ العديد من أنشطة التعليم والتعلم .

ويشمل الكتاب مادة علمية لمقرر فصلين عن تعليم وتعلم الرياضيات في المدرسة الثانوية . وكما سبق أن ذكرنا فإن هذا الكتاب قد تم تأليفه لمساعدة المعلمين العاملين والمعلمين في دور الإعداد على تحسين كفاءتهم التدريسية هذا إلى جانب أنه يمكن أن يُستخدم كأساس لمقرر في الدراسات العليا في مجال إعداد معلم الرياضيات .

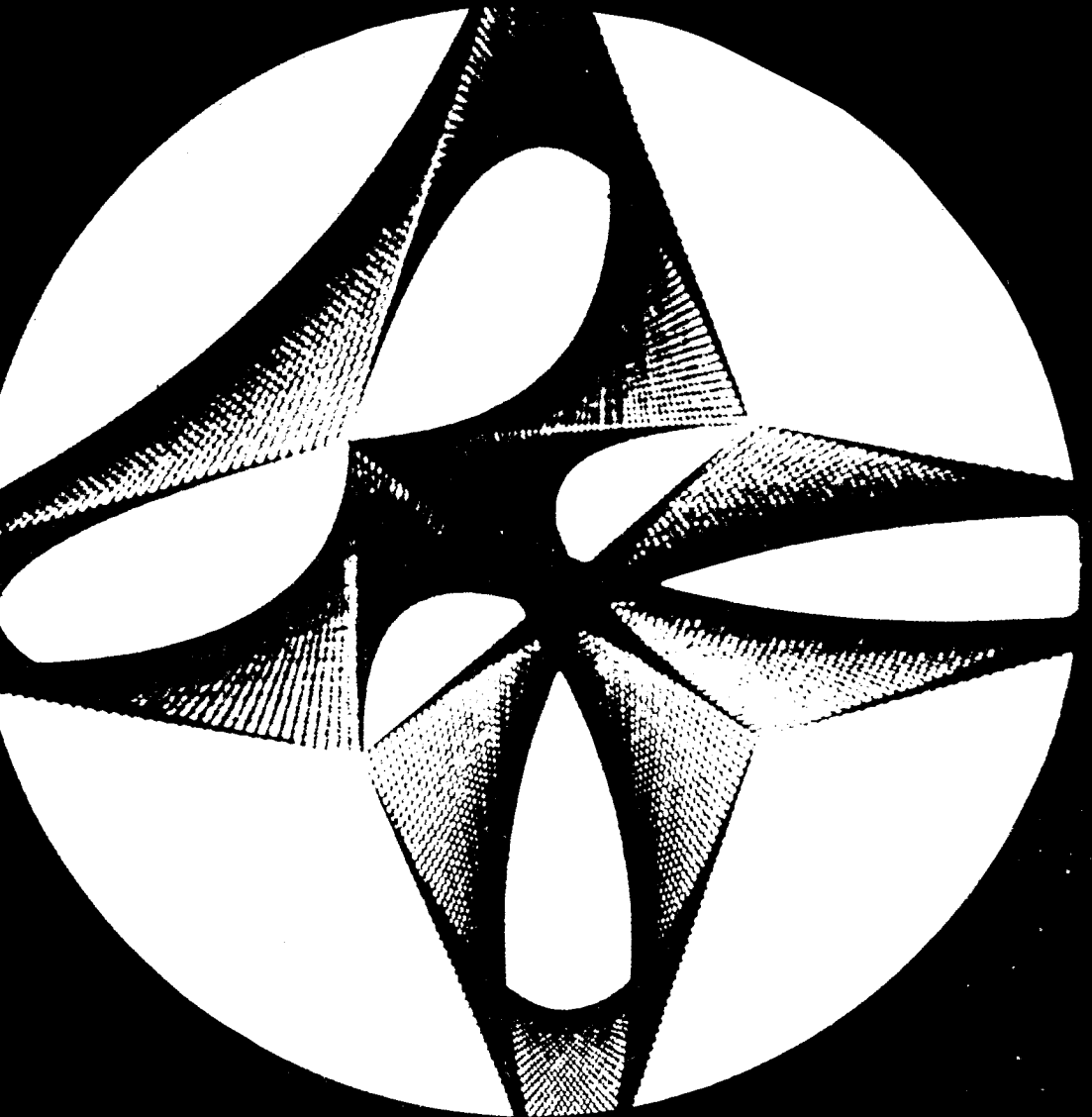
يُعد كل فصل في هذا الكتاب وحدة قائمة بذاتها إلى حد ما ويمكن وضع برنامج مختصر لإعداد مُعلم حول أى من فصول هذا الكتاب . فمثلاً يمكن إعداد ورشة دراسية لمدة اسبوعين عن تطبيق نظريات التعلم في تدريس الرياضيات كما وردت بالفصل الثالث . كذلك فإن الفصول الرابع والخامس والسادس يمكن أن تكون أساساً لمقرر فصل دراسي واحد لهؤلاء الذين يتم إعدادهم ليصبحوا معلمين للرياضيات وأما الفصول الأول والثاني والثالث والسابع والثامن والتاسع فيمكن أن تكون أساساً لمقرر فصل دراسي آخر في مرحلة البكالوريوس وهناك بعض الأجزاء في الكتاب تصلح كأساس لدراسة متعمقة لمقرر الفصل الدراسي الواحد لطلبة الدراسات العليا . ويمكن لأى محاضر بالجامعة أو أى منسق لمناهج الرياضيات المدرسية أن يستخدم الموضوعات التي تلائمة من الكتاب بما يتمشى مع مقررات المرحلة التي يدرسها .

فريدريك هـ . بل

الفصل الأول

طبيعة الرياضيات

- فلسفة الرياضيات
- بنية الأنظمة الرياضية
- المداخل الحديثة للرياضيات
- الحساب الحديث
- الجبر الحديث
- الهندسات الحديثة
- التحليل
- تمارين وأنشطه



طبيعة الرياضيات

The Nature of Mathematics

فلسفة الرياضيات

لقد ذكر بجدية أن الرياضيين هم أناس إما يكتشفون أو يخترعون الرياضيات وهم لا يعرفون ما إذا كانت الكائنات الرياضية موجودة ، ولا يعرفون ما إذا كانت النظريات الرياضية صادقة . وتضمن مثل هذه العبارة في كتاب عن الرياضيات وتدريسها يعتبر مخاطرة .

وبالرغم من أن الرياضيات هي ملكة العلوم ، ولا يوجد ما يعيب طرقها ومنطقيتها وصدقها إلا أن لها مشكلات في أسسها المنطقية ، وتتغير باستمرار في طرقها ومحتواها . وبينما تعتبر الرياضيات أكثر دقة من العلوم الإجتماعية ، وربما العلوم الطبيعية فإنها تعتبر غير دقيقة بالمعنى المطلق . فدراسة الرياضيين وتاريخ الرياضيات لشخص على معرفة بالصدق المطلق ودقة الرياضيات ؛ يمكن أن تكون مثبطة للهمة ، وتوثرية في الوقت ذاته . فنمو الرياضيات غير منظم ، وحافل بالتكرار ، ويتسم بالفوضوية . وربما يكون النشاط الثاني الهام (الأول كان إنتاج رياضيات جديدة) للرياضيين هو إزالة الشوائب (إزالة عدم الإتساق وإكمال نمو الرياضيات التي أنتجها السابقون) .

وبرغم هذا كانت عملية نمو الرياضيات صاخبة ، فالنتائج النهائية جيد حيث يوجد قليل من عدم الإتساق ، والتناقضات المنطقية . وبالرغم من حقيقة أنه لاتزال هناك صعوبات منطقية في أسس الرياضيات وخاصة في المجموعات غير المحدودة ، إلا أن الرياضيات تعتبر أداة دقيقة وضرورية لتطور الإجتماعيات ، والإقتصاد ، والتكنولوجيا .

وصدق العبارة « أن الرياضيين لا يعرفون ما إذا كان نتاجهم موجود » واضح في أن الأنظمة الرياضية تقوم على تعريفات تفترض وجود الكائنات الرياضية . فمثلا لمجموعة الأعداد الطبيعية وهي معروفة بالبدهة قد عُرفت بواسطة بديهيات (عبارات يفترض صحتها) ، وقد صيغت هذه البديهيات لأول مرة بواسطة المنطقي الايطالي بيانو G. Peano (١٨٥٨ — ١٩٣٢) كالآتي :—

(أ) ١ هو عدد صحيح .

(ب) التالي لأي عدد طبيعي هو عدد طبيعي .

(ج) لا يوجد لعددین طبيعیین نفس التالي .

(د) ١ ليس العدد التالي لأي عدد طبيعي .

(هـ) أى خاصية للعدد ١ ، وكذلك التالي لكل عدد طبيعي له هذه الخاصية هى خاصية لجميع الأعداد الطبيعية .

وتسمى البديهية الأخيرة بمبدأ الإستقراء الرياضى . وإذا كان التالي يعنى أضف واحد فإن هذه البديهيات الخمس تعرف الاعداد الطبيعية على النحو التالي ١ ، ٢ ، ٣ ، وحيث أن التالي كلمة غير معرفة ، فإذا قررنا أنها سوف تعنى أقسم على ٣ فإن هذه البديهيات تُولد مجموعة الأعداد ١ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{9}$ ، $\frac{1}{27}$ ، $\frac{1}{81}$ ، وحتى بعد تعريفنا للأعداد الطبيعية يبدو أننا لا نعرف تماما ماذا نتحدث عنه .

وبإستخدام البديهية (هـ) [(e)] وقواعد الجمع ، والضرب للأعداد الطبيعية فإن النظرية

$$[1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n}{2}(1 + n)] \quad (ه + ١) \quad \frac{2}{٢} = 2 + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$\text{صادقة لأن } 1 = \frac{1}{2}(1 + 1). \quad (١ + ١) \quad \frac{1}{٢} = 1$$

$$\text{وأیضا إذا فرضنا أن } 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k}{٢}(k + ١)$$

$$[1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k}{2}(1 + k)]$$

$$\text{فإن } (١ + ك) + (ك + ١) \frac{ك}{٢} = (١ + ك) + ك + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$[(1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1)) = \frac{k}{2}(1 + k) + (k + 1)]$$

$$= k \left(\frac{k + 1}{2} \right) + 2 \left(\frac{k + 1}{2} \right) \quad \left(\frac{١ + ك}{٢} \right) ٢ + \left(\frac{١ + ك}{٢} \right) ك =$$

$$= \frac{k + 1}{2}(1 + (k + 1)). \quad ((١ + ك) + ١) \frac{١ + ك}{٢} =$$

ومن البديهية (هـ) [(e)] ينتج أن النظرية صادقة . أى أن النظرية صادقة إذا كانت البديهية (هـ) [(e)] صادقة . وحيث أن البديهية (هـ) [(e)] قد إفترض صدقها بدون برهان ، فإننا لا نعرف حقيقة ما إذا كانت النظرية صادقة . وما يمكن قوله إن منطق ومنهج الرياضيات يستلزم

صدق النظرية بافتراض أن البديهية (هـ) [(e)] صادقة .

وخلاصة القول : إن بيانو عرّف الأعداد الطبيعية ، التي ربما تكون غير موجودة ، وقمنا ببرهنة نظرية ، ربما لا تكون غير صادقة عن هذه الأعداد وبينما تبدو هذه المجادلة مجرد صنفصه إلا أنها توضح قضايا هامة في أسس الرياضيات قام بدراستها ومناقشتها الرياضيون ، والمناطق ، والفلاسفة .

ذكرنا من قبل أن الرياضيين هم أناس إما اكتشفوا الرياضيات أو إبتكروها ويوضحون قضايا فلسفية ، وإذا قسمنا هؤلاء الرياضيين إلى مدرستين فكريتين نجد أن المدرسة الأولى تعتقد بأن الرياضيات توجد في الطبيعة ، تماما مثلما توجد قوانين الفيزياء في الطبيعة ، وأن الرياضيين يكتشفون عناصر وقوانين الرياضيات . المدرسة الأخرى تشبه الأعمال الفنية ، فالرسم لا يوجد إلا بوجود الفنان ، وفي هذه الحالة الرياضي هو الذى يصنعها . وهناك آخرون مثل الرياضى الألماني كرونكر Kronecker (١٨٢٣ — ١٨٩١) يعتقدون إن « الله قد خلق الأعداد الصحيحة والباقي من عمل الإنسان » .

وقد ظهر حديثا ، برغم الشك الطويل ، أن الرياضيات التقليدية برمتها يمكن اشتقاقها من الأعداد الطبيعية . وقد أعتقد الرياضى الأغرقي فيثاغورث الذى عاش منذ ستة قرون قبل الميلاد أن كل شيء آخر وليس الرياضيات فقط يمكن اشتقاقها من الأعداد . وربما أكتشف الفيثاغورثيون العقبات الجادة لأحلامهم بتحسيب الرياضيات . ويُعتقد بأن أحد الفيثاغورثيين ربما يكون قد أكتشف الأعداد غير القياسية ، ولم يمكن قياسها بإستخدام وحدة قياسها مهما كانت صغيرة . فمثلا العدد القابل للقياس ١٤ ١٤ يمكن قياسه بإستخدام طول صغير لوحدة ٠.٠١ . ومع ذلك فليس هناك وحدة قياسية يمكن إستخدامها لقياس $\sqrt{2}$ وهذا قد جعل الفيثاغورثيين في حيرة كبيرة . ويطلق على الأعداد القابلة للقياس والتي يمكن تمثيلها بالنسبة بين عددين صحيحين بالأعداد القياسية ، ويطلق على الأعداد غير القابلة للقياس بالأعداد غير القياسية . فيمكن إظهار الجذر التربيعي للعدد ٢ على أنه غير قياسى ، أى لا يمكن التعبير عنه بنسبة بين عددين صحيحين .

إذا كان $\sqrt{2}$ قياسى فإن $\frac{k}{m} = \sqrt{2}$ حيث k ، m أعداد أولية أى أن $\frac{k}{m}$ كسر قد تم إختصاره لأبسط صورة .

$$\text{إذن } \frac{k}{m} = \sqrt{2} \Rightarrow \left[\frac{k^2}{m^2} = 2 \right] \text{ ، } k^2 = 2m^2$$

وحيث أن k^2 عدد زوجى فإن k يجب أن تكون أيضاً عدد زوجى . وإذا كانت k عدد زوجى فإن k تكون أيضا عدد زوجى . وبالتالي فإن k^2

$$\text{يمكن كتابتها على الصورة } 4p^2 \text{ ، } 4p^2 = 2m^2 \text{ ، } 2p^2 = m^2 \text{ .}$$

وبالمنطق المستخدم أعلاه m^2 ، m] m^2 and m] يجب أن يكونا عددين زوجيين . وحيث أن k ، m] k and m] عددين زوجيين فإن k ، m] ليسا أوليين . وهذا يناقض حقيقة أن k ، m] قد أختيرا ليكونا أوليين . وعلى ذلك فإن الافتراض بأن $\sqrt{2}$ قياسي يؤدي إلى التناقض الذى يستلزم بأن $\sqrt{2}$ غير قياسي .

وتسمى الطريقة المستخدمة سابقا بطريقة البرهان غير المباشر ، أو البرهان بالتناقض ، والذى أجتنبه فى الماضى بعض مشاهير الرياضيين حيث إعتبروه طريقة غير منطقية . وكتوضيح صعوبة منطقية ممكنة للبرهان غير المباشر ، إفرض أن $\sqrt{3}$ غير قياسي ، وهو كذلك ، وأمكنا إستخدام عبارات صادقة من المنطق والرياضيات لنصل إلى تناقض لهذا الافتراض . ماذا بعد ؟ هل نفترض أن $\sqrt{2}$ قياسي ، وهو ليس كذلك ؟ هناك بعض القضايا (نظريات ممكنة ربما تكون صادقة أو غير صادقة) فى الرياضيات لا يمكن الفصل فيها . فالقضية التى لا يمكن الفصل فيها لا يمكن برهنتها كما لا يمكن ضحدها .

نشر الرياضى البولندى J. Lukasiewicz فى عام ١٩٢١ ورقة بحث عن المنطق ذى القيمة الثلاثية . وقام الأمريكى اميل بوست E. Post بإعداد مقال عن الأنظمة العامة للمنطق ذى القيمة النونية .

وفى نظام المنطق ذى القيمة الثنائية وهو الذى يألفه طلاب المدرسة الثانوية ، تكون العبارات إما صادقة (ص) [(T)] أو خاطئة (خ) [(F)] . وبإستخدام حساب القضايا فإن يمكن ضم عبارات عديدة فى عبارة جديدة يتوقف صدقها أوخطؤها على صدق أو خطأ العبارات المنفردة . فعلى سبيل المثال يبين الجدول التالى جدول صدق ذو قيمة ثنائية للوصل m ، h [p and q] لعبارتين m ، h [p and q] ، هذا الجدول له جميع قيم الصدق الممكنة لكل من m ، h [p and q] وقيم الصدق الناتجة للعبارة الموصولة m ، h [p and q] .

p	q	p and q	m	h	m و h
T	T	T	ص	ص	ص
T	F	F	ص	خ	خ
F	T	F	خ	ص	خ
F	F	F	خ	خ	خ

والجدول التالى يمثل نظاما منطقيا ذا قيمة ثلاثية حيث القيمة الثالثة هى غير مفصول فيها (غ)

[(U)]

p	q	p and q	٢	٥	٢ و ٥
T	T	T			
T	F	F	ص	ص	ص
F	T	F	ص	خ	ص
F	F	F			
T	U	U	خ	ص	خ
U	T	U	خ	خ	خ
F	U	F			
U	F	F	ص	غ	ص
U	U	U	غ	ص	غ
			خ	غ	خ
			غ	خ	غ

وبينما يجب تدريس النظام المنطقي ذي القيمة الثنائية في الرياضيات المدرسية لمساعدة الطلاب في التعامل مع التطبيقات المنطقية خارج حجرة الدراسة فإنه من المهم أيضا توضيح وإستخدام النظام المنطقي ذي القيمة الثلاثية لنفس السبب .

بنية الأنظمة الرياضية

يمكن تقسيم الرياضيات إلى أربعة مجالات كبيرة — الحساب العالى ، والجبر والهندسة ، والتحليل . وملكة الرياضيات ، الحساب العالى ، (يطلق عليه أيضا نظرية الأعداد) وهو دراسة تركيب ، وعلاقات ، وعمليات مجموعة الأعداد الصحيحة . والحساب العالى هو المجال الوحيد الذى تمثل قضاياه سلسلة غير منفصلة من الدراسة منذ الإنسان الأول وحتى رياضيو اليوم . فقد أثبت الهندسى الأغريقى أقليدس الذى عاش فى حوالى ٣٠٠ ق . م أن عدد الأعداد الأولية غير محدود . وفى القرن الثالث ق . م عمل على فصل الأعداد المؤلفة من مجموعة الأعداد الطبيعية تاركا الأعداد الأولية . وبإستبعاد الواحد الذى يطلق عليه بالوحدة فالعدد الأول هو العدد الذى قواسمه هى العدد نفسه والواحد . وتلك الأعداد التى لها قواسم إضافية هى الأعداد المؤلفة . وإثبات أن هناك عدد غير محدود من الأعداد الأولية مساو لإيضاح أنه ليس هناك أكبر عدد أولى . والبرهنة على هذه الحقيقة هو مثال آخر عن البرهان بالتناقض . أفترض أن أكبر عدد أولى هو ب [p] . كَوْن العدد h [N] الذى هو ١ مضافا إليه حاصل ضرب جميع الأعداد الأولية .

$$h = 1 + (2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 \times \dots \times p)$$

$$[N = 1 + (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot \dots \cdot p)]$$

هـ [N] ليست عدداً أولياً وليست عدد مؤلفاً. إذا كانت هـ [N] عدد مؤلف فيمكن أن تكون عواملها أعداد أولية . ومع ذلك فإن هذه الأعداد الأولية لا يمكن أن تكون ٢ ، ٣ ، ٥ ، ... ، ب [2, 3, 5, ... , p] لأن أحداً من هذه الأعداد هو عامل لـ هـ [N] . وإذا قسمت ن على كل من الأعداد الأولية من ٢ إلى ب [2 to p] فإن الباقي ١ وعلى ذلك إذا كانت هـ [N] عدد مؤلف فإن أحد عواملها يكون عدد أولي يجب أن يكون أكبر من ب [p] وإذا كانت هـ [N] عدد أولي وحيث أن هـ [N] أكبر ب [p] فإنه يجب أن يكون هناك عدد أولي هـ [N] أكبر من ب [p] وفي كلتا الحالتين فإن الافتراض بأن ب [p] هي أكبر عدد أولي يؤدي إلى تناقض ، وعلى ذلك فليس هناك أكبر عدد أولي .

وتعد رياضيات المدرسة الثانوية بأمثلة أخرى للخطوات والنظريات في الحساب العالى للأعداد الصحيحة ، وكذلك بأمثلة من الجبر والهندسة . وأحد الأمثلة المبكرة والهامة للغاية في التحليل (وهو دراسة العمليات غير المحدودة) هو تفاضل الانجليزي إسحق نيوتن I. Newton (١٦٤٢ - ١٧٢٧) ، والألماني ج . ليبنتز G. Leibniz (١٦٤٦ - ١٧١٦) ، وبالرغم من أنه يمكن فصل الرياضيات إلى الأربعة مجالات السابق ذكرها ، إلا أنه يمكن تقسيمها إلى دراسة العمليات المحدودة ، والعمليات غير المحدودة . وبالرغم من أن معظم تكتيكات جبر وهندسة المدرسة الثانوية تتعامل مع العمليات المحدودة ، وتكتيكات التفاضل تتعامل مع العمليات غير المحدودة ، إلا أن ليس هناك فرع من الرياضيات يتعامل على وجه الخصوص مع المحدودات أو غير المحدودات . وحتى في الجبر العالى فإن العمليات غير المحدودة تستخدم فعلى سبيل المثال صيغة مجموع متوالية هندسة غير محدودة بحج
$$S = \frac{a}{1-r}$$
 (بحيث أ [a] هو الحد الأول في المتوالية ، س [r] هو الأساس) تتضمن مجموع (إيجاد حدود لـ) متوالية غير محدودة .

ومنذ التوحيد والتحديث الجديد (خلال ٣٠٠ سنة السابقة) للرياضيات أى محاولة لتجزئء الرياضيات إلى فروع منفصلة بغض النظر عن طريقة الفصل باءت بالفشل فالرياضيون الذين يعملون في أى تخصص يستخدمون تكتيكات ونتائج من فروع خاصة للرياضيات . وتطبيقات الرياضيات في العلوم الهندسية ، والعلوم الطبيعية تعطى عائقا إضافيا لأى محاولة لتجزئة الرياضيات . فمن غير الممكن أن تضع حاجزاً في أى مجال للرياضيات وتبقيه نقياً من الرياضيات . إن صدق وإبداع نظريات البرت أينشتين A. Einstein في النسبية العامة والخاصة كانت غير ممكنة بدون أى من تطورات القرن الثامن عشر أو التاسع عشر في الجبر ، والهندسة والتحليل . وبالإضافة إلى قوة التوحيد في الرياضيات النابعة من تطبيقاتها ، فإن تخصصات الرياضيات تمد بإندماج إضافي بالأساس المنطقي الكامن في كل الرياضيات . وفي الحقيقة يمكن اعتبار الأسس المنطقية مجالاً خامساً يضاف إلى الأربعة مجالات الرياضية السابق ذكرها .

وقوة دافعة أخرى لتوحيد الرياضيات تعطى عن طريق البنية المشتركة لجميع الأنظمة الرياضية . فكل نظام رياضى يركز على مجموعته الفريدة من المصطلحات غير المعرفة ، والمسلمات غير

المبرهنة . وسوف تستخدم في هذا الكتاب وكما هو الحال في كتب أخرى — المسلمة والبديهية كمترادفين ويعبران عن فرض رياضي مقبول بدون برهان . وتطلق بعض الكتب على فرضيات الهندسة البديهيات ، وعلى فرضيات الجبر المسلمات وقد يبدو أنه من المفيد تعريف جميع المصطلحات في أى مجال للمادة مثلما تعرف كل كلمة في القاموس . ولكن هذا قد يوقننا في دائرة التعريفات غير المحدودة ، وهذا يعتبر غير منطقي في الرياضيات وبالتالي يجب أن نبدأ بمصطلحات غير معرفة . وتعطى المسلمات المقبولة (غير المبرهنة) وهى عبارات عن العلاقات بين المصطلحات المعرفة ، وغير المعرفة أساسا لإشتقاق نتائج (نظريات مبرهنة) عن نظام رياضي مفترض . وبينما من الممكن وضع عدد غير محدود من الأنظمة الرياضية عن طريق التنوع العشوائى لمجموعة من المصطلحات غير المعرفة والمسلمات في كل نظام ، نجد أن معظم الأنظمة غير المحدودة ليست مفيدة . وقد نعى الرياضيون خلال القرون مجموعة من القواعد لأنظمة رياضية مقبولة وهذه القواعد قد عدلت وربما سوف تعدل في المستقبل . وهناك نوعان من القواعد أو المحكات للأنظمة الرياضية المقبولة ويرتكز أحد هاتين المجموعتين من القواعد على ثقافة الرياضيات ، أو على الشكل السائد للرياضيات . والمجموعة الأخرى للقواعد أكثر ثباتا برغم عرضتها للتعديل لأن هذه المجموعة توجد في المنطق .

ويوضع الشكل السائد للرياضيات عن طريق الرياضيين الذين يعتبرهم الرياضيون الآخرون أفضلهم ، وأكثرهم تأثيراً وإنتاجاً كما يقاس ذلك بكم ونوعية إنتاجهم .

وقد ينتقد الرياضيون أعمال بعضهم البعض كما حدث للعالم كانتور G. Cantor (١٨٥٤ — ١٩١٨) عندما إنتقد بشدة على طرق البرهان غير البنائية وهى التى توجد الحلول لفصل معين من المعادلات ولكنها لا تحدد طريقة لإيجاد هذه الحلول فعلى سبيل المثال البرهان على أن

$$\frac{\sqrt{a^2 - 4ac} \pm a}{2a} = x \quad \text{هو حل لمجموعة}$$

معادلات على الصورة $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a \neq 0$ هو برهان بنائى لأنه يؤدي إلى خوارزمية تُحل بها أى معادلة من الدرجة الثانية في عدد محدود من الخطوات . وهناك رياضيون يجدون أنه من قبول خطوات رياضية للتعامل مع العمليات غير المحدودة والمجموعات غير المحدودة .

وتجسدت طرق كانتور في تعريف المجموعات غير المحدودة والعمل بها في برهان النظرية ، التى تتحدى البدهاة ، بأن مجموعة الأعداد الطبيعية تحتوى بدقة على عناصر عددها كعدد عناصر مجموعة الأعداد المربعة ، والتي هى مجموعة جزئية فعلية للأعداد الطبيعية . وللبرهان على ذلك توجد مجموعتين لهما نفس العدد من العناصر ، ونحسب العناصر في كل مجموعة . فإذا كان العدد متساوى في كلتا المجموعتين فيكون لهما نفس العدد من العناصر . وإذا أختلفت العدد فإن المجموعتين تختلفان في عدد عناصرهما وهذا الإجراء المباشر لمقارنة المجموعات المحدودة عديم الفائدة في مقارنة المجموعات

غير المحدودة . ومحاولة إستخدام التناظر الأحادى بين عناصر مجموعتين غير محدودتين ثبت عدم مناسيته كإجراء للمقارنة بين حجم المجموعات غير المحدودة . وإذا كان من الممكن المزوجة بين عناصر مجموعتين غير محدودتين بحيث أن كل عنصر من مجموعة قوبل بعنصر من المجموعة الأخرى ، ولم تتبق عناصر في كلي من المجموعتين ، فإن المجموعتين يكون لهما نفس العدد من العناصر ، أو بعبارة أكثر دقة يكون لهما نفس العدد الكاردينالى . وكما ذكرنا من قبل مجموعة الأعداد الطبيعية المربعة لها نفس العدد الكاردينالى الذى للأعداد الطبيعية . ويمكن توضيح التناظر الأحادى بين عناصر هاتين المجموعتين يمكن بوضع الإعداد المربعة أسفل الأعداد الطبيعية كآلاتى :-

1	2	3	4	5	...	n	...	5	...	4	3	2	1
1	4	9	16	25	...	n ²	...	5	...	16	9	4	1

والعدد الكاردينالى لأى مجموعة محدودة منتهية هو عدد عناصر هذه المجموعة . ويرمز للعدد الكاردينالى لمجموعة الأعداد الطبيعية ، أو لأى مجموعة يمكن وضع عناصرها فى تناظر أحادى مع مجموعة الأعداد الطبيعية بالرمز $[N_0]$. وكما هو مبين فى المثال السابق أحد خصائص المجموعة غير المحدودة هو أنه يمكن وضع عناصرها فى تناظر أحادى مع عناصر أحد مجموعاتها الجزئية الفعلية . وهناك مجموعات غير محدودة أكبر من مجموعة الأعداد الطبيعية . مجموعة الأعداد الحقيقية هى أحد الأمثلة لمجموعة عددها الكاردينالى أكبر من $[N_0]$. والطريقة لتوليد مجموعات غير محدودة أكبر وأكبر هو توليد جميع المجموعات الجزئية لمجموعة غير محدودة . ومجموعة جميع المجموعات الجزئية المفضلة لمجموعة غير محدودة سوف تكون مجموع عددها الكاردينالى أكبر من المجموعة الأصلية .

إن تأسيس نظام رياضى إستدلالى مجرد على مصطلحات غير معرفة ، والتي هى رموز جوفاء — ومسلمات غير مبرهنة له ميزة العمومية والكفاية . فعلى سبيل المثال المفهوم المجرد للمجموعة عام بدرجة كافية ليكون مفيد فى توحيد عددٍ من المفاهيم الأخرى فى كل من نظرية الأعداد ، والجبر ، والهندسة ، والتحليل . وكثير من التراكيب الرياضية المختلفة لها الخصائص الأربعة المشتركة مع المجموعة :-

- ١ — المجموعة هى مجموعة غير خالية من العناصر لها عملية ثنائية على عناصرها . والعملية الثنائية عبارة عن قاعدة للتأليف بين عنصرين فى المجموعة للحصول على عنصر فى نفس المجموعة .
- ٢ — يوجد عنصر محايد فى المجموعة وهو الذى إذا أرتبط بعنصر نتج نفس العنصر .
- ٣ — لكل عنصر فى المجموعة معكوس إذا ما أرتبط بالعنصر كان الناتج العنصر المحايد .
- ٤ — العملية الثنائية هى عملية تجميع .

إن كل نظام رياضى يبنى على أساس مصطلحات غير معرفة ، ومصطلحات معرفة ومسلمات ونظريات . وإذا كان للنظام الرياضى المجرد حد أقصى من الكفاية والفائدة فيجب أيضا أن يكون تام ، ومستقل ، وطبقى ، ومتسق .

فالنظام الرياضى يكون تام إذا كان من الممكن البرهنة على كل قضية أو دحضها عن المصطلحات غير المعرفة للنظام أو مسلماته . أما إذا كان هناك بعض القضايا غير المفصول فيها فإن النظام الرياضى يكون غير تام .

وفيما يختص بالكفاية ، يهتم بعض الرياضيين بالإستقلال المتبادل للبدهييات لنظام رياضى . فإذا كان من الممكن فى نظام رياضى البرهنة على مسلمة من المسلمات الأخرى فإن النظام فى هذه الحالة لا يكون نظام رياضى مستقل . إن النظام الرياضى المستقل هو نظام لا تشتق فيه إحدى مسلماته من مسلماته الأخرى . وعلى أية الأحوال فالإستقلال يعطى النظام الرياضى دقة منطقية وإختصار . ويبدو للرياضيين أكثر منطقية وخاصة الذين يبحثون منهم عن الدقة فى رياضياتهم . وأحيانا يكون من السهل أن يتعلم الطلاب الرياضيات إذا تضمن النظام الرياضى مسلمات غير مستقلة حيث يكون أكثر وضوحا وفهما . وهذا يعتبر صحيحا حيث أن برهنة نظرية ما فى نظام رياضى مستقل يعتبر فى منتهى الصعوبة ، ويتطلب تكتيكات رياضية فوق مستوى طلاب المرحلة الثانوية .

وقبل تعريف الطبقة فى نظام رياضى من المفيد أن نعطى تفسيرا رياضيا لكلمة النموذج . إن النموذج لنظام رياضى هو تفسير لمصطلحات النظام غير المعرفة التى تحول مسلمات النظام إلى عبارات صادقة . فيمكن أن يكون النموذج الرياضى تفسير فيزيقيا للمصطلحات غير المعرفة وللمسلمات ، أو يمكن أن يكون تفسير فى نظام رياضى آخر . ويكون النظام الرياضى طبقيا إذا كان كل زوج من نماذج النظام متشاكلين ، أى العناصر لأزواج النماذج تكون فى تناظر أحادى ، وتكون كل العلاقات بين العناصر فى كل نظام محفوظة بين الأنظمة .

وبينا الإكتمال ، والإستقلال ، والطبقية ليسوا ضروريين لصدق النظام الرياضى ، نجد أن الإتساق بين المسلمات هو خاصية هامة وحاسمة ويكون النظام متسقا إذا كان من غير الممكن إثبات نظرية ونقيضها من مسلمات النظام . فالبرهان على نظريتين متناقضتين يمكن أن يؤدي لمجموعة كبيرة من النظريات المتناقضة التى تضعف صدق ، وفائدة النظام الرياضى .

ولما كان من المستحيل فى معظم الأنظمة الرياضية أن نسرّد كل النظريات الممكنة فإن تعريفاً أقل صرامة وأكثر فائدة للإتساق يمكن صياغته كالآتى : — يكون النظام متسقا إذا أمكن إيجاد نموذج للنظام يحول جميع مسلماته إلى عبارات صادقة . وتنتج أحد المآزق المحبطة فى الرياضيات من الصعوبة المتناهية (وربما الإستحالة) فى بناء نظام رياضى غير مقيد ومتسق . وقد أثبت ك . جودل K.Gödel عام ١٩٣١ أن كل نظام رياضى يجب أن يكون غير تام . ولما كان القدرة على برهنة كل قضية أو دحضها ليس حيويًا بالنسبة للنظام الرياضى ، فإن هذا الإكتشاف لا يعتبر هادماً للأسس الرياضيات . ومع ذلك فإن هناك عدم إرتباط وتفكك فى أن نجد أحد قضايا جودل غير المفصول فيها فى أى نظام هو إتساق هذا النظام الرياضى .

وبحذف تعقيد وتكنيكية الرمزية في برهان جودل نجد أن الأساس البدهي للبرهان مشابه لما يأتي :-

- ١ - إذا كانت قضية ونقيضها قابلتين للبرهنة فإن القضية تكون غير متسقة . وبالتالي فإن النظام الرياضى الذى يحتوى هذه القضية يكون غير متسق .
- ٢ - إذا كانت قضية ونقيضها غير مفصول فيهما ، فإن إستحالة البرهنة أو الدحض لقضية ونقيضها يمكن أقامته . ونتيجة لذلك فإن إتساق القضية ونقيضها غير مفصول فيه ، وإتساق النظام الذى يحتوى القضية غير مفصول فيه أيضا .
- ٣ - إن عدم الفصل فى إتساق نظام رياضى لا يعنى عدم إتساق . ولكن يعنى عدم تحديد ما إذا كان النظام متسقا .

وقد وضع جودل أن كل نظام رياضى له قضايا غير مفصول فيها . وباستخدام العبارات (١) ، (٢) ، (٣) السابقة ، نجد أن إتساق كل نظام رياضى غير مفصول فيها . ولكن ما الغرض من الإشارة إلى عدم الدقة فى أسس الرياضيات ؟ أولا : يجب أن يعرف المعلم طبيعة الرياضيات وأسسها حتى لو كانت لا تصل إلى الدقة وخلال تاريخ الرياضيات نجد أن المحاولات لحذف النقاط غير الدقيقة قد قاد الرياضيين إلى إكتشاف وإبتكار أجزاء ضعيفة لرياضيات غاية فى الأهمية وذات فائدة كبيرة . وهناك عدد قليل من المشكلات فى أسس الرياضيات لها آثار ضئيلة إذا ما قورنت بالتطبيقات المتنوعة الكثيرة للرياضيات ، ثانيا : إن معلم الرياضيات الواعى المثابر الذى يعرف ما الرياضيات يمكن أن يظهر صبره فى مساعدة طلبة على فهم المفاهيم الرياضية التى يطلق عليها « واضحة » والتى قد أصابت عباقرة الرياضيين بالحيرة عبر التاريخ . فإذا لم يكن بمقدور كرونكر قبول العمليات الرياضية غير المحدودة ، وقادت أفكار كانتور عن المجموعات غير المحدودة إلى إصابته بإنهيار عصبي ، فلا يجب أن نتوقع أن طلابنا سوف يفهمون ويقبلون هذه الأفكار الرياضية وغيرها التى تركز فقط على تأكدنا من أن كل شئ صحيح . فالطلاب الذين يشكون فى صدق الطريقة غير المباشرة فى البرهان فى الهندسة يظهرون مستوى على من البدهة الرياضية . وبينما نجد بعض المعلمين يحاولون إخماد التفكير الناقد ، فإن المعلم الجيد سوف يقبل بل ويشجع الطلاب على إختبار الصدق الرياضى لبعض القضايا المألوفة .

المدخل الحديثة للرياضيات

منذ بداية الستينات ظهرت مشروعات لتطوير الرياضيات المدرسية وتنتج عنها كتب مدرسية تحتوى على بعض التطورات والمدخل الحديثة للرياضيات تم تدريسها فى مراحل ما قبل الجامعة . ومع بداية السبعينات بدأت تسمع أوجه لنقد « الرياضيات الحديثة » من عدد قليل من الرياضيين ومعلمى الرياضيات . وفى حوالى عام ١٩٧٥ أشارت الدراسات والبحوث التى أجريت أن الطلاب الذين يستخدمون كتب الرياضيات الحديثة لا يختلفون فى مستوى تحصيلهم عن الذين يدرسون

الرياضيات التقليدية . ومع ذلك أظهرت برامج الاختبارات على المدى الواسع أن طلاب الرياضيات الحديثة أقل أداء في المهارات الحسابية مقارنة بمن كانوا يدرسون الرياضيات التقليدية قبل ذلك وقد وجد كذلك أن نسبة كبيرة من الراشدين كانوا غير قادرين على حل مشكلات ومسائل تتضمن كسورا اعتيادية وعشرية . وعلى الرغم من أن هذا التخلف الواضح في المهارات الرياضية لا يمكن إرجاعه مباشرة إلى التغيرات التي حدثت في محتوى وطرق تدريس الرياضيات ، إلا أنه نشأ عنه موجه من النقد الموجه للرياضيات الحديثة والدعوة من جديدة إلى التأكيد على تدريس المهارات الأساسية .

وعلى الرغم من أن الكتب المدرسية للرياضيات الحديثة تحتوي تماما على بعض الرياضيات التي ظهرت في القرنين الماضيين ، إلا أنها لا تمثل تماما صورة دقيقة لطبيعة الرياضيات الحديثة . كثير من الناس ومن بينهم بعض مدرسي الرياضيات — يعتقدون خطأ أن الرياضيات التقليدية هي دراسة الحساب وأن الرياضيات الحديثة هي دراسة المجموعات .

هناك تقسيمات عديدة لمراحل التطور التاريخي للرياضيات . ويرى بعض المؤرخين ان الفترة قبل عام ١٨٠٠ تعتبر حقبة الرياضيات الكلاسيكية أو التقليدية ، بينما يعتبرون الفترة بعد عام ١٨٠٠ هي زمن الرياضيات الحديثة . ويعتقد البعض أن الرياضيات التي نمت في الفترة من عام ١٦٣٧ وهو تاريخ نشر كتاب ديكارت عن الهندسة التحليلية وحتى عام ١٨٠٠ يمكن أيضا اعتبارها فترة حديثة ، وذلك لأنها وضعت الأساس للابتعاد التام عن المعالجات الكلاسيكية والإعداد لاستخدام المداخل الحديثة في بناء الرياضيات .

وسنعرض فيما يلي طبيعة التطورات التي حدثت في أربعة مجالات رياضية هي : الحساب والجبر والهندسة والتحليل .

الحساب الحديث

بدأ الحساب الكلاسيكي قبل أن يسجل التاريخ عندما عرف البشر أنه توجد مجموعات تحتوي على أشياء أكثر مما تحتوي مجموعات أخرى ، وعندما بدأ العدّ البدائي ١ ، ٢ ، كثير . وقد شملت الطرق التقليدية في الحساب بناء خوارزميات بارعة لإجراء عمليات الضرب والقسمة ، والبحث عن تماثلات في أنواع ومجموعات معينه من الأعداد ، وعمل قوائم من الجداول العددية التي تساعد في إجراء العمليات الحسابية . ومن أمثلة تلك الطرق والمداخل غريبال ارتاوشينس لفصل الأعداد الأولية عن غيرها . وتتلخص غربلته هذه في أنه يسرد الأعداد الطبيعية لإبتداء من ٢ وحتى أى عدد آخر وليكن n ثم يبدأ بحذف كل ثاني عدد بعد العدد ٢ ثم كل ثالث عدد بعد العدد ٣ ثم كل خامس عدد بعد العدد ٥ .. وكل عدد ران بعد العدد الأول p^{th} .. وبذلك يحصل على الأعداد الأولية ابتداء من العدد العد ٢ وحتى العدد n

وهناك عاملان (تاريخيان) تسببا في تعطيل تطور الحساب وغيره من فروع الرياضيات وهما :
عدم وجود نظام فعال للترميز وصعوبة وربما انعدام الاتصال بين المكتشفين لنظريات جديدة مما أدى
إلى بقاء بعض الاكتشافات غير معروفة أو فقدانها تماما إلى أن تكتشف مرة أخرى بعد قرون طويلة
على يد رياضيين آخرين . وهناك احتمال أن يكون البابليون في حوالى ٧٠٠ قبل الميلاد قد اخترعوا
رمز للصفر ، وأن يكون قبائل ألمانيا في أمريكا الوسطى قد اكتشفته حوالى عام ٤٠٠ بعد الميلاد
دون معرفة بأعمال البابليين وإن كان المؤرخون يعزون فضل اكتشافه إلى الهنود في حوالى عام ٨٠٠
بعد الميلاد* . وقد قبل البابليون الأعداد السالبة واستخدموا قواعد الاشارات في بعض المسائل
الفلكية ولكن ذلك ظل مفقودا لقرون طويلة لدرجة أن بعض الرياضيين كانوا يرفضون قبول الأعداد
السالبة ضمن نظام الأعداد حتى عام ١٦٠٠ .

ويعود الفضل إلى الرياضى الألماني كارل جاوس Gauss (١٧٧٧ — ١٨٥٥) في تطوير نظرية
الأعداد . وينسب إلى جاوس قوله إن « الرياضيات ملكة العلوم وأن الحساب ملكة الرياضيات » .
وينظر بعض المؤرخين إلى جاوس على أنه أعظم الرياضيين في التاريخ . وكان يبحث في الرياضيات
لمتعة الشخصية فلم يكن ينشر نتائجه مما أدى إلى ضياع بعضها وإلى اكتشاف بعض نتائجه بواسطة
رياضيين آخرين ونسبتها إليهم رغم أنه كان أول من اكتشفها . وقد صادق جاوس — عن طريق
المراسلة رياضيا فرنسيا قدم نفسه تحت اسم السيد لبلان Monsieur Leblanc ثم اتضح بعد ذلك أنه
امرأة رياضية عبقرية اسمها صوفي جرمان Sophie Germain وأنها خشيت أن تقول إنها امرأة فلا يعتد
باننتاجها الرياضى** .

إن إحدى المشكلات الرئيسية التى ظهرت في الحساب العالى هى إيجاد حلول (من الأعداد
الصحيحة) للمعادلات التى تحتوى على أكثر من متغير (المعروفة باسم لمعادلات غير المعينة) وكان
أول من أشغل بها الرياضى الأغرقي ديوفانتس (حوالى ٢٥٠ بعد الميلاد) . وتسمى مثل هذه
المعادلات الآن المعادلات الديوفانتية . وقد أدت محاولات الرياضيين لحل المشكلة المعروفة باسم
« نظرية فرمات الأخيرة » التى تقول بأنه « لا يوجد حل في الأعداد الطبيعية للمعادلة الديوفانتية
 $x^n + y^n = z^n$ » إذا كان $n \in [n]$ عدداً طبيعياً أكبر من ٢ أدت هذه
المحاولات إلى كثير من التطورات في نظرية الأعدادية . ومازالت نظرية فرمات هذه فرضاً لم يتم
البرهان على صحته أو عدم صحته . ومن الطريف أن فرمات كتب في هامش مذكراته أنه وجد
برهاناً راعى نظريته ولكن الهامش لا يتسع لكتابته .. وهكذا مازال هذا البرهان في طي الكتمان

* يرجع الفضل إلى العرب في استخدام رمز الصفر ضمن النظام العدى العشرى الحالى . كما أن كلمة الصفر ونظيراتها الأجنبية مثل Zero
وغيرها .. ترجع إلى أصل عربى تماما .

** يرى مؤلف هذا الكتاب أن إبعاد النساء عن الرياضيات كان سببا في تأخر تطور الرياضيات .

أحد فروع الحساب الحديث الذى أنبثق عن التحليل الديوفانتى هو نظرية التطابقات Congruences التى أنشأها جاوس . فقد عرف جاوس أن عددين صحيحين يكونان متطابقين بالنسبة لعدد طبيعى مقياس n [n] إذا كان الفرق بينها يقبل القسمة على n [n] . فمثلا فى حالة $n = 3$ [$n = 3$] فإن العددين ١ ، ١٢١ | يكونان متطابقين مقياس ٣ لأن $121 = 1 - 120$ يقبل القسمة على ٣ وتكتب بالصورة $1 \equiv 121 \pmod{3}$ (مقياس ٣)

ومن الواضح أن: وكل عدد فى المجموعة [$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots$] يكافئ ١ مقياس ٣
وكل عدد فى المجموعة [$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots$] يكافئ ٢ مقياس ٣ .

وكل عدد فى المجموعة [$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots$] يكافئ صفر مقياس ٣

وهذه المجموعات الثلاث غير المنتهية يمكن أن تمثل بالرموز [0] ، [1] ، [2] فقد جزأ التكافؤ مقياس ٣ مجموعة الأعداد الصحيحة إلى ثلاث مجموعات جزئية تُسمى صفوف متكافئة . كال أعداد الصحيحة فى الصف [0] تعتبر متكافئة ، وكذلك الحال فى كل من [1] ، [2] . إن تجزئ مجموعة معناها فضلها إلى مجموعات جزئية بحيث أن كل عنصر من المجموعة يظهر مرة واحدة فى مجموعة جزئية واحدة . وكل مقياس لعدد طبيعى n [n] يجزئ مجموعة الأعداد الصحيحة إلى n [n] من الصفوف المتكافئة . ومن الممكن تعريف عمليات على هذه الصفوف المتكافئة ودراسة خواصها الجبرية ، وهذا يقودنا من الحساب الحديث إلى الجبر الحديث . وقد درس جاوس وغيره معادلات تحتوى على متغيرات ومتكافئات مقياس n [n] . فمثلا المعادلة $s^2 + s \equiv 2 \pmod{3}$ (مقياس ٣) حلها هو $s = [1]$ لأن

$$[1]^2 + [1] = [2] \text{ if we define } [2] = [1] + [1] \text{ وذلك إذا عرفنا}$$

$$[1] \times [1] = [1 \times 1] = [1], \text{ and } [1] = [1 \times 1] = [1] \times [1]$$

$$[1] + [1] = [1 + 1] = [2]. \quad [2] = [1 + 1] = [1] + [1]$$

ودراسة الصفوف المتكافئة للأعداد الصحيحة مقياس n [n] ، مع عمليات الجمع والضرب عليها ، مهمة فى الجبر الحديث لأنها توفر طريقة للدراسة غير المباشرة لخواص مجموعة الأعداد الصحيحة غير المنتهية والعمليات عليها من خلال مجموعات منتهية من الصفوف المتكافئة .

وتمثل جهود الرياضيين فى إنماء أصول منطقية لنظام الأعداد الحقيقية مبنية على المسلمات مثلا آخر للمدخل الحديث لدراسة الأعداد . لقد رأينا أن الأعداد الطبيعية نموذج يجسد مسلمات بيانو (Peano) وأن حساب المقياس هو تميم لحساب الأعداد الصحيحة . وبداية بالأعداد الطبيعية كما هى معرفة لمسلمات بيانو ، يمكن تعريف الأعداد الصحيحة التى تحتوى على الأعداد الصحيحة السالبة:

كأزواج مرتبة من الأعداد الطبيعية . وعملية التمثيل بأزواج مرتبة لا تصلح لإنشاء الأعداد الحقيقية . ومع ذلك يمكن تعريف الأعداد الحقيقية كمجموعة من الأعداد التي هي نهايات لمتتابعات غير منتهية معينة وهي متتابعات كوشي Cauchy والمسماه باسم الرياضى الفرنسى أوجوستين لويس كوشى (١٧٨٩ — ١٨٥٧) أحد رواد العصر الحديث للرياضيات كذلك يمكن تعريف الأعداد الحقيقية كقطوعات ديدكند Dedekind للأعداد النسبية الى مجموعتين غير منتهيتين متمايزتين . وسميت القطوعات باسم صاحبها ريتشارد ديدكند (١٨٣ — ١٩١٦) الرياضى الألمانى . وهذه الأعمال التى تستخدم العمليات غير المنتهية تفودنا من مجال الحساب إلى مجال التحليل الرياضى . وأخيرا يمكن أن تعرف الأعداد المركبة كأزواج مرتبة من الأعداد الحقيقية .

ومع التوسع من الأزواج المرتبة إلى نويات مرتبة من الأعداد الحقيقية نصل إلى مفهومات جديدة أكثر عمومية من الأعداد الحقيقية مثل المتجهات .. وهكذا نتقل من الحساب إلى الجبر والهندسة والتحليل .

مرة أخرى نجد صعوبة العمل فى مجال واحد من الرياضيات . ومن الغريب أن نجد فى تاريخ الرياضيات أن الأعداد لم تبنى أصوليا فى تتابع زمنى مرتب من الأعداد الطبيعية وحتى المتجهات النونية المعممة . فقد أرسى الرياضيون قضية الأعداد المركبة قبل بناء الأعداد السالبة على أسس صلبة بسنين عديدة .

وبداية بتعريف الأعداد الطبيعية عن طريق مسلمات بيانو ، يمكن تعريف الأعداد الصحيحة كأزواج مرتبة (m, n) من الأعداد الطبيعية ، وبتعبير أدق كفضول تكافؤ من الأزواج المرتبة . فيعرف الصفر (.) على أنه مجموعة كل الأزواج المرتبة من الأعداد الطبيعية على الصورة (k, k) أى .

$$\{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), \dots, (k, k), \dots \}$$

$$\{ (1, 1), (2, 2), (3, 3), \dots, (k, k), \dots \}$$

العدد $(+ 5)$ هو مجموعة كل الأزواج المرتبة على الصورة $(m, m + 5)$ أى

$$\{ (1, 6), (2, 7), (3, 8), \dots, (m, m + 5), \dots \}$$

$$\{ (1, 6), (2, 7), (3, 8), \dots, (m, m + 5), \dots \}$$

وكل زوج فى المجموعة يكافئ زوج اخر فيها . والعدد الصحيح السالب عبارة عن مجموعة من الأزواج المرتبة من الأعداد الطبيعية يكون العنصر الأول فى الزوج أصغر من العنصر الثانى بينما الأزواج المرتبة التى تمثل عدداً موجباً يكون فيها العنصر الأول أكبر من العنصر الثانى . ويمكن تمثيل

المجموعات بالصورة $[m, n]$ ويكون الزوجان $[m, n]$ و $[p, q]$ متكافئان إذا كان $m + n = p + q$. ويستخدم هذا التعبير

يعرف الجمع والطرح في الأعداد الصحيحة كالآتي

$$[m, n] + [p, q] = [m + p, n + q]$$

$$[m, n] - [p, q] = [m + q, n + p]$$

$$[m, n] + [p, q] = [m + p, n + q]$$

$$[m, n] - [p, q] = [m + q, n + p]$$

فمثلا

$$[3, 11] = [1 + 2, 6 + 5] = [1, 6] + [2, 5]$$

$$\text{So, } [5, 2] + [6, 1] = [5 + 6, 2 + 1] = [11, 3]$$

$$\text{أى } [8] = [5] + [3]$$

$$[3] + [5] = [8]$$

$$\text{وأیضا } [8, 6] = [6 + 2, 1 + 5] = [1, 6] - [2, 5]$$

$$\text{and } [5, 2] - [6, 1] = [5 + 1, 2 + 6] = [6, 8]$$

$$\text{أى } [2-] = [5] - [3]$$

$$[3] - [5] = [-2].$$

والأعداد الطبيعية مغلقة تحت عمليتي الجمع والضرب ولكنها ليست مغلقة تحت عمليتي الطرح والقسمة ، والأعداد الصحيحة مغلقة تحت عملية الجمع وليست مغلقة تحت عملية القسمة .

ويمكن تعريف مجموعة الأعداد النسبية كصفوف متكافئة من أزواج من الأعداد الصحيحة العدد النسبي $\frac{p}{q}$ حيث $q \neq 0$ صفر $\left[\frac{p}{q} \text{ where } q \text{ is not zero} \right]$ $\{ \dots, (p, q), \dots \}$

$\{ \dots, (p, q), \dots \}$ والتي يمكن التعبير عنها بالصورة $[(p, q)]$. وإذا كان p و q أوليين بالنسبة لبعضهما فإن المجموعة $\{ \dots, (p, q), \dots \}$ تحتوي على كل أزواج الأعداد الصحيحة التي على الصورة $[(\pm np, \pm nq)]$ حيث n أى عدد طبيعى . العدد النسبي

$[(p, q)]$ يكافئ $[(r, s)]$ إذا كان $ps = rq$ $[p, q]$ is equivalent to $[r, s]$ if $ps = rq$

وتعرف العمليات كالآتي :

$$[(p, q)] + [(r, s)] = [(p + r, q + s)]$$

$$\frac{p}{q} \text{ and } \frac{r}{s} = [p, q] + [r, s] \text{ is } [ps + qr, qs]$$

$$[p, q] + [r, s] = [p+r, q+s] = [p, q] + [r, s]$$

and the difference is $[ps - qr, qs]$.

$$[p, q] \times [r, s] = [pr, qs]$$

The product $[p, q] \times [r, s] = [pr, qs]$ and

$$[p, q] \div [r, s] = [ps, qr]$$

$$[p, q] \div [r, s] = [ps, qr].$$

وكما هو الحال في الأعداد الصحيحة ، فإن الأعداد النسبية مغلقة تحت عمليات الجمع والطرح والضرب وبالإضافة إلى ذلك فهي مغلقة تحت عملية القسمة مع استبعاد القسمة على الصفر .

وكمثال للعمليات الحسابية أعتبر العددين $[5, 2] = \frac{2}{5}$ ، $[7, 3] = \frac{3}{7}$ ،

$$[7, 3] + [5, 2] = [\frac{3}{7} + \frac{2}{5}, 1] = [\frac{3 \cdot 5 + 2 \cdot 7}{7 \cdot 5}, 1] = [\frac{15 + 14}{35}, 1] = [\frac{29}{35}, 1]$$

$$[7, 3] \div [5, 2] = [\frac{3}{7} \div \frac{2}{5}, 1] = [\frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 2}, 1] = [\frac{15}{14}, 1]$$

وأما الأعداد الحقيقية فلا يمكن تعريفها كأزواج مرتبة من الأعداد النسبية . أحد التعاريف هو أن العدد الحقيقي عبارة عن صف متكافئ من متتابعات كوشي غير المنتهية من الأعداد النسبية . ومتتابعة كوشي عبارة عن متتابعة تقترب حدودها من بعضها مع توالي المتتابعة . ومتتابعة كوشي شبيهة بمتتابعة تقاربية ورغم ذلك فهناك فروق دقيقة بينهما . فالمتتابعة التقاربية عبارة عن متتابعة تقترب حدودها من عدد معين ، يُسمى نهاية المتتابعة ، وذلك مع توالي المتتابعة . ويمكن أن يتضح الفرق بين النوعين من المتتابعات في المثال التالي : لتكن $[R]$ مجموعة كل الأعداد النسبية ولتكن $[S]$ مجموعة كل الأعداد النسبية من غير الأعداد الصحيحة .

$$\text{المتتابعة } \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots \quad \frac{1}{1+n}, \dots, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$$

تقارب إلى العدد الطبيعي الذي ينتمي إلى $[R]$. وهذه المتتابعة تقاربية في $[R]$ لأن لها نهاية في $[R]$ وهي أيضا متتابعة كوشي في $[R]$

ولكن هذه المتتابعة ليست تقاربية بالنسبة إلى $[S]$ وذلك على الرغم من أنها متتابعة كوشي في $[S]$

انها لا تتقارب في ك [S] لأن العدد الوحيد المرشح لنهايتها هو العدد ١ وهو ليس عنصراً في ك [S] وهذا المثال يوضح النظرية العامة التي تقول بأن : كل متتابعة تقاربية هي متتابعة كوشي ولكن ليس كل متتابعة كوشي تكون تقاربية .

يمكن أن نبين أن متتابعة الأعداد النسبية التالية متتابعة كوشي ولكن ليس لها نهاية في مجموعة

الأعداد النسبية : $\left(\frac{3}{2}\right)^1, \left(\frac{4}{3}\right)^2, \left(\frac{5}{4}\right)^3, \left(\frac{6}{5}\right)^4, \dots, \left(\frac{n+1}{n}\right)^n, \dots$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2, \left(\frac{4}{3}\right)^3, \left(\frac{5}{4}\right)^4, \left(\frac{6}{5}\right)^5, \dots, \left(\frac{n+1}{n}\right)^n, \dots$$

فنهاية هذه المتتابعة هي العدد غير النسبي (هـ) [e] الذي هو أساس اللوغاريتمات الطبيعية وكثير الاستخدام في التفاضل والتكامل .

كثير من متتابعات كوشي المختلفة يكون لها نفس النهاية . فمثلا اعتبر المتتابعات التالية :

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots \quad \dots, \frac{1}{1+\nu}, \dots, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \dots, \frac{n+1}{n}, \dots \quad \dots, \frac{1+\nu}{\nu}, \dots, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{1}$$

$$\frac{1+k}{\nu}, \frac{2+k}{\nu}, \frac{3+k}{\nu}, \dots, \frac{k+\nu}{\nu} \quad \text{حيث ك ثابت}$$

$$\frac{1+k}{n}, \frac{2+k}{n}, \frac{3+k}{n}, \dots, \frac{n+k}{n}, \dots \quad (\text{for } k \text{ a constant})$$

كل المتتابعات الثلاث السابقة تتقارب إلى العدد الحقيقي واحد . ولأي عدد حقيقي يمكن تكوين عدد لا نهائي غير منته من المتتابعات التي تتقارب إلى r . ومن ثم فإن العدد الحقيقي r [r] يعرف على أنه فصل متكافئ يحتوي على كل المتتابعات التي تتقارب إلى r [r] إذا تقاربت متتابعات كوشي التي تنتمي إلى فصل متكافئ إلى عدد ليس نسبياً . فإن عدداً غير نسبي يمثل بهذا الفصل المتكافئ وحيث أن المتتابعات غير المنتهية يمكن أن تجمع وتطرح وتضرب وتقسم ، فإن هذه العمليات يمكن أن تعرف على متتابعات كوشي فنتيجة حساب للأعداد الحقيقية معرفاً بهذه الطريقة .

وقد يميل الرياضيون الذين يجوبون العمل بالمتتابعات غير المنتهية إلى استخدام متتابعات لتعريف الأعداد الحقيقية . ومع ذلك فإن المشتغلين بنظرية المجموعات يفضلون طريقة ديدكند الذى عرف الأعداد الحقيقية على أنها تجزيئات لمجموعة الأعداد النسبية . فقد اعتبر ديدكند الأعداد النسبية على أنها نقاط على خط الأعداد . ولاحظ أن كل عدد نسبي « يقطع » خط الأعداد إلى جزئين بحيث أن جزئى الخط الأيسر أو الأيمن يحتوى على العدد النسبي الذى أحدث القطع . فمثلا $\frac{7}{8}$ يقطع خط الأعداد إلى مجموعتين من الأعداد النسبية احدهما تضم الأعداد النسبية الأقل من $\frac{7}{8}$ والأخرى تضم الأعداد النسبية الأكبر من $\frac{7}{8}$. فإذا ضم العدد $\frac{7}{8}$ إلى مجموعة الأقل فإن مجموعة الأكبر لا يكون لها عدد نسبي أصغر . وإذا ضم العدد $\frac{7}{8}$ إلى مجموعة الأكبر فإن مجموعة الأقل لا يكون لها عدد نسبي أكبر .

ويمكن بناء هاتين الحقيقيتين بملاحظة أنه إذا كان r هو العدد النسبي الأكبر في مجموعة الأقل وكان s هو العدد النسبي الأصغر في مجموعة الأكبر ، فإن العدد النسبي $\frac{r+s}{2}$ لا ينتمى لأى من المجموعتين . وهذا يناقض تعريف القطع . وقد لاحظ ديدكند أن بعض القطوعات على خط الأعداد ينتج عنها مجموعات دنيا بدون عدد نسبي أكبر ومجموعات عليا بدون عدد نسبي أقل . وهذه القطوعات تنتج ثقبوا في خط الأعداد . وقد عرف ديدكند الأعداد غير النسبية على أنها تلك الأعداد التى تملأ هذه الثقوب والنتيجة هى وجود خط أعداد مستقل . وكمثال لقطع خلال ثقب في خط الأعداد ، أعتبر تجزئى خط الأعداد إلى مجموعتين : احدهما دنيا يحتوى على كل الأعداد السالبة والموجبة النسبية التى مربع كل منها أقل من 5 ، والمجموعة الأخرى (العليا) كل بقية الأعداد النسبية . حيث أن المجموعة الدنيا لا تحتوى على عدد نسبي يمثل الحد الأعلى يعرف عددا نسبيا يسمى $\sqrt{5}$. ومع التركيز الكافى للنتائج المختلفة التى يتم الحصول عليها عند العمل بالأعداد الموجبة والسالبة فإنه يمكن تعريف الأربع عمليات الحسابية على قطوع ديدكند — فمثلا يمكن تعريف جمع قطوع ديدكند كالآتى :

ليكن r العدد الحقيقى المعروف بالقطع الذى يقسم الأعداد النسبية إلى مجموعتين دنيا r_1 و R_1 وعليها r_2 ، وليكن s العدد الحقيقى المعروف بالقطع الذى يحدث المجموعتين L ، L_1 ، L_2 . $[S_1 \text{ and } S_2]$. بذلك يكون $L + r$ هو القطع الذى مجموعته الدنيا تحتوى الأعداد النسبية $a + b$ حيث a تنتمى إلى r_1 ، b تنتمى إلى L_1 ، $a + b$ where a belongs to $[r_1 \text{ and } b \text{ belongs to } R_2]$. فمثلا $2 + 3$ هو القطع الذى مجموعته الدنيا تحتوى على كل المجاميع النسبية $a + b$ حيث a أقل من -3 ، b أقل من 2 . $[a + b \text{ where } a < -3 \text{ and } b < 2]$

$$١ = ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩ + ١٠$$

$$(١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩ + ١٠) = ١٠(١٠ + ١) = ١١٠$$

$$= ١٠٠ + ١٠ = ١١٠$$

$$\begin{aligned} (j + k)(1 + 2i + k) &= j + 2ji + jk + k + 2ki + k^2 \\ &= j - 2k + i + k + 2j - 1 \\ &= -1 + i + 3j - k \end{aligned}$$

However,

$$\begin{aligned} (1 + 2i + k)(j + k) &= j + k + 2ij + 2ik + kj + k^2 \\ &= j + k + 2k - 2j - i - 1 \\ &= -1 - i - j + 3k \end{aligned}$$

ويستخدم جبر المتجهات وهندسة المتجهات وتحصيل المتجهات أعداد أكثر عمومية وهي نويات من الأعداد الحقيقية . ومجموعات نويات من الأعداد الحقيقية لا عمليات حسابية تعرف عليها ولها تركيبات جبرية مثل الزمرة والحلقة . ويمكن التعميم إلى ما بعد النويات إلى مصفوفات $n \times m$ ويعتبر البعض المصفوفات صوراً من الأعداد ولكن لها تفسيرات أكثر فائدة وهي أنها

تحويلات . فمثلاً المصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ تحول الزوج $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ إلى الزوج الجديد $\begin{bmatrix} 2x + 1y \\ 3x + 7y \end{bmatrix}$ وذلك بحسب تعريف ضرب المصفوفات .

وللنويات المرتبة تفسيرات هندسية كما هو الحال في حالة الأزواج المرتبة والتي تمثل بنقط في المستوى ، والثلاثيات المرتبة والتي تمثل بنقط في الفضاء ثلاثي البعد . ومن الواضح صعوبة تطور لنويات في فضاء نوني البعد .

وعلى الرغم من أن هذه الأمثلة ترتبط بالحساب إلا أننا نحررنا في مجالات عديدة من الرياضيات .

الجبر الحديث

الفرق الأولى بين الجبر الكلاسيكي والجبر الحديث يوجد في طبيعة عناصر الجبر والمدخل إلى صياغة وحل المشكلات الجبرية . فعناصر الجبر الكلاسيكي هي الأعداد أو النقاط . بينما رجال الجبر الحديث يعتبرون الجبر نظاماً مجرداً واستنباطياً ومبنياً على أسلوب المسلمات . لا تعرف عناصر الجبر الحديث على أنها أعداد أو نقاط ، ولكنها مجردات يمكن أن تفسر بطرق متعددة متفقة مع مسلمات

النظام . والاسئلة التي كان يواجهها الجبر الكلاسيكى كانت متعلقة بأشياء محسوسة ، وكانت الأجابة عليها تتم بطرق مناسبة لمشكلات معينة أو مجموعة من المشكلات . ومع ذلك فإن هذه الطرق لم تكن بالضرورة مفيدة في حل المشكلات . ومع ذلك فإن هذه الطرق لم تكن بالضرورة مفيدة في حل مشكلات ذات طبيعة أكثر عمومية .

فمثلا مسلمات الزمرة صحيحة بالنسبة لمجموعة الأعداد الصحيحة (مع عملية الجمع) ، وهى أيضا صحيحة لبنيات رياضية وفيزيائية أخرى كثيرة مثل مجموعات معينة من التحويلات في الهندسة وفي الفيزياء . والرياضى الحديث يعبر ويبرهن على نظريات على الصورة : « في الزمرة صواب العبارة q » $[p]$ يؤدي إلى صواب العبارة q . ثم يدرس نظما رياضية وفيزيائية بالبحث عن بنيات للزمرة . فأى نظام أينما وجد قد يكون في الالكترونيات أو الكيمياء أو الهندسة) والذى يثبت أنه يحقق مسلمات الزمرة فإنه بالتالى يمتلك كل خواص الزمرة التى أثبتت في نظريات الزمرة (وهى بصورة مجردة) . ولكن رجل الرياضيات الكلاسيكية الذى عبر عن نظرياته على الصورة . « في الأعداد الصحيحة ، صواب العبارة q » $[p]$ يؤدي إلى صواب العبارة q لا يقدر أن يستخدم تلك النظريات في أى بنية رياضية أخرى غير بنية الأعداد الصحيحة .

والرياضى الحديث يعرف ، عادة بنيات رياضية شديدة العمومية وهو يبرهن نظريات خاصة بتلك البنيات ، ويبحث عن نظم رياضية أو فيزيقية معينة تمتلك تلك البنيات ويطبق نظريات البنيات العالمة على بنيات خاصة . وبتعبيرات رياضية فإن الرياضيين يبحثون عن أسومورفيزمات (تناظرات أحادية تحافظ على العمليات) بين النظم الرياضية والفيزيقية . هذا المدخل طريقة أكثر فائدة وفعالية لمحاولة حل المشكلات في الرياضيات والعلوم . ويسمى الجبر التقليدى أحيانا الحساب المعمم لأن نظرياته وبنيته مبنية على الأعداد الحقيقية .

تعتبر هيباتيا Hypatia أول امرأة معروفة في تاريخ الرياضيات وقد عاشت في مدينة الاسكندرية وتأثرت في أعمالها الجبرية بديوفانتس الذى كان أول رياضى يستخدم الاختصارات بدلا من الكلمات والمناقشات المطولة في الجبر . ومنذ زمن هيباتيا* وحتى القرن السادس عشر تقدم علم الجبر ببطء إلا أنه ظهر كعلم مستقل++ على يدى العرب والمسلمين الذين تأثروا بأعمال الهنود ويمثل القرنان السادس عشر والسابع عشر دراسات وأبحاث مثمرة في علم الجبر ومع ذلك فتعتبر هذه الفترة بداية نهاية الجبر الكلاسيكى ففي هذين القرنين قدم كثير من الرياضيين أعمالا جادة منها إيجاد طرق لحل معادلات من درجات معينة لها خواص محددة مثل طرق نيكولو فونتاننا Fontana الشهير باسم تارتاجليا (١٥٠٠ - ١٥٥٧) وجبر ولامو كاردان Caradano (١٥٠١ - ١٥٧٦) ولودوفيكو فرارى Ferrari (١٥٢٢ - ١٥٦٥) .

* اغتيلت هيبيا في حوالى عام ٤١٥ ميلادية وهى ابنة الرياضى السكندرى ثيون الذى عاش في اواخر القرن الرابع الميلادى .

++ اشتقت كلمة Algebra من كتاب الخوارزمى « الجبر والمقابلة » الذى ألّفه في القرن التاسع الميلادى .

وبينا من الثابت أن الرياضيين الإيطاليين أوجدوا حلوًا مضبوطة لأي معادلة من الدرجة الثالثة ، إلا أنه يوجد خلاف في الرأي عن الذي ينسب إليه الفضل في أنه أول من أوجد هذا الحل . وتروى أدناكرامر Kramer في كتابها Nature and Growth of Modern Mathematics المؤلف عام ١٩٧٠ قصة التالية مؤداها أنه في حوالي عام ١٥٣٥ أقترح انتوني ما ربوفور Fior من بولونيا مسابقة رياضية . وكان على كل متسابق أن يودع رهاناً وأن المتسابق الذي يحل المسائل ، وعددها ثلاثون والتي يقترحها منافسة يكسب كل الرهان . وتعطى فرصة ثلاثين يوماً لحل المسائل المقترحة . كان فيور قد تعلم أن يحل نوعاً معيناً من معادلات الدرجة الثالثة من معلمة دل فيرو Fero (١٤٦٥ — ١٥٢٦) ومن المعتقد أن فرو قد حصل على طريقة حل هذا النوع من المسائل من مصادر عربية . وكان منافس فيور في هذه المسابقة أستاذ رياضيات من فينسيا هو تارتاجليا* . وقد شك تارتاجليا في أن أسئلة المسابقة سوف تكون عن حل معادلات الدرجة الثالثة ، فوضع قانوناً لحل معادلات الدرجة الثالثة . وبالتالي أجاب عن كل الأسئلة التي وضعت له . ثم أعطى فيور أسئلة تتضمن معادلات من الدرجة الثالثة ولكن من نوع غير الذي يعرفه فيور وبذلك لم يتمكن فيور من النجاح في المسابقة . وقد وضع فرارى — الذى كان تلميذاً لكارادان — قانوناً لحل المعادلة العامة من الدرجة الرابعة . وتتضمن طريقته استخدام تعويضات وتبسيطات يستخدم فيها حل معادلة الدرجة الثالثة لحل معادلات الدرجة الرابعة . وكانت طريقة تارتاجليا لحل معادلات الدرجة الثالثة هو استخدام تحويلات وإختراعات يستخدم فيها قانون حل معادلات الدرجة الثانية .

وعلى الرغم من محاولات كثير من الرياضيين . قبل فرارى — لحل معادلات الدرجة الخامسة ، فقد ظل الأمر مشكلاً إلى أن أستقر على يدى لاجرانج Lagrange ، روفينى Ruffini ، وإبل Able وجالوا galois فبينما كان لاجرانج (١٧٣٦ — ١٨١٣) يحاول حل معادلة الدرجة الخامسة بتحويلها إلى معادلات أقل منها درجة وجد أن الأمر تحول إلى الحاجة إلى حل معادلة من الدرجة السادسة . وعندئذ توقف عن محاولاته . وترك الموضوع لأبل وجالوا ليقوما بانقلاب حميد في الجبر التقليدى .

في أوائل القرن التاسع عشر أثبت بطريقة مستقلة — كل من الرياضى النرويجى آبل والفيزيائى الايطالى فورينى استحالة إيجاد حل عام للمعادلات العامة الأعلى من الدرجة الرابعة . وقد شجع عمل آبل الرياضى الفرنسى جالوا أن يبحث عن الشروط اللازمة لحل معادلة كثيرة الحدود بواسطة كميات جذرية . ولحسن الحظ وجد هذه الشروط في نظرية الزمرة والحقل وذلك قبل أن يقضى نحبة في مبارزة وهو في سن الحادية والعشرين . وتنص النظرية الأساسية في الجبر التي وضعها جالوا على الآتى : « تكون معادلة ما قابلة للحل بكميات جذرية إذا وفقط إذا كانت زمرتها ، في حقل خوارجها ، قابلة للحل » .

* تارتاجليا تعنى المتعلم ، واشتهر فونتانا باسم تارنجليا لأنه أصيب بمرض أدى إلى تلعنمه أثناء نهب الفرنسيين لموطنه الأصل .

القوانين المستخدمة لحل المعادلات من الدرجة الرابعة فأقل تستخدم معادلات كثيرات الحدود المتضمنة في المعادلات بالإضافة إلى العمليات الحسابية الأربعة وإيجاد الجذور . والمعادلة التي تحل باستخدام قانون بختوى فقط على العمليات الحسابية والجذور تسمى معادلة قابلة للحل بواسطة الكميات الجذرية . إن جالوا لم يثبت بأنه لا توجد معادلة أعلى من الدرجة الرابعة يمكن أن تحل . ولكنه أثبت أنه لا توجد قوانين عامة تحوى على عمليات حسابية ، بعض المعادلات من الدرجات العالية تحل باستخدام الدوال المثلثية . كذلك من الممكن إستخدام الكومبيوتر لإيجاد حلول تقريبية على درجة كبيرة من الدقة — لأى معادلة غير قابلة للحل بواسطة الكميات الجذرية .

وهناك العديد من الرياضيين أضافوا الكثير لأعمال الرواد الجبرية العظيمة . وواحد من هؤلاء البارزين إيمى نويذر Noether (١٨٢٢ — ١٩٣٥) الرياضية الألمانية التي حاضرت بدلا من أبيها الرياضى نويذر بعض الوقت في جامعة إرلانجن ثم بعد ذلك كانت استاذة بجامعة جوتينجن . ومن بين أعمالها الرئيسية بحوث في نظرية الحلقات وخاصة الحلقات المعروفة باسمها (Noetherian rings) . وامتد عملها كثيرا على أيدى تلاميذها .

وخلاصة القول إن : الجبر التقليدى (الكلاسيكى) هو حساب معمم حيث بنيت خوارزميات (طرق) معينة لحل مشكلات محددة . ولكن الجبر الحديث هو نظام من الرياضيات مبنى على مسلمات ويتضمن الجبر التقليدى كواحد من بين النماذج المتعددة لمصطلحاته غير المعرفة وتعريفه ومسلّماته ومبرهاناته .

الهندسات الحديثة

يتضح الفرق بين المداخل الكلاسيكية والحديثة للهندسة في البناء العام والوحدوى للهندسات الحديثة مقارنا بهندسة عصر اقليدس ذات البديهيات والمسلمات المحددة . وكان الإكتشاف بأن الهندسات المتفقة منطقيا والمتناقضة بالنسبة لبعضها البعض يمكن بأن تفترض وأن تطبق في الرياضيات والعلوم — كان هذا الاكتشاف علامة النهاية لعصر الهندسة الحدسية الكلاسيكية . ومع ذلك فإن الهندسة المستوية التقليدية التي بناها الأغريق قبل عام ٣٠٠ قبل الميلاد مازالت تدرس ، مع تغيرات بسيطة في تركيبها ، في المدارس حتى الآن . والهندسة التي نظمها أقليدس أحد أساتذة مدرسة الاسكندرية في حوالى عام ٣٠٠ قبل الميلاد هي البنية الأساسية لكل نظم الرياضيات الحديثة . فالأساس المبنى على المسلمات الذى وضعه الأغريق للهندسة هو أول مثال جوهرى للمدخل الاستنباطى المدقق في تاريخ الرياضيات . وقد بنى أقليدس هندسته على خمسة أفكار عامه سميت بديهيات وخمس مسلمات . ورغم أن الرياضيين حاليا لا يفرقون بين البديهية والمسلمة ، ولكن الأغريق كانوا ينظرون إلى البديهية على أنها فكرة عامة أو حقيقة مقررّة ينبغي أن تقبل بسبب طبيعة منطق الفكر الإنسانى . وكانوا ينظرون إلى المسلمة على أنها فكرة أكثر تحديدا لها أسس في الأفكار الهندسية . وطبقا لبعض كتب تاريخ الرياضيات فقد كانت صاغات بديهيات اقليدس ومسلماته للهندسة المستوية كمايلي :

بدييات (أفكار عامة) :

- (١) الأشياء المساوية لنفس الشيء تكون متساوية .
- (٢) إذا أضيفت متساويات إلى متساويات كانت النواتج متساوية .
- (٣) إذا طرحت متساويات من متساويات كانت النواتج متساوية .
- (٤) الأشياء التي تطابق أحدها الآخر تكون متساوية .
- (٥) الكل أكبر من الجزء .

مسلمات :

- (١) يمكن رسم خط مستقيم من نقطة لأخرى .
- (٢) يمكن مد أى مستقيم محدود على استقامته بصفة مستمرة .
- (٣) جميع الزوايا القائمة متساوية .
- (٤) تتحدد الدائرة بمعلومية مركز ومسافة .
- (٥) إذا قطع مستقيم مستقيمين بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين في جهة واحدة من القاطع أقل من قائمتين ، فإن المستقيمين إذا مدا يتقابلان في هذه الجهة من القاطع .

وتعرف المسلمة الخامسة باسم « مسلمة التوازي » . والتي لها صياغة بديلة نصها « يمكن رسم مستقيم واحد وأحد فقط موازيا لمستقيم معلوم وعبر نقطة معلومة خارج المستقيم المعلوم وفي نفس المستوى » .

وهناك أوجه نقد قدمت عن بدييات ومسلمات اقليدس . فمثلا لا بد من صياغة أفضل للمسلمة الأولى لكي تصبح « يمكن رسم مستقيم واحد وواحد فقط يصل بين أى نقطتين » . ويتضح عدم اكتمال هندسة اقليدس في أنه لا يمكن البرهنة أو عدم البرهنة باستخدام بديياته ومسلماته فقط — على أن كل المثلثات متساوية الساقين .

وأنه ولم يرتح كثير من الرياضيين إلى قبول المسلمة الخامسة وحاولوا المدة تقترب من ألفى عام بعد اقليدس للبرهنة على تلك المسلمة استنادا إلى البدييات والمسلمات الأخرى ولكنهم فشلوا في ذلك . وكان ممن حاول ذلك أرشميدس (٢٨٧ — ٢١٢ ق م) وهيباركوس (١٨٠ — ١٢٥ ق م) وغيرهم . ولم يحدث تقدم في هذه الأمر حتى القرن السابع عشر .

في النصف الأول من القرن السابع عشر حدث تطور هام في الهندسة التقليدية عندما ابتكر ديكارتر وفرمات الهندسة التحليلية بمحاور متعامدة حيث ربطوا الجبر بالهندسة . وبعد حوالي ٢٠٠ سنة عمم جاوس الهندسة الاحداثية بأن قدم محاور إحداثية غير متعامدة . وقد بنى جاوس هذه

الاحداثيات العامة للسطوح في الفضاء لتساعده في حل مشكلة عملية حيث كان يقوم بمسح جيوديسي Geodetic لبعض الأراضي الألمانية .

وبدأ عصر الهندسة الحديثة مع اكتشاف أن مسلمة اقليدس في التوازي هي مسلمة مستقلة عن بقية المسلمات والبدييات الأخرى . في النصف الثاني من القرن الثامن عشر وجد الرياضى الألماني لامبرت Lambert (١٧٢٨ — ١٧٧٧) أن هندسة الكرة تعطى نموذجاً لهندسة لا إقليدية حيث أن أى مستقيمين فيها لا يكونان متوازيين وقد أقرح كذلك أن هناك لزوما لوجود نوع جديد من السطوح يكون فيه عدد لا نهائى من الخطوط المار بنقطة معلومة توازى مستقيماً معلوماً . ولم يظهر شىء من هذا النوع ، حتى أظهر الرياضى بلترامى Beltramo (١٨٣٥ — ١٩٠٠) أن السطح الذى تخمنه لامبرت هو سطح الكرة الزائفة (pseudosphere) . ورغم أن لامبرت كانت لديه فكرة هندسات لا إقليدية إلا أنه لم يتابعها . وبقى الأمر للرياضى الروسى نيكولاس لوباتشفسكى Lobachevski (١٧٩٣ — ١٨٥٦) ، والمجرى بانوس بوليائى Boly (١٨٠٢ — ١٨٦٠) والألمانيين برتارد ريمان Rieman (١٨٢٦ — ١٨٦٦) وكارل جاوس وغيرهم لكى ينشئوا هندسات لعصر حديث . أوجد كل من بوليائى ولوب تشفسكى — على انفراد وكل مستقلاً عن الآخر — هندسات متفقه تتحقق فيها مسلمات إقليدس الأربعة الأولى ولكنها تناقض المسلمة الخامسة . أوجد كل منهما هندسات يكون فيها مجموع زوايا المثلث أقل من ١٨٠° وفيها يوجد عدد لا نهائى من المستقيمات التى تمر بنقطة معلومة وتوازى مستقيماً معلوماً لا يحوى هذه النقطة وهناك جدل بين مؤرخى الرياضيات عمن كان أول من ابتدع الهندسة اللاقليدية ومن تأثر بمن .

وقد أسهم ريمان في تطوير الهندسة الحديثة وينسب إليه الفضل في إبتكار هندسة لا إقليدية لا يوجد بها أى مستقيمين متوازيين ويكون فيها مجموع زوايا المثلث أكبر من ١٨٠° . وساهم ريمان جزئياً — في بناء الهندسة نونية البعد وكميات لإخنائيه تُسمى الشادات (Tensors) . ويتعامل جبر الشادات مع عمليات (في الجبر والهندسة والتحليل) في أبعاد منتهية . ويتعامل تفاضل وتكامل الشادات مع عمليات في مساحات صغيرة وضعية تؤدى إلى التفاضل .

وتابعت الهندسة مسيرتها بعد اسهامات هؤلاء الرواد نحو تعميمات متزايدة أدت إلى نظم ذات مسلمات مبنية على خواص تبقى غير متغيرة تحت أنواع معينة من التحويلات . وقد طور الرياضى الألماني فيلكس كلاين Klein (١٨٤٩ — ١٩٢٥) فكرة أن أى هندسة هي دراسة اللامتغيرات المرتبطة بزمرة معينة من التحويلات . وتحويلات كلاين قريبة من الاقتراحات الأحادية لمجموعة فوق نفسها ، وعناصر هذه المجموعات عبارة عن أشياء (مجموعات من النقط) في فضاءات نونية البعد . هناك بعض الإقترانات مثل الانتقال والدوران تحافظ على الشكل والحجم ، أى أن الشكل والحجم هناك بعض الإقترانات مثل الانتقال والدوران تحافظ على الشكل والحجم ، أى أن الشكل والحجم خواص لا متغيرة تحت تأثير هذه الاقترانات . وبعض الاقترانات الأخرى مثل من وانكماش أشياء هندسية تحافظ على خواص الانغلاق والاتصال ولكنها تغير الشكل والحجم . وهناك العديد من الرياضيين الذين أسهموا في الهندسة الحديثة ، كما أن هناك أنواعاً عديدة من الهندسات المحددة

والحسوسة لها الكثير من التطبيقات في العلوم وأعمال المهندسين . وسوف تعطى هنا مثالين فقط يوضحان له الطبيعة العامة والاستنباطية للهندسة الحديثة في سياق نماذجها وتطبيقاتها وذلك من هندسة ريمان على سطح كرة وبين هندسة لوبا تشفسكى على سطح كرة زائفة .

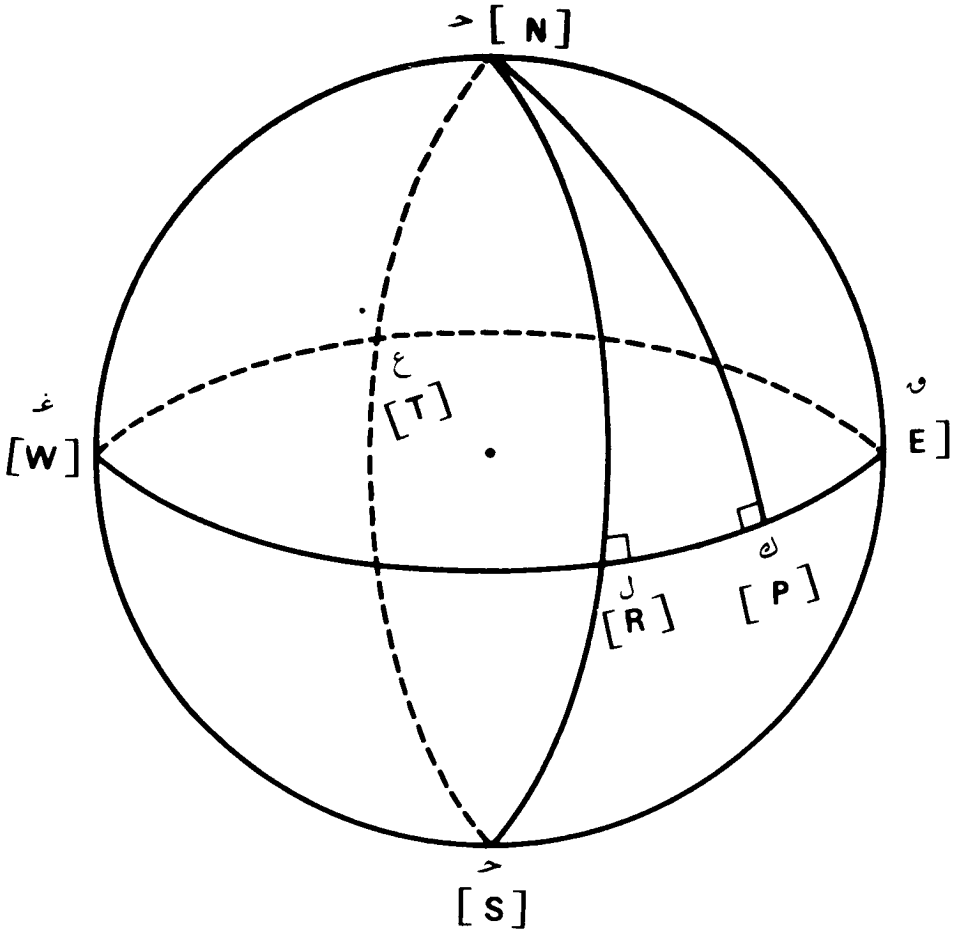
تعلم أن أقصر مسار بين ين نقطتين على سطح مستو هو الخط المستقيم . وبصفة عامة أقصر مسار بين نقطتين على سطح منحنى هو خط منحنى . فمثلا أقصر مسار من القاعدة إلى القمة على أنوف بعض الناس هو منحنى محذب . بينما أقصر مسار على أنوف أناس آخرين هو منحنى مقعر . فبعض السطوح المعقدة مثل أجسام البشر لها درجات متغيرة من الانحناء عند مساحات مختلفة منها ومن ثم أقصر المسارات بين أزواج من النقط على هذه السطوح هي خطوط ذات انحناءات مختلفة . أقصر المسارات بين أزواج النقط على سطوح في الفضاء تُسمى جيوديسياً Geodesico فالجيوديسيا على السطوح المستوية تكون خطوط مستقيمة ، والجيوديسيا على السطوح الكروية تكون أقواسا لدوائر عظمى . والدائرة العظمى على كرة هي دائرة يمر مستواها بمركز الكرة فمثلا على سطح محيطات الكرة الأرضية فإن أقصر طريق للسفن بين جزيرتين صغيرتين يكون على طول قوس من الدائرة العظمى يمر مستواها بكل من الجزيرتين ومركز الأرض .

إذا أستبدلنا الخط المستقيم بيجوديسى في مسلمات أفليدس (١) ، (٢) فإن الأربع مسلمات الأولى تظل صحيحة في هندسة سطح الكرة . ولكن المسلمة (٥) - وهي مسلمة التوازي ليست صحيحة على سطح الكرة . ففي الهندسة الكرية يجب أن تستبدل مسلمة أفليدس بمسلمة أخرى مؤداها أنه من أى نقطة لاتقع على جيوديس معلوم لا يوجد أى جيودس يوازي الجيوديسى المعلوم وهذا يكافئ القول بأن كل الدوائر العظمى تقطع بعضها البعض .

وفي الحقيقة فإن كل دائرتين عظيمين تتقاطعان في نقطتين . والنموذج الكرى لهندسة ريمان اللا إقليدية مفيد جداً في الأعمال البحرية على المحيطات . وبهذا ترى أن هندسة تناقض هندسة إقليدس ليست بالضرورة هندسة خيالية . والشكل التالي (١ - ١) يوضح حقيقة أن الدوائر العظمى تتقاطع دوماً . فالدائرة العظمى $NRST$ تقطع الدائرة العظمى $WRET$ النقطتين L ، T . والمثلث الكرى NPR يبين أن مجموع زوايا المثلث أكبر من ١٨٠ في هذه الهندسة اللاإقليدية . والشكل (١ - ١) يوضح أن المستوى المار بكل دائرة عظمى يحتوي على مركز الكرة .

ويمكن الحصول على هندسة لوبا تشفسكى اللاإقليدية بأن نستبدل الخط المستقيم بيجوديسى في المسلمات (١) ، (٢) وإستبدال المسلمات الخامسة لإقليدس بمسلمة تقول بأن من نقطة تقع خارج جيوديسى معلوم يوجد عدد لا نهائى من الجيوديسيا التي لا تقطع الجيوديسى المعلوم . وتمدنا الهندسة على سطح كرة زائفة بالنموذج المناسب بهذه المجموعة من المسلمات . والكرة الزائفة هي الكرة التي تتكون نتيجة دوران منحنى التراكتريكس Tractrix دورة كاملة حول محور السنيات .

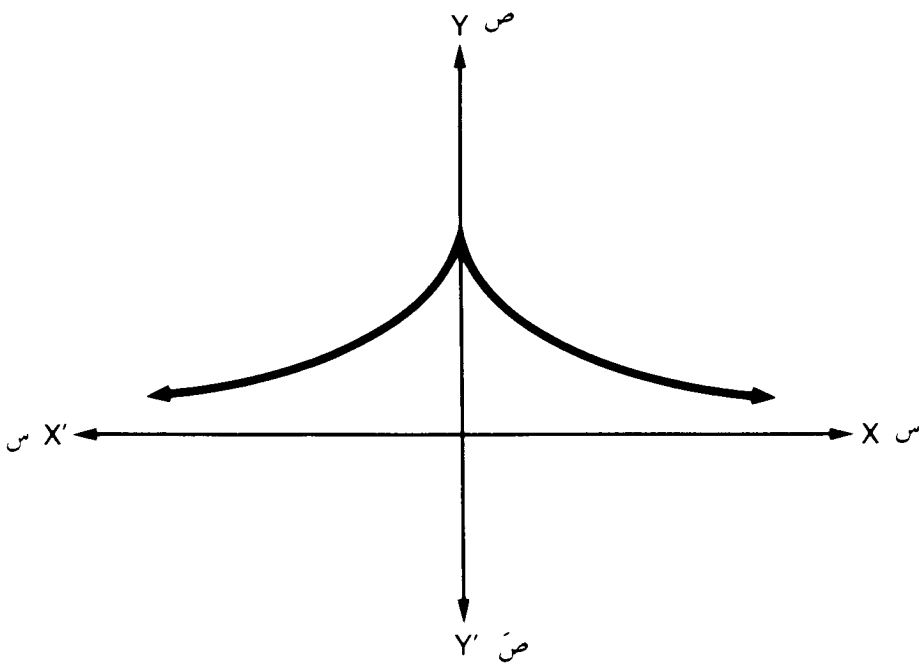
والتراكتريكس منحنى مقعر تتضمن معادلته دوال مثلثية زائدية كما بالشكل (١ - ٢) .



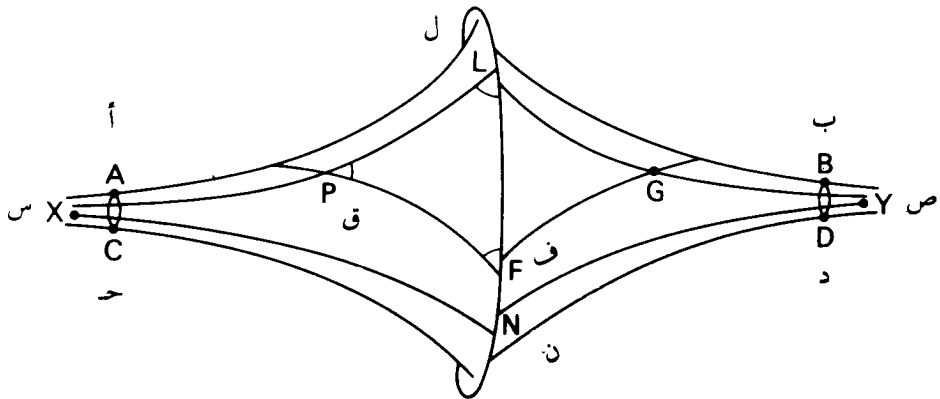
والكرة الزائفة هي سطح مقعر وهي النظير المقعر للكرة ذات السطح المحدب والكرة الزائفة والتي تمتد إلى ما لا نهاية في اتجاهين متضادين ، تكوين على هيئة شكل له بوقين ويبدو كما بالشكل (١ - ٣) .

المستوى المار بمركز الكرة الزائفة ، من القمة إلى القاع ، يقطع السطح في الخطين أ ب ، ح د [AB and CD] هذا الخطان هما خطان جيوديسيان (تراكتريكسات عظمى) المناظرة للدوائر العظمى على الكرة العادية . وعلى الرغم من أن كل التراكتريكسات عبارة عن جيوديسيا ، إلا أنه توجد منحنياث أخرى على الكرة الزائفة التي تكون أيضا جيوديسيا ، فمثلا الدائرة المارة بالنقاط

ل ، ف [L and F] هي جيوديس . الجيوديسيان ق وفك ، ولك [PFG and PLG] ولا واحد منها تراكتريكس لا يقطعان التراكتريكس س ص [XNY] وبذلك نرى مثالا للجيوديسيين يمران بنقطة لا تقع على جيوديس معلوم يوازيان الجيوديس المعلوم . ومجموع زوايا المثلث ق فل [PFL] الواقع على سطح الكرة الزائفة أقل من ١٨٠ ° مناقضا لمجموع زوايا المثلث في المستوى الاقليدي



الشكل (١ - ٢) تراكتريكس



الشكل (١ - ٣) : هندسة على سطح كرة زائفة

وكملاحظة ختامية عن الهندسة الحديثة فإن أعمال اينشتاين في النسبية وكثير من الفيزياء الحديثة ما كان يمكن أن تحدث بدون الأعمال التي قام بها رياضيو القرنين الثامن عشر والتاسع عشر الذين كانوا روادا للهندسة الحديثة .

التحليل

التحليل هو الدراسة الرياضية للعمليات اللانهائية . وقد أهتم الرياضيون بل انزعجوا منذ القرن الخامس قبل الميلاد بفكرة اللانهائية . وقد حيرت هذه الفكرة ، وفكرة الكميات المتناهية في الصغر الرياضي الإغريقي زينو Zeno (٤٩٠ — ٣٤٠ ق م) ، وقد كانت متناقضاته مصدرا للبحوث الرياضية منذ وقته وحتى الآن .

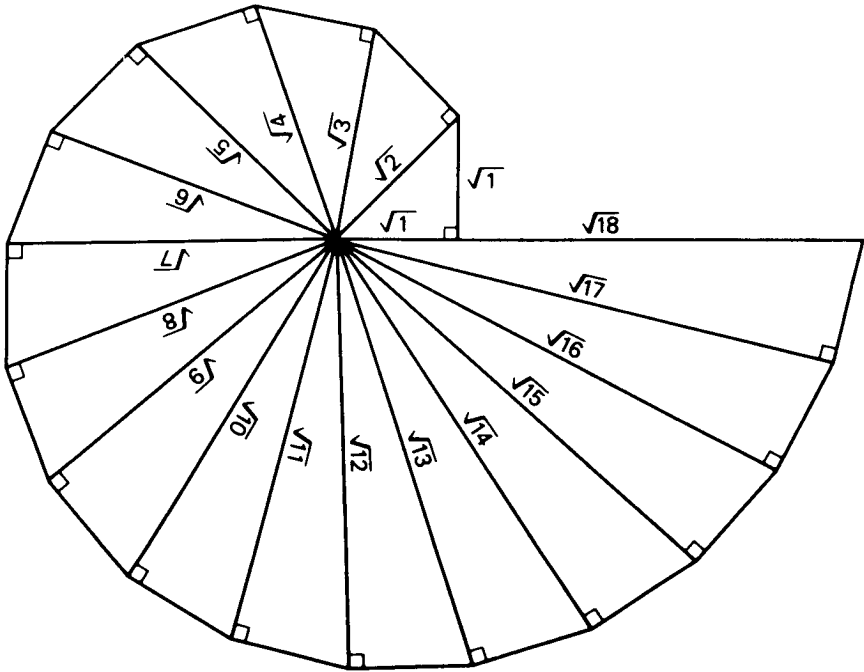
ففي متناقضة الأرنب أشيلس والسلحفاة . ففي هذه المتناقضة قال زينو إن الأرنب لن يتمكن أبداً من اللحاق بالسلحفاة في السباق بينهما . لأنه لكي يعقل ذلك لابد وأن يصل اولا إلى النقطة التي تبدأ منها السلحفاة وعند هذه اللحظة تكون السلحفاة عند نقطة أمامية جديدة وبالتالي فإن الأرنب يظل متخلفا عنها . وعندئذ على الأرنب أن يلحق بالسلحفاة في موقعها الجديد .. وهكذا سيظل الأرنب دون اللحاق بالسلحفاة ولن يكسب السباق .. والمشكلة هنا أنه إذا كان على الأرنب أن يشغل عدداً لا نهائياً من النقاط في زمن محدود فإنه لن يتغلب على السلحفاة أبداً . وحل هذه المتناقضة يتطلب توضيح فكرة اللانهائية . ويحل التحليل الحديث للمتتابعات اللانهائية هذا التناقض . إذا جرى كل من الأرنب والسلحفاة إلى ما شاء الله فإن متتابعتي المساحات الكلية التي يغطيها كل منها تتباعد إلى ما لا نهاية . ولكن لأن الأرنب أكبر سرعة فإن متابعته ستتباعداً أسرع من متابعة السلحفاة . وبالتالي فإنه عند فترة زمنية محدودة في السباق فإن حدود متابعة الأرنب ستصبح وتظل أكبر من حدود متابعة السلحفاة ، وبذلك فإن استمرار السباق مدة زمنية محدودة وطويلة بدرجة تكفي لتتغلب متابعة الأرنب على متابعة السلحفاة فإن الأرنب سوف يكسب السباق . ويمكن أن تكون المتتابعات كما في الجدول التالي بفرض أن السلحفاة بدأت السباق في موقع يسبق موقع الأرنب بمسافة قدرها (١٠٠) قدم .

الزمن المستغرق	٠	١	٢	٣	٤	٥
المسافة التي تقطعها السلحفاة	١٠٠	١٠٠.٥	١٠١	١٠١.٥	١٠٢	١٠٢.٥
المسافة التي يقطعها الأرنب	٠	٣٠	٦٠	٩٠	١٢٠	

ومن الجدول يتضح أن الأرنب سوف يتقدم عن السلحفاة بعد ٤ ثواني من نقطة البدء وسوف يظل متقدما ليكسب السباق .

وفي متناقضة السهم افترض زينو أن الزمن يتكون من كميات متناهية في الصغر من اللحظات ، وأنه عند أي لحظة فإن سهماً متحركاً إما أن يكون في حالة سكون أو في حالة حركة . فإذا كانت اللحظة غير قابلة للتجزئ فإن السهم يكون في حالة سكون ، لأنه إذا لم يكن كذلك فإن اللحظة تكون قابلة للتجزئ وحيث أن السهم لا يمكن أن يتحرك عند أي لحظة منفردة فإنه يجب أن يبقى ساكناً .

وكان اكتشاف العدد غير النسبي بواسطة الفيثاغورثيين مثالا آخر للمتناقضات التي ظهرت عند قدامى الرياضيين وكانت نتيجة فهم ناقص لطبيعة اللاهائية . فقد أصيب الفيثاغورثيين بصدمة عندما اكتشفوا أنه لا يمكن قياس وتر المثلث القائم الزاوية المتساوي الساقين وطول كل من ساقية الوحدة بالأعداد الصحيحة والكسور وهي الأعداد الوحيدة التي كانت معروفة في ذلك الحين . وقد أثبتوا أن طول هذا الوتر يساوي عدداً غير نسبي ، كما أمكنهم استخدام نظرية فيثاغورث لتعيين كثير من الأعداد غير النسبية كأطوال الأوتار مثلثات قائمة الزاوية كما هو مبين بالشكل (١ - ٤) .



الشكل (١ - ٤) حلازون فيثاغوري لتوليد أعداد غير نسبية

وقد ساهمت أعمال جورج كانتور Cantor وكيرت جيدل Gödel في شرح هذه التناقضات وغيرها والتي لم يكن حلها ممكناً قبل ذلك بسبب عدم الفهم الكامل لمفهوم المالا نهاية . وعلى الرغم من تقديم تعاريف أفضل للانهية فقد ظلت هناك عقبات منطقية في أصول الرياضيات الخاصة بها كما في التناقضات التي قدمها الفيلسوف الرياضي البريطاني برتراند راسل Russell (١٨٧٢ — ١٩٧٠) . فقد افترض راسل أن هناك حلاقاً في مدينة معينة التي كان رجالها حليقيين . وقد تبين أن هذا الحلاق قد خلق فقط لكل رجال المدينة الذين لم يخلقوا لأنفسهم . والآن من الذى خلق للحلاق نفسه ؟ فلو كان الحلاق من بين الذين لم يخلقوا لأنفسهم لخلق هو لنفسه . ولو كان الحلاق قد خلق لنفسه لما كان هو الذى يخلق لنفسه . وهنا يحدث التناقض ، ويخلق لنفسه ولا يخلق لنفسه . وهذه التناقضة تمثل حالة خاصة من متناقضة أعم ناشئة من مشكلة مجموعة كل المجموعات . هل مجموعة كل المجموعات ولتكن ش [S] عنصر في نفسها ؟ . إذا لم تكن ش [S] عنصراً في نفسها فإنه يجب أن توجد مجموعة ج [P] التي تحتوى ش [S] كأحد عناصرها ولا تكون مجموعة كل المجموعات — وهذه أيضاً متناقضة . فالفرض بأن ش [S] عنصر في نفسها ينتج عنه تناقض أكثر وضوحاً . ما شكل المجموعة التي تحتوى على نفسها ؟

في عام ١٩٠٨ وجد راسل طريقاً لتجنب هذه التناقضات وغيرها فقد افترض أنه ينبغي وضع قيود معينة على أنواع العناصر التي يسمح لها بأن تكون عناصراً في صفوف معينة من المجموعات . صاغ راسل ما سمي بنظرية الأنماط وفيها أن العناصر المفردة تكون من نمط (٠) ، وأن صفوف المفردات تكون من نمط (١) ، وأن صفوف صفوف المفردات تكون من نمط (٢) .. وهكذا . أى صف من النمط (٠) [n] يسمح له بأن يكون عنصراً في صف من نمط (١ + n) [n + 1] أو بعد النمط (ك) [k] حيث ك < n [k > n] لا يسمح لها أن تكون عناصر من صفوف نمط n [n] أو نمط أقل من n [n] وكنتييجة لهذا الترتيب التتابعى للمجموعات في صفوف من رتب أعلى وأعلى فإن مجموعة كل المجموعات لا يسمح لها أن تكون عنصراً في نفسها . ومن ثم فإن متناقضة مجموعة كل المجموعات لا يصبح لها وجود . وهناك ترتيب مماثل لأنماط اللعبة . فالكلمات التي تشير إلى أفراد تعطى المستوى (٠) ، والعبارات الخاصة بالأفراد تكون في المستوى (١) ، والعبارات عن العبارات عن الأفراد تكون في المستوى (٢) .. وهكذا فإذا حفظت المستويات متميزة عن بعضها ، فإن أى عبارة في مستوى معين لا يمكن أن تشير إلى نفسها . لأن كل عبارة في مستوى لغوى معين يجب أن تشير إلى عبارات في المستوى اللغوى السابق لها مباشرة . وبدون ترتيب للعبارات اللغوية فإن المتناقضة التالية تحدث . اعتبر العبارات الثلاثة التالية : « أنا أكذب دائماً » ، « أنا أكذب دائماً عبارة صواب » ، « أنا أكذب دائماً عبارة خطأ » . بدون ترتيب هرمى للعبارات تصبح العبارة « أنا أكذب دائماً متناقضة . فإذا كانت العبارة « أنا أكذب دائماً » عبارة صواب فإننى لا أكذب أبداً ، وذلك لأننى قلت صدقا . وإذا كانت العبارة .. « أنا أكذب دائماً » عبارة خطأ فإننى لا أكذب دائماً ، وهذا يناقض أنا أكذب دائماً . ولكن هذا التناقض لا يحدث في النظام اللغوى المرتب هرمياً . فالعبارة « أنا أكذب دائماً » تخص أفراد (أى أنها في المستوى (١)) . والعبارتان

« أنا أكذب دائما عبارة صواب » ، « أنا أكذب دائما عبارة خطأ » هما عبارتان عن عبارات عن أفراد (أى أنها فى المستوى (٢)) . ومثل هذه العبارات عن العبارات عن أفراد مستبعدة من المناقشات التى تحتوى عبارات عن أفراد .

العرض السابق عن المتناقضات وفصول الفصول ومستويات اللغة ، وإن كانت تختص بعمليات لا نهائية ، إلا أنها لا تمثل التحليل ، بالمعنى الذى يستخدمه الرياضيون حاليا . وينظر إلى التحليل الحديث على أنه بدأ مع حساب التفاضل والتكامل الذى ابتدعه الرياضى البريطانى اسحق نيوتن (١٦٤٢ — ١٧٢٧) والرياضى الألمانى جوتفريد ليبنتز (١٦٤٦ — ١٧١٦) .

على الرغم من أن الرياضيين يعتمدون على الحدس فى اكتشافاتهم الرياضية الهامة ، إلا أنهم يكونون حذرين من النتائج التى تعتمد على الحدس فقط . وقد كانت المحاولات لإبعاد أصول العمليات اللانهائية من مجال الحدس بمتناقضاته الكثيرة ، والاتجاه نحو أصول أكثر قوة هى نقطة النهاية للتحليل الكلاسيكى والبداية للتحليل الحديث . فمثلا رغم أن الفكرة الحدسية التقليدية عن المنحنى المفصل أنه المنحنى الذى ليس به أى انقطاع قد تكون مفيدة ، إلا أنها يمكن أن تؤدى إلى صعوبات فمن الناحية الحدسية يكون المنحنى متصلا عند نقطة إذا لم يكن منقطعاً عند هذه النقطة . ولكن هذا ليس تعريفاً قوياً للإتصال عند نقطة ، ويتضح هذا من بعض المنحنيات المعروفة عند كل نقطة وتكون غير متصلة عند كل نقطة ماعدا عند نقطة واحدة .

اعتبر مثلا ، الدالة المعرفة كالآتى على الفترة (- ١ ، ١) :

$$ص = د(س) = \begin{cases} س & \text{إذا كانت س غير نسبية} \\ صفر & \text{إذا كانت س نسبية} \end{cases}$$

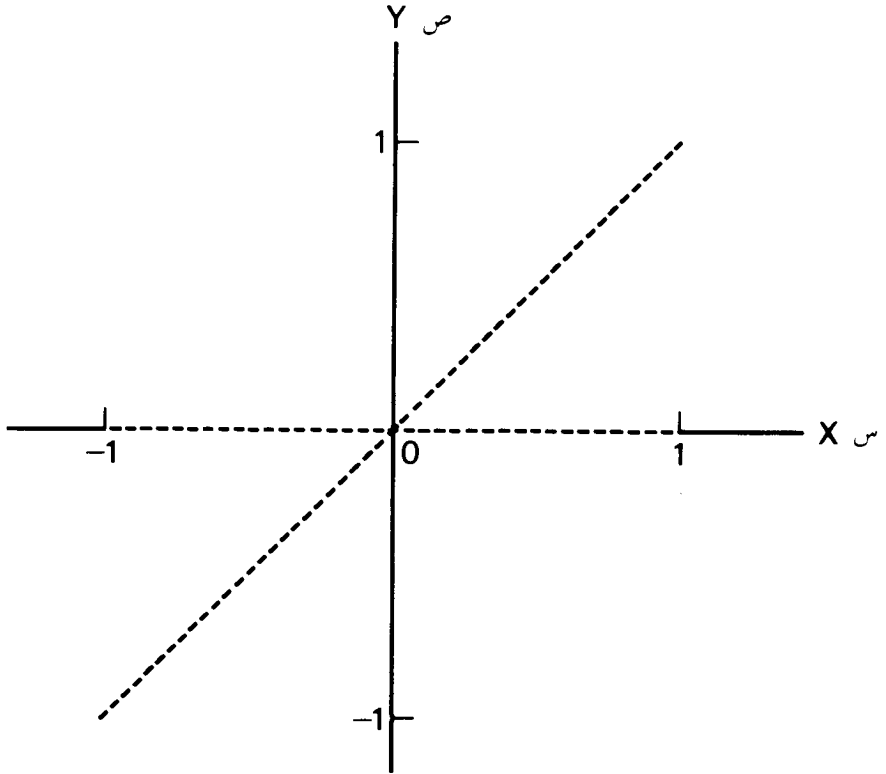
$$y = f(x) = \begin{cases} x & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 0 & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases} \text{ on the interval } [-1, 1].$$

يشير الحد $[x]$ إلى أن الشكل البياني للدالة $ص = د(س)$ $[y = f(x)]$. الممثل بالشكل (١ - ٥) هو شكل غير متصل عند ل نقط ، ولكن الأمر ليس كذلك . إذ إن $ص = د(س)$ $[y = f(x)]$ غير متصل عند كل قيم $س [x]$ ماعدا عن $س = صفر [x = 0]$ فعند $س = صفر [x = 0]$ فإن الدالة تتخذ الحد $س [x]$ لأنها متصلة .

ولكى نثبت ذلك نحتاج إلى تعريف حديث للإتصال عند نقطة وهو :

$ص = د(س)$ $[y = f(x)]$ دالة متصلة عند النقطة $س = أ [x = a]$ إذا كانت نهاية $د(س)$ $[f(x)]$ عندما تقترب $س$ من $أ [x \text{ approaches } a]$ ، لها وجود وتساوى $د(أ)$ $[f(a)]$. أى أن

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a). \quad \text{نهاية } (س) = د(أ)$$



$$f(x) = \begin{cases} x & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 0 & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases}$$

الشكل (١ - ٥) : د(س) = س ، س غير نسبية
صفر ، س نسبية

والتعريف الحديث لنهاية دالة عند النقطة كالآتي :

نها د (س) = ب $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ إذا كان لكل $\epsilon > 0$ مهما كانت δ صغيرة \exists

يوجد $\delta < \epsilon$ صفر $[\delta > 0]$ بحيث أن $|س - ا| < \delta$ $[|x - a| < \delta]$ يؤدي إلى أن $[f(x) - ب] < \epsilon$ \exists $\delta > 0$

والدالة الممثلة في الشكل (١ - ٥) نهايتها صفر عن النقطة س = صفر $[x = 0]$ ، لأن لأي $\epsilon > 0$ صفر $[\epsilon > 0]$ ، يمكن اختيار δ تساوى $\delta = \epsilon$ وهذا يحقق المتباينات الموجودة .
في تعريف النهاية . كذلك نجد أن قيمة الدالة عند س $[x]$ هي الصفر وهذا يساوي نهاية الدالة

عندما s [x] تقترب من الصفر . وهذا يعطينا مثالا لدالة متصلة عند s = صفر [$x = 0$] ويمكن أن يثبت فيها أنها غير متصلة لكل النقط الأخرى وذلك بإستخدام تعريف الإتصال عند نقطة .

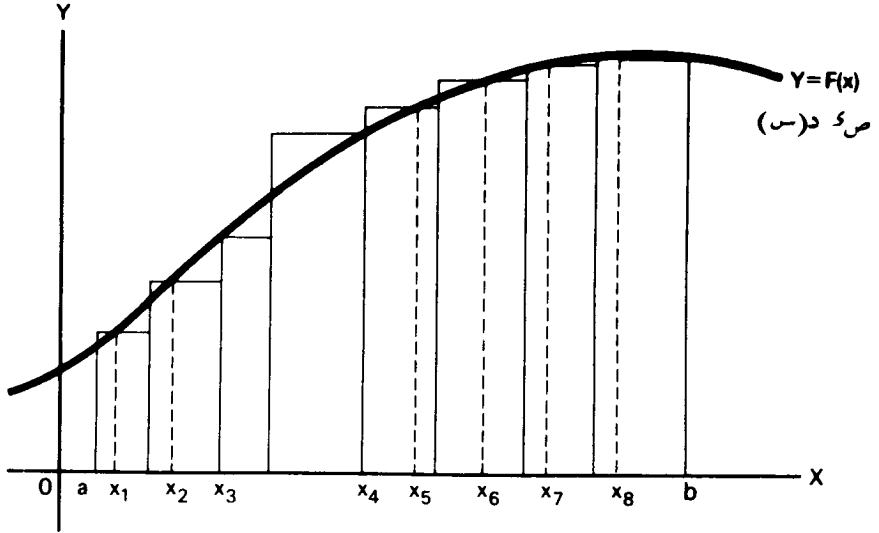
وقد وضعت تعاريف ليبنتز ونيوتن للتكامل المحدد مفهوم المساحة على أسس عامة قوية ، ولكن هذه التعاريف لم تغط كل المواقف الممكنة للمساحة في الرياضيات . فبينما ليبنتز ونيوتن عمما مفهوم المساحة وجعلاه حديثا ، إلا أن الأمر بقى لرياضيين آخرين ليوسعوا هذا التعميم ويضعوه على أسس رياضية أفضل . وقد وضع الرياضى الفرنسى العظيم كوشى Cauchy التفاضل والتكامل على أسس منطقية قوية فوضع تعريفه للتكامل المحدد على أنه نهاية مجاميع مساحات مستطيلات ، ثم أطلق عليه اسم تكامل منجولى كوشى Mengoli-Cauchy تخليداً لذكرى الرياضى الايطالى بيترو منجولى (١٦٢٦ — ١٦٨٦) وكوشى . وقد سبق منجولى كلا من نيوتن وليبنتز في تمثيل المساحات بطريقة منتظمة كنهايات مجاميع مساحات مستطيلات . ويتطلب تعريف منجولى كوشى للتكامل المحدد أن تكون الدالة التى يتم تكاملها متصلة . وأستخدم ريمان في عام ١٨٥٤ مجاميع داربو Darboux العليا والسفلى لتصميم تعريف منجولى / كوشى لكى يمكن تكامل الدوال المحدودة (Bounded) التى بها عدد منته من نقاط عدم الاتصال . وقد بين الرياضى الفرنسى جاستون داربو (١٨٤٢ — ١٩١٧) — والذى سميت المجاميع بإسمه أن الدالة المحدودة فوق فترة ما يكون لها تكامل ريماني فوق هذه الفترة إذا وفقط إذا كانت مجموعة عدم الاتصال على هذه الفترة هي مجموعة مقياسها الصفر . وهذا يعنى أن الدالة التى لها عدد لا نهائى من نقاط عدم الإتصال المحدودة على فترة يمكن أن يكون لها تكامل بإستخدام تعريف ريمان للتكامل المحدد ، إذا عدد نقاط الاتصال ليس أكبر من $[\aleph_0]$ (أليف صفر) حيث $[\aleph_0]$ يعنى العدد الكاردينالى اللانهائى للأعداد الطبيعية . وفي عام ١٩٠٢ قام الرياضى الفرنسى هنرى ليبيه Lebesgue (١٨٧٥ — ١٩٤١) بتوسيع تعميم بل تشوبر مفاهيم المساحة والتكامل المحدد بأن عرف ما يسمى الآن بتكامل ليبيه . و تسمح تعميمات ليبيه للدوال نونية البعد والتي لها لانهايات ضخمة من نقاط عدم الاتصال بأن يمكن تكاملها . ويمكن أن تستخدم طرق ليبيه لتكامل أى دالة التى كان من الممكن تكاملها بطرق سابقة . وبالإضافة إلى ذلك ، يمكن أن تستخدم في تكامل صفوف من الأولى الدوال لم يكن من الممكن تكاملها قبل ذلك .

تعريف منجولى / كوشى للتكامل المحدد للدالة $v = D(s)$ (د(س) [$y = f(x)$] على الفترة a ، b) [$[a, b]$] حيث $D(s)$ (د(س) [$f(x)$] دالة متصلة هو كالاتى :

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i$$

$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = b - a$ $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ $x_0 = a$ $x_n = b$

وكما هو مبين في الشكل (١ - ٦) فإن د (س) $[\Delta x_i]$ هي فترات على محور السينات تغطي الفترة $[a, b]$ د (س) $[f(x_i)]$ هي قيم الدالة عند النقاط س س $[x_i]$ في الفترات $[\Delta x_i]$



الشكل (١ - ٦) : تقريب مستطيلات لتكامل منجولي / كوشي

وتعريف ريمان للتكامل المحدد للدالة س د (س) $[y = f(x)]$ حيث د (س) $[f(x)]$ محدودة ولها عدد منته من نقاط عدم الاتصال على الفترة $[a, b]$ س $[a, b]$ هو كالتالي :

$$\int_a^b f(x) dx = S \quad \text{حيث} \quad S = \sum_{i=1}^n L_i \Delta x_i \quad \text{و} \quad \sum_{i=1}^n \Delta x_i = b - a$$

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n L_i \Delta x_i$$

حيث $[\Delta x_i]$ هي فترات صغيرة تجزئ محور السينات ، وكل ل $[L]$ هي أكبر حد سفلي للدالة د (س) $[f(x)]$ في الفترة $[\Delta x_i]$ بشرط أن هذه النهاية تساوي النهاية التالية .

$$\lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n U_i \Delta x_i \quad \text{حيث} \quad U_i = \sup_{x \in [x_{i-1}, x_i]} f(x)$$

حيث كل $[U_i]$ هو أقل حد أعلى للدالة د (س) $[f(x)]$ في الفترة $[\Delta x_i]$ وتسمى النهاية الأولى مجموع داربو السفلي ، وتسمى النهاية الثانية مجموع داربو العلوي .

ويبنى تعريف ليبيه للتكامل المحدد على مفهوم المقياس (حجم) مجموعة من النقاط . ومجموعة النقاط المعنية قد تكون نقاط قطعة مستقيمة أو جزء من مستوى أو فضاء ثلاثي البعد أو حتى قطعة من فضاء نوني البعد . ويدلنا الحد $s [x]$ على أنه يجب أن يعرف المقياس بحيث أن مقياس قطعة مستقيمة من النقطة صفر إلى النقطة (مثلا) يجب أن يكون ، وأن مقياس المربع الذي طول ضلعه وحدتين ينبغي أن يكون ع ع وحدات مربعة ، وأن مقياس مكعب طول ضلعه وحدتين يجب أن يكون ٨ وحدات مكعبة ، وأن مقياس « فوق مكعب » (Hyper cube) طوله ضلعه وحدتان ينبغي أن يكون ١٦ وحدة فوق مكعبية . ومن المرغوب فيه أيضا أن تتحقق الأفكار العامة التالية في تعريف المقياس :

(١) مقياس مجموعة إما صفر أو عدد حقيقي موجب .

(٢) مقياس المجموعة الخالية صفر .

(٣) مقياس أى مجموعة إما أكبر من أو يساوى مقياس أى من مجموعاتها الجزئية .

(٤) مقياس اتحاد مجموعتين متباعدتين يساوى مجموع مقياس المجموعتين المتفردتين .

وبصفة عامة فإن مقياس مجموعة تحتوى على نقطة واحدة يساوى الصفر ، كذلك يكون مقياس مجموعة تحتوى على عدد منته أو لا نهائى معدود من النقاط . وهذا يعنى أن مقياس المجموعة اللانهائية المعدودة من النقاط المثلة بالأعداد هو الصفر . وحيث أن مقياس كل المجموعة من النقاط من صفر إلى ٢ هو ٢ ، لذلك فإن مقياس مجموعة النقاط غير النسبية من صفر إلى — ينبغي أن يكون — ٢ .

وبدلا من تعريف تكامل ليبيه ، وهو ليس صعبا ولكنه يحتاج إلى مقدمة كبيرة جدا من التعاريف الأولية والمسلمات والنظريات ، فنسعرض فيما يلي لدالة لها عدد غير معدود (Uncountable) من نقاط عدم الاتصال . وهى دالة ليست قابلة للتكامل لا بحسب تعريف منجولى / كوشى ولا بحسب تعريف ريمان :

أعتبر الدالة د(س) $[f(x)]$ المعرفة كالاتى :

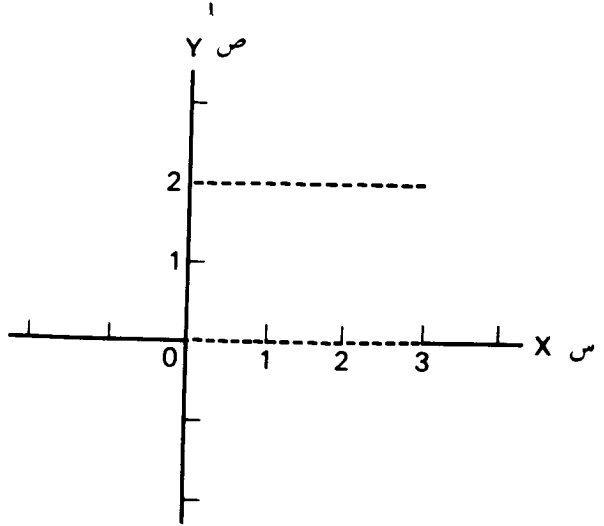
$$y = f(x) = \begin{cases} 2 & \text{if } x \text{ is irrational} \\ 0 & \text{if } x \text{ is rational} \end{cases}$$

د(س) = ٢ ، عندما س تكون غير نسبية
صفر ، عندما س تكون نسبية

هذه الدالة غير متصلة عند جميع نقاط الفترة [٠ ، ٣] وتمثل كما بالشكل (١ — ٧) .

هذه الدالة ليس لها تكامل منجولى / كوشى على هذه الفترة لأن إذا اخترت كل قيم $s [x_i]$ فى كل فترة $\Delta s [x_i]$ من الأعداد غير النسبية ، فإن كل القيم د(س) $[f(x_i)]$ سوف

تكون ٢ . وبذلك تكون |نهاية منجولى / كوشى تساوى ٦ . وإذا اختبرت كل قيم x_i من الأعداد النسبية فإن النهاية | تساوى صفرا . وإذا استخدمنا تعريف ريمان فإن مجموع داربو السفلى سيساوى الصفر ومجموع | داربو العلوى سيساوى ٦ . لذلك فإن هذه الدالة ليس لها أيضا تكامل ريمان . وفيما يلى طريقة ليبيه لتكامل هذه الدالة .



الشكل (١ - ٧) :

د(س) = $\begin{cases} ٢ ، س غير نسبية \\ صفر ، س نسبية \end{cases}$ فوق الفترة [٣، ٠]

$$f(x) = \begin{cases} 2 \text{ if } x \text{ is irrational} \\ 0 \text{ if } x \text{ is rational} \end{cases} \text{ on the interval } [0, 3].$$

(أ) حيث أن مدى هذه الدالة يحتوى على قيمتين مختلفتين فقط هما صفر ، ٢

(ب) نوجد مقياس كل قيم x_i التى تناظر القيمة الصادية ٢

(ج) وتوجد مقياس كل قيم x_i التى تناظر القيم الصادية صفر

(د) المقياس الأول (ب) هو مقياس كل النقاط غير النسبية من صفر إلى ٣ وهذا يساوى ٣

(هـ) المقياس الثانى (ج) هو مقياس كل النقاط النسبية من صفر إلى ٣ وهذا يساوى صفر .

(و) تكامل لبييه هو مجموع حواصل ضرب كل قيمة صادية مضروبة في مقياس مجموعة السينات المناظرة لهذه القيمة الصادية .

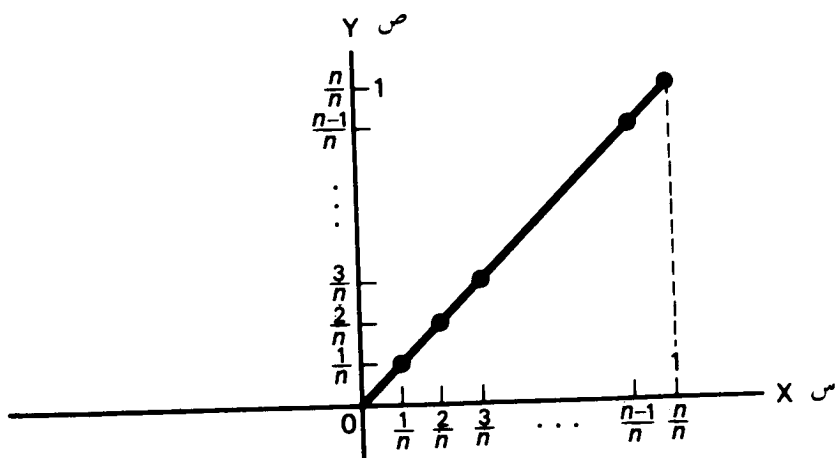
أى أن

\int

$$\int_L = (2 \times 3) + (0 \times 0) = 6. \quad \text{لييه} = (3 \times 2) + (\text{صفر} \times \text{صفر}) = 6$$

ويوضح المثال التالى كيف دالة بسيطة لها تكامل ريماني يمكن أن يكون لها تكامل لبييه :

التكامل الريماني للدالة $y = f(x) = x$ على الفترة $[0, 1]$ يساوى $\frac{1}{2}$ وهذه هي قيمة مساحة المثلث المبين بالشكل (١ - ٨) .



الشكل (١ - ٨) $y = f(x) = x$ على الفترة $[0, 1]$ فوق الفترة $[0, 1]$.

لكل قيمة x في الفترة $[0, 1]$ تكون قيمة $f(x)$ المناظرة تساوى x . وكل قيمة مختلفة y لها قيمة مختلفة x بحيث $y = f(x)$. وحيث أن قياس أى نقطة واحدة هو الصفر ، فقد يغرينا ذلك بالقول بأن كلا من قيم y التى عددها لا نهائى يجب أن يضرب في صفر وهذا يعطينا مجموعا لعدد نهائى من العناصر قدره الصفر . ورغم إمكانية أن يكون التعليل صالحا في حالة مجموعة منتهية من النقاط ، إلا أنه ليس مناسباً لأن يستخدم عند اعتبار مجموع عدد لا نهائى من العناصر . والمعالجة الأفضل هي :

(أ) نقسم محور السينات إلى n من الفترات المتساوية مقياس كل منها $\frac{1}{n}$.

(ب) قيم ص $[y]$ للفترة س $[x]$ من صفر إلى $\frac{1}{2n}$ يكون مداها من صفر إلى $\frac{1}{n}$

$$\text{ومتوسطها يساوي } \frac{1}{2} \left(0 + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{2n} \quad \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2} + 0 \right) \frac{1}{2}$$

(ج) في فترة س $[x]$ التالية من $\frac{1}{2n}$ إلى $\frac{2}{2n}$ تكون قيم ص $[y]$ من $\frac{1}{2n}$ إلى

$$\frac{2}{2n} \quad \text{ومتوسطها } \frac{3}{2n} \quad \frac{3}{2}$$

(د) في الفترة س $[x]$ التالية من $\frac{2}{2n}$ إلى $\frac{3}{2n}$ تكون قيم ص $[y]$ من $\frac{2}{2n}$ إلى

$$\frac{3}{2n} \quad \text{ومتوسطها } \frac{5}{2n} \quad \frac{5}{2} \quad \dots \quad \text{وهكذا .}$$

(هـ) في الفترة س $[x]$ النونية من $\frac{1-2^{n-1}}{2n}$ إلى $\frac{n}{2n}$ تكون قيمة ص $[y]$

$$\text{من } \frac{1-2^{n-1}}{2n} \quad \text{إلى } \frac{n}{2n}$$

$$\text{ومتوسطها } \frac{1-2^{n-1}}{2} = \left(\frac{n}{2} + \frac{1-2^{n-1}}{2} \right) \frac{1}{2}$$

(و) حيث أن مقياس كل فترة س $[x]$ هو $\frac{1}{2n}$ فإن :

تكامل لييه للدالة ص = س على الفترة $[0, 1]$

the Lebesgue integral for $y = x$ on $[0, 1]$

$$\left(\frac{1}{2n} \right) \left(\frac{1-2^{n-1}}{2} + \dots + \frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$\left(\frac{1}{2n} + \frac{3}{2n} + \frac{5}{2n} + \dots + \frac{2n-1}{2n} \right) \left(\frac{1}{n} \right)$$

$$\left((1 - 2^{n-1}) + \dots + 7 + 5 + 3 + 1 \right) \frac{1}{2^{n+1}} =$$

$$\frac{1}{2n^2} (1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)).$$

$$\frac{1}{2} = 2^n \times \frac{1}{2^{n+1}} =$$

أى أن

∫

the Lebesgue integral is $\frac{n^2}{2n^2} = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} =$ لييه سوس في الفترة $[0, 1]$

وهذا طبعا ما تتوقعه وحتى إذا ما كبرت n كثيرا لا نهائيا فإن مجموع لبيبه يظل $\frac{1}{4}$

إن طرق التكامل التي أنشأها ريمان وليبية ، كما هو الحال في طرق التفاضل تكون أساس التحليل المعاصر . وعلى الرغم من أن الأمثلة السابقة جاءت من التكامل لدوال في بعدين ، إلا أن رجال التحليل المعاصرين يهتمون أيضا بمسائل النهايات والاتصال والتفاضل والتكامل لدوال في فضاءات نونية عامة .

تمارين وأنشطه

- (١) إثبت أن $\sqrt{5}$ عدد غير نسبي مستخدماً برهاناً يصلح لطالب في المرحلة الثانوية .
- (٢) جُدْ برهاناً مناسباً لطلبة المرحلة الاعداية لتثبت أن مجموع أى عددين طبيعيين زوجيين يساوى عدداً طبيعياً زوجياً .
- (٣) أثبت أن مجموع أى عددين طبيعيين فردين يساوى عدداً طبيعياً زوجياً .
- (٤) كوّن جدول الصدق للعبارة (١ أو ك) [$p \text{ or } q$] في المنطق ذى القيمتين (صواب / خطأ)
- (٥) كوّن جدول الصدق للعبارة (١ أو ك) [$p \text{ or } q$] في المنطق ثلاثى القيمة (صواب / خطأ / لا أدرى)
- (٦) أوجد نهاية مجموع المتسلسلة

$$\dots + \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

- هل النهاية عدد نسبي ؟
- (٧) اشرح كيف يمكن للنظم الرياضية أن تكون ذات فائدة عملية علماً بأنها مبنية على مصطلحات غير معرفة وعلى مسلمات .
- (٨) اشرح معنى « نموذج رياضى »
- (٩) استخدم تعريف العدد الصحيح كزوج مرتب من الأعداد الطبيعية ، ثم ضع تعريفا لضرب الأعداد الصحيحة مستخدماً فقط جمع وضرب الأعداد الطبيعية .
- (١٠) أوجد الصفوف المتكافئة لمجموعة الأعداد الصحيحة (مقياس ٤) ثم (مقياس ٥) وكوّن جداول الجمع والضرب لكل منهما . وبين الزمر والحقول فيها .

الفصل الثاني

إستخدام نظريات التعليم والتعلم في تدريس الرياضيات

- نظرية بياجيه في النماء العقلي
- مرحلة الإحساس والحركية
- مرحلة ما قبل العمليات
- مرحلة العمليات الملموسة
- مرحلة العمليات المجردة
- عوامل في النمو العقلي
- نظرية بياجيه وتدريس الرياضيات
- نموذج بيته جيلفورد للعقل
- متغيرات الذكاء .
- نظرية روبرت جانبية في التعليم
- خبرات تعلم الرياضيات
- الأطوار المتتابعة للتعلم
- أنماط التعلم
- مراتب التعلم
- ملاحظة أحيرة عن جانبية
- دينز وتعلم الرياضيات
- المفاهيم الرياضية
- مراحل تعلم المفاهيم الرياضية
- الألعاب
- مبادئ تعلم المفهوم
- تطبيق نظرية دينز عن درس .
- نظرية أوزوبل في التعلم اللفظي ذي المعنى
- التعلم بالتلقى (التعلم بالإكتشاف) ، التعلم ذو المعنى والتعلم الاستظهارى .
- الشروط المسبقة للتعلم بالتلقى ذي المعنى
- إستراتيجيات التعلم اللفظي ذي المعنى
- التعليم والتعلم عند برونر
- نظرية برونر للتدريس
- نظريات عن تعلم الرياضيات
- تطبيقات عن أعمال برونر
- التعليم والتعلم عند سكر
- أنواع السلوك والتعلم
- الإرتقاء بالتعلم وتغيير السلوك
- الشروط العامة للتعلم
- فن التدريس
- خلاصة
- تمارين وأنشطه

Г



إستخدام نظريات التعليم والتعلم

في تدريس الرياضيات

Using Learning and Instructional Theories in Teaching Mathematics

إن فهم نظريات عن كيف يتعلم الناس ، والقدرة على تطبيق هذه النظريات في تدريس الرياضيات هي من المتطلبات الأولية الهامة لتدريس فعال للرياضيات . وقد باشر كثير من الناس دراسة النمو العقلي ، وطبيعة التعلم بطرق مختلفة ، ونتج عن هذا نظريات متنوعة للتعلم وبالرغم من أنه لا يزال هناك بعض الاختلافات بين السيكلوجيين ، ومنظرين التعلم ، ورجال التربية حول كيف يتعلم الناس ، وحول أكثر الطرق فاعلية في الارتقاء بالتعلم إلا أن هناك مجالات كثيرة للإتفاق . ولا يجب أن ينظر إلى نظريات التعلم كقائمة من النظريات المتنافسة أحدها صادقة والأخرى كاذبة . فكل نظرية يمكن إعتبارها كطريقة لتنظيم ودراسة بعض المتغيرات الكثيرة في التعلم ، والنمو العقلي ، وإمكان المعلمون أن يختاروا ويطبقوا عناصر من كل نظرية في فصولهم . فقد تجد أن بعض النظريات أكثر قابلية للتطبيق بالنسبة لك ولطلابك لأنها تبدو نماذج مناسبة لبيئة التعلم ، ومع الطلاب الذين تتفاعل معهم . وعلى أية الأحوال فالمعلم الحاذق سوف يجد بعض التطبيقات لكل نظرية تعلم مع طلابه . وكنتيجة للقدرة على تقدير أسباب إستخدام نظريات التعلم لأشكال السلوك المتنوعة التي يظهرها كل طالب ، سوف يصبح الفرد معلما أكثر تفهما وتعاطفا .

في الماضي ، أهمل كثير من المعلمين ، ومعلمين المعلم تطبيقات نظريات عن طبيعة التعلم ، وركزوا طرق تدريسهم حول معارف المادة الدراسية . إن النتائج الحديثة في نظريات التعلم ، والفهم الأفضل للنمو العقلي ، والتطبيقات الجديدة للتدريس في الفصل قد مكثوا المعلم من اختيار استراتيجيات التدريس وفقاً لمعلومات عن طبيعة التعلم . والغرض من هذا الفصل هو تقديم العديد من النظريات الكبرى عن طبيعة النمو العقلي ، ومناقشة نظريات عن التعلم ، وليبان تطبيقات لكل نظرية لتعليم وتعلم الرياضيات .

فسوف ننظر في البداية لنظرية جين بياجيه J.Piaget الذي حدد وقام بدراسة المراحل المتنوعة التي يتقدم فيها البشر في نموهم العقلي من الميلاد حتى الرشد . ثم سوف نأخذ في الاعتبار عمل جيلفورد J.P.Guilford ، الذي طور واختبر نموذج نظري لتكوين الذكاء البشري . فقد تعرف جيلفورد ومعاونوه على ١٢٠ استعداد عقلي التي تضم الكثير من القدرات العقلية التي يمكن قياسها وتقويمها . وسوف نتناول أيضاً عمل روبرت جانيه R.Gagné الذي قام بتعريف أربعة أطوار لتتابع التعلم . هذه المراحل هي مرحلة الإدراك ، ومرحلة الاكتساب ، ومرحلة التخزين ، ومرحلة الاسترجاع . كما خصص أيضاً ثمانية أنواع من التعلم يمكن أن تميز عن بعضها وفقاً للشروط الضرورية لحدوث كل نوع من أنواع التعلم ، وهي : التعلم الإشاري ، وتعلم المثير - الاستجابة ، والتسلسل ، والترابط اللفظي ، والتعلم المتمايز ، وتعلم المفاهيم ، وتعلم القواعد ، وحل المشكلات . وكذلك نظريات وأعمال دينيس Z.Dienes ترتبط بالرياضيات . فينظر دينيس إلى الرياضيات على أنها دراسة للتراكيب والعلاقات بين التراكيب ، وقد طور نظاماً للرياضيات التربوية مبنى على نظرية للتعلم ، وعملية لتدريس الرياضيات . وقد أسهم أوزبل D.Ausubel بإسهامات دالة في التعلم اللفظي ، ويعتقد أنه يمكن تحقيقه من خلال أخذ تركيب النظام في الحسبان باستخدام مبادئ مناسبة لترتيب المادة الدراسية من أجل تقديمها للطلاب . وقام برونر J.Bruner بسرد النظريات العامة للتعليم ، وقام بتطوير فلسفة للتربية تتركز حول تركيب شبكة عمل أساسية للتعلم ، ولاستعداد الطالب للتعلم ، والبداهة ، والدافعية للتعليم . ونظرياته العامة لها ارتباط بمعلم الرياضيات . وتوصل سكينر B.F.Shhiner لدراسات مكثفة للسلوك ، وقام بتطوير علماً للسلوك البشري مبنى على عمله في التحليل السلوكي . وتقرح كتاباته طرقاً يمكن بواسطتها أن يتكرر المعلم مواقف أكثر فاعلية للتعلم باستخدام تكتيكات مناسبة لإظهار سلوكيات مرغوبة من الطلاب .

نظرية بياجيه في النماء العقلي

وفقاً لنظرية السيكلوجي السويسري دافع الصيت جين بياجيه J.Piaget ، يتقدم النمو العقلي البشري زمنياً خلال أربع مراحل متتابعة . وقد وجد أن حدوث المراحل لا يتغير بين الناس ، وعلى أية الأحوال فالأعمار التي يدخل بها الناس لكل مرحلة أعلى في الترتيب تتغير وفقاً لخصائص الوراثة والبيئة لكل فرد .

مرحلة الإحساس والحركة

يطلق على الفترة الأولى من النمو العقلي مرحلة الإحساس والحركة ، وتمتد من الميلاد وحتى عمر سنتين تقريباً . ويتكون تعلم الطفل في هذه الفترة من نمو وتنظيم أنشطته الجسمية والعقلية في سلسلة من الأفعال المعرفة جيداً وتسمى مخططات Schemas . ويتعلم الأطفال من الميلاد إلى عمر سنتين أن ينسقوا بين إحساساتهم وحركاتهم ، ويتعلم أن الشيء الذي يبعد عن النظر لا يعتبر غير موجود ، ويتعلم ربط رموز الكلمة بالشيء العيني . فعلى سبيل المثال في نهاية هذه المرحلة يمكن أن يدرك

الطفل صوت الأب يغلق الباب للخروج إلى العمل ، ويمكنه الذهاب إلى النافذة ويراها وهو يصعد إلى الأنوييس ، ويفهم أنه سوف يعود فيما بعد . ويتقدم الأطفال في هذه المرحلة من امتلاكهم للقدرات الانعكاسية عند الميلاد إلى قدرتهم على المشي ، والكلام عند عمر سنتين .

مرحلة ما قبل العمليات

وتمتد المرحلة الثانية ، وهي مرحل ما قبل العمليات ، من عمر سنتين تقريبا إلى عمر سبع سنوات ، ويمكن للطفل خلالها تشكيل معظم خبرات العالم الخارجي في مخططات تنمو من البيئة الحالية ورؤية جميع الأشياء في علاقة بنفسها . ويعتقد الأطفال الصغار أن كل أفكارهم وخبراتهم يشترك فيها الآخرون ، وأن الجوامد لها خصائص الأشياء الحية ، وأن التمييز بين المفرد والمتعدد ليس له أهمية . وهذا يفسر لماذا لا يهتم الطفل الصغير بوجود بابا نويل في كل ركن من أركان الشارع ، وتمثيل بابا نويل في كل نافذة عرض للمحلات . إن المفكر في مرحلة ما قبل العمليات يواجه صعوبة في عكس أفكاره ، وإعادة بناء الأفعال ، ولا يمكن أن يأخذ في إعتبار مظهرين لشيء أو موقف في نفس الوقت ، ولا يمكنه أن يجرى استدلال إستقرائي (من الحالات الفردية إلى العامة) ، أو استدلال إستنباطي من القاعدة العامة إلى الحالات الفردية (إن الطفل الصغير يستدل من الأمثلة الخاصة إلى الأمثلة الأخرى Tnomaductuiely ولا يستطيع الأطفال في هذه المرحلة التفرقة بين الحقيقة والخيال ، وهذا يفسر أن أكاذيبهم ليس نتيجة نقص في الأخلاق ، ولكن نتيجة عدم قدرتهم في الفصل بين الأحداث الحقيقة من عالم تخيلاتهم . ومن خلال نضجهم الجسمي وتفاعلهم مع بيئتهم ينمي الطفل في مرحلة ما قبل العمليات المخططات العقلية الضرورية للعمل على مستوى عقلي أعلى . ويصح الأطفال في نهاية هذه المرحلة قادرين على إعطاء أسباب لما يعتقدونه ، ويمكنهم تصنيف فئة من الأشياء وفقا لخاصية واحدة ، ويدؤا في إكتساب بعض المفاهيم الواقعية .

مرحلة العمليات الملموسة

تمتد مرحلة العمليات الملموسة للنمو العقلي من عمر السابعة إلى الثانية عشرة ، أو الثالثة عشر أو أكثر . وهناك نقص ملحوظ في التركيز حول الذات عند الطفل في بداية هذه المرحلة فيلعب مع الأطفال الآخرين الألعاب المنعزلة يستبدل الألعاب المنعزلة أو الفردية في وجود الأطفال الآخرين . ويصح الأطفال في هذه المرحلة قادرين على تصنيف الأشياء التي لها خصائص متعددة إلى فئات ، وفئات جزئية بناء على خصائص معينة ، ويمكنهم أن يأخذوا في الإعتبار خصائص متعددة للشيء في نفس الوقت .

ويدؤا في فهم النكات ؛ ولكنهم لا يزالون يواجهون صعوبة في تفسير الأقوال المأثورة ويفشلون في معرفة المعاني الخفيفة . وهم الآن قادرين على التعامل مع العلاقات المركبة بين الفصول ، ويمكنهم عكس العمليات ، والمخططات الإجرائية ، ويمكنهم فهم وتجسيد الحالات الوسيطة للتحويل مثل

شروق الشمس وغروبها . ويمكن للأطفال في فترة العمليات الملموسة رؤية وجهه نظر شخص آخر ، ويستدل إستقراثيا وإستنباطيا قرب نهاية هذه المرحلة ؛ وعلى أية الأحوال فالعديد لا يزال يميل إلى النظر للأمثلة المتتابعة لمبدأ عام على أنها أحداث غير مرتبطة .

وبالرغم من أن الأطفال في هذه المرحلة تنمو لديهم كثير من القدرات العقلية التي توجد عند دين ، إلا أن توجد لديهم صعوبات في فهم التجريدات اللفظية . ويمكنهم أداء عمليات معقدة مثل إجراء المعكوسات ، والتعويض ، وإتحاد وتقاطع المجموعات ، والترتيب التسلسلي للأشياء الملموسة ، ولكن قد يكونون غير قادرين على إجراء نفس هذه العمليات على الرموز اللفظية . وقدراته على الإستدلال المنطقي وإصدار الحكم لم تنمو بعد كما يجب ، ونادراً ما يمكنهم حل مشكلة مثل : هشام أطول من محمد ، وهشام أقصر من صفاء من يكون أقصر الثلاثة ؟

وعلى أية الأحوال فالاطفال في هذه المرحلة يمكنهم ترتيب حزمة من العصي من الأقصر إلى الأطول . ونادراً ما يستطيع الأطفال قبل نهاية هذه الفترة في صياغة تعريف وصفي دقيق ، وبرغم هذا فيمكنهم تذكر تعريف شخص آخر وإعادة صياغة ما يتذكرون . يتعلم الأطفال في هذه المرحلة أن يفرقوا بين الفعل الخاطيء المتعمد ، والأخطاء غير المتعمده . وحتى بعد نمو مفهوم القواعد والأخلاقيات نجد أنهم لا يزالون يلصقون معنى روجي بأصل القواعد ، والأخلاق ، والقوانين والمعتقدات ، وكذلك بأصل الأسماء . فبالنسبة للأطفال قبل الرشد فالوردة يطلق عليها وردة لأنها وردة ، وليس لأن أحداً أعطاها أسم وردة .

وقد أطلق على هذه الفترة التطورية العمليات الملموسة لأن علماء النفس قد وجدوا أن الأطفال بين السابعة والثانية عشره تكون لديهم مشكلات في تطبيق العمليات العقلية المجردة على الرموز اللفظية ، والأفكار المجردة ؛ وبرغم هذا فعند سن الثانية عشره يصبح الأطفال مهيين لإستخدام ذكائهم للتعامل اليدوي مع الأشياء العينية . ويجب الأطفال في هذه الفترة بناء الأشياء ، يتعاملون يدويا مع الأشياء ، وجعل الأجزاء الميكانيكية تعمل .

مرحلة العمليات المجردة

عندما يصل الراشدين إلى مرحلة العمليات المجردة ، فإنهم لا يحتاجون بعد للإعتماد على العمليات الملموسة لتمثيل أو بيان التجريدات العقلية . فهم الآن قادرون على أخذ وجهات نظر عديدة في الإعتبار في وقت واحد ، ينظروا إلى أفعالهم الشخصية بموضوعية ، ويعكسونها على عمليات تفكيرهم الشخصية . ويمكن للمفكر — تفكيراً مجرداً أن يصيغ نظريات ، وفروض عامة ، ويختبر فروض متنوعة . ويمكن للأفراد الذين وصلوا إلى هذه المرحلة تقدير الخير والشر ، ورؤية التعريفات والقواعد ، والقوانين في مضمون فعلى موضوعي . ويمكنهم أيضا التفكير إستقراثيا وإستنباطيا ويمكنهم المجادلة بالتضمنين (إذا كان س س فإن ص) . والراشدون قادرون على فهم وتطبيق المفاهيم

المركبة مثل التبادل والتوافق ، والتناسب ، والارتباط ، والاحتمالات ، ويمكنهم إستيعاب الكبر اللانهائى ، والصغر المتناهى .

عوامل فى النمو العقلى

توضح نظرية بياجىة النمو العقلى كعملية للإستيعاب والتسكين للبيانات فى التركيب العقلى . الإستيعاب هو العملية التى تدمج من خلالها البيانات والخبرات فى التركيب العقلى ، والتسكين هو إعادة تركيب العقل الناتج عن البيانات والخبرات الجديدة . فالعقل لا يستقبل فقط البيانات الجديدة ولكنه يعيد تركيب البيانات القديمة لكى يسكن الجديدة . فعلى سبيل المثال البيانات الجديدة عن شخصية سياسية لا تضاف فقط للبيانات القديمة للعقل عن هذا الشخص . فهذه البيانات ربما تبدل أيضا وجهه نظر الفرد عن السياسة ، والسياسيين ، والحكومة بصفة عامه ، وربما تغير أيضا قيمة الأخلاقية . إن العلم ليس إضافه بيانات جديدة فحسب إلى ركام البيانات القديمة ، لأن كل قطعة من البيانات الجديدة تسبب تعديلا فى كومه البيانات القديمة لتسكين البيانات القديمة المستوعبه .

وبناء على نظرية بياجىة هناك عوامل متعددة تؤثر على النمو العقلى . أو لا يعتبر النمو السيكولوجى فى المخ والجهاز العصبى عامل هام فى النمو العقلى العام . ويطلق على عملية النمو هذه النضج . ويدرك بياجىة أيضا أهمية الخبرة فى النمو العقلى وقد تعرف على نوعين من الخبره . الخبره الجسمية وهى تفاعل كل شخص مع الأشياء فى بيئته ، والخبرات المنطقية وهى الأفعال العقلية التى يمارسها الأفراد كمخططاتهم العقلية التى أعيد تركيبها وفقا لخبراتهم . وعامل آخر ، الإنتقال الإجتماعى ، وهو التفاعل والتعاون لشخص مع الآخرين وهو هام لدرجة كبيرة لنمو المنطق فى عقل الطفل . يعتقد بياجىة أن العمليات المجردة قد لا تنمو فى العقل بدون تبادل ، وتناسق لوجهات النظر بين الناس . العامل الأخير ، التوازن ، وهو العملية التى يفقد بواسطتها التركيب العقلى للشخص إستقراره كنتيجة للخبرات الجديدة ، ويعود للإتزان من خلال عمليتى الإستيعاب والتسكين . وكنتيجة للتوازن تنمو التراكيب العقلية وتنضج . يعتقد بياجىة أن هذه العوامل الخمسة (النضج) الخبرة الجسمية . المنطقية ، الإنتقال الإجتماعى ، والتوازن) ذات أهمية للنمو العقلى ، ويجب وجود كل واحدة منها إذا كان للشخص أن يتقدم خلال المراحل الأربعة للنمو العقلى .

وبينما نجد المراحل الأربعة (الحس والحركة ، ما قبل العمليات ، العمليات الملموسة ، العمليات المجردة) متتابعة طبيعيا ، فليس لها نقط بداية أو نهاية معرفة تعريفا جيدا . ويحدث التقدم من مرحلة إلى أخرى عبر فترة من الزمن ، وقد يتفاوت كل فرد فى قدرته لعرض العمليات العقلية الأعلى خلال هذه الفترة الإنتقالية . وحتى بعد ما يتم الشخص الإنتقال من مرحلة لأخرى تالية ربما لا يزال يستخدم عمليات عقلية مرتبطة بالمراحل السابقة . إن الراشد الذى نمت مقدراته العقلية لمرحلة العمليات المجردة يكون لديه التراكيب العقلية الضرورية لإجراء العمليات المجردة ولكن سوف لا يفعل ذلك دائما . فالعديد من الكبار فى مرحلة العمليات المجردة كثيرا ما يعدون على أصابعهم والتى

تعتبر سمه لما قبل العمليات . إن الشخص الصغير الذى يدخل مرحلة العمليات المجردة سوف يستمر في تحسين مهارات العمليات المجردة لكثير من السنوات .

نظرية ياجية وتدریس الرياضيات

بينما كنت أناقش طرق التدريس مع معلمه رياضيات شابة منذ عدة سنوات لاحظت أنها مروعة لأن معظم طلابها في الصف السابع غير قادرين على فهم حتى البرهان البسيط . وسألتها إذا كانت قد درست نظرية ياجية للتعلم في الكلية ، وأجابت بالإيجاب ، ولكنها لا ترى مدى إرتباطها بطلاب الصف السابع الذين يدرسون البراهين الرياضية وقد بينت هذه الواقعة حاجة المعلمين لرؤية التطبيقات في تدريسهم للنظريات التي تعلموها في الكلية ، وحاجة معلمين المعلم ليظهروا لمعلمين المستقبل تطبيقات نظرية التعلم .

ولما كان عمر طلاب الصف السابع إثني عشر أو ثلاثة عشرة عاما ، فإن بعضهم لا يزال في مرحلة العمليات الملموسة ، والبعض الآخر قد دخل لتوه مرحلة العمليات المجردة ، ولا يزال البعض في مرحلة الانتقال بين مرحلتى النمو العقلى . وبالتالي فإن النمو العقلى لكثير من طلاب الصف السابع لم يتقدم بعد إلى النقطة التى يكون لديهم عندها التراكيب العقلية الضرورية لبناء براهين رياضية مجردة . ولا يرى بعض هؤلاء الطلاب الفرق بين حالة فردية ، ومبدأ عام وبرهان لهذا المبدأ . وهذا لا يعنى أن معلم الصف السابع لا يجب أن يستكشف طبيعة البراهين الرياضية البديهية والمجردة مع الطلاب ، وعلى أية الأحوال فهو يدرك أن راشد الثانية عشرة له تركيب عقلى مختلف (و تركيب جسمى يختلف إختلافا واضحا) عن معلم عمره اثنان وعشرون عاما .

ولما كان من المتوقع من معلمى رياضيات المستوى الثانوى أن يكونوا قادرين على تدريس الطلاب في المدارس الإعدادية والمدارس الثانوية ، فإنه يجب عليهم التحضير لتدريس الطلاب الذين تتراوح أعمارهم من الحادية عشرة إلى التاسعة عشرة . ويتوقع معلمى الصف السادس ، والسابع ، والثامن عديد من الطلاب في مرحلة العمليات الملموسة في فصولهم ، وحتى بعض طلاب المرحلة الثانوية لا يزالون في هذه المرحلة للنمو العقلى . وعلى ذلك فإنه من المناسب لنا أختبار الصفات العقلية المميزة التى ليست لدى بعض طلاب المدرسة الثانوية ، ولكنها مطلوبة لممارسة كثير من مستويات أنشطة تعلم الرياضيات المدرسية .

ويجب أن يتوقع المعلم بعض القدرات المركبة ، والمهارات ، والسلوكيات ، من طالب في مرحلة العمليات المجردة ، ويجب أن يبدى إهتمام إذا لم تظهر العمليات العقلية المجردة . وعلى أية الأحوال فعند أى مستوى صفى بالمدرسة الثانوية هناك طلاب لم يدخلوا تماما مرحلة العمليات المجردة ، ويجب أن يكون المعلمون على وعى بالسلوكيات المتوقعة من هؤلاء التلاميذ . وهم يوضحون فحسب حقيقة أن الناس ينضجون عقليا عند أعمار مختلفة ، وهى تناظر نسب مختلفة من إنضوج الجسمى الذى يجب أن نتوقعة وما من معلم ينظر إلى طالب الصف السابع الذى يعتبر أصغر بالنسبة لمجموعته

العمرية كمعوق جسمياً ، ولا يجب أن ينظر المعلمون إلى الأطفال الذين ينضجون عقلياً في سن متأخرة كمعوقين عقلياً . ويجب على كل معلم للرياضيات ، وخاصة الذين يدرسون من الصف السادس حتى التاسع ، أن يتوقع أن كثيراً من طلابه يكونون في مرحلة العمليات الملموسة ؛ ويجب أن يفهم القدرات العقلية القاصرة للطلاب في هذه المرحلة ، ويجب أن يعطى إستراتيجيات تعلم مناسبة للعمليات الملموسة ، ويجب أن يخطط أنشطة لمساعدة الطلاب ليتقدموا إلى مرحلة العمليات المجردة .

إن الطلاب في الصف السادس إلى التاسع يصعب تدريسهم لأنهم لا يزالون يختبرون قدرات العمليات الملموسة المكتشفة حديثاً بينما يدخلون مرحلة العمليات المجردة . طلاب العمليات الملموسة قد اكتشفوا أن القواعد ليست مطلقة ، ولكنها إختيارية . هؤلاء الطلاب يحاولون القواعد الخاصة بهم ويتحدون قواعد المعلم ، والتي ينتج عنها ما نطلق عليها عادة بمشكلات النظام . فيحتاج الأطفال في هذه الفترة بالإندماج والتحدث مع الأطفال الآخرين كوسيلة لدخول مرحله العمليات المجردة من خلال عملية الانتقال الاجتماعى . ونتيجة لهذا بيد طلاب المرحلة الاعدادية لمعلمهم على أنهم يتحدثون كثيراً ، ومصدرراً للضوضاء ، ومشاكين ، وغير مهذبين . وما يبدو للكبار على أن عبث وتبريح من جانب التلاميذ إنما هو جزء من وسائل رعاية نموهم العقلى .

هؤلاء التلاميذ لا يريدون قبول صيغ مبنية فقط على سلطة المعلم ، ولا يهتمون بقبول مفاهيم جديدة خارج قدرتهم على تجسيدها وفهمها . وبالتالي فإنهم لا يعتقدون أو يقبلون مفهوم الملائهية ، ولا حقيقة أن العدد الكاردينالى لمجموعة من أرقام العد هو نفسه العدد الكاردينالى لمجموعة الأرقام الزوجية العدية والذي هو مجموعة جزئية فعلية من أرقام العد . وفي الحقيقة معظم طلاب العمليات الملموسة لديهم مشكلات مع مفهوم اللانهائية ، والتجزئة غير المحدوده لقطعة مستقيمة إلى قطع مستقيمة صغيرة .

ويستمتع طلاب المرحلة الإعداية بالعمل بالأشكال ، والنماذج ، والأدوات ؛ ويحتاجون إلى ربط المفاهيم المجردة الجديدة للواقع الفيزيقي ولخبراتهم الشخصية . ويجب أن تقدم رؤوس الموضوعات في الرياضيات من خلال أمثلة ملموسة ، ويجب أن تلعب اليديه والتجريب دوراً كبيراً في إستراتيجيات تدريس المبادئ والمفاهيم الجديدة . ويجب أن يتوقع الفرد في الهندسة أن عديد من الطلاب سوف يواجهون مشكلات في تجسيد الأشياء ذات الأبعاد الثلاث ، والعلاقات بين الأشياء . وسوف يحتاجون إلى بناء نماذج للأشكال الهندسية ومعالجتها يدوياً . إن الهندسة في المدرسة الإعدادية يجب أن تقدم غير مجردة وبطريقة يديه ، ويرجىء الرهان الهندسى المجرد حتى يجيد الطلاب مرحلة العمليات المجردة من النمو العقلى . ولقلة من الناس هذا لا يحدث قبل عامهم الأول أو الثانى فى الكلية .

وبالرغم من أن طلاب العمليات الملموسة يمكنهم صياغة المفاهيم وإستخدامها بطريقة صحيحة ، إلا أن لديهم مشكلات في تفسير المفاهيم بإستخدام الرموز الرياضية واللفظية . وكنتيجة لهذا القصور

نجد أن كثيراً من الطلاب الأصغر (في الغالب الطلاب الأصغر) لا يمكنهم حل المشكلات الرياضية الكلامية ، ويلجأون إلى تذكر أنماط ، وحل المشكلات عن طريق المحاولة والخطأ . وما يجرونه من محاولة وخطأ ليست منتظمة حتى أنهم يكررون المحاولات الخاطئة . وكما هو متوقع فكثير من طلاب المدرسة الثانوية غير قادرين على صياغة تعريفات ذات معنى لحدود رياضية ويتذكر فحسب التعريفات . وغير متوقع من يفكر بطريقة ملموسة أن يحل مشكلات منطقية ، أو التناقضات الرياضية وغير متوقع من يفكر بطريقة ملموسة أن يحل مشكلات منطقية ، أو التناقضات الرياضية . وكذلك لا يمكنهم الوصول إلى تعميمات مبنية على عدد من الأمثلة المتشابهة . فعلى سبيل المثال قد لا يصلون إلى مبدأ الإبدال في الجمع $1 + 2 = 2 + 1$ من أمثلة مثل $2 + 3 = 3 + 2$ ، $8 + 11 = 11 + 8$. هؤلاء الأطفال غير قادرين على معالجة متغيرات متعددة في آن واحد ، وتعتبر العلاقات المركبة مثل التناسب ، والدوال لمتغيرات متعددة غير مناسبة لكثير من طلاب المدرسة الإعدادية . إن الرموز الرياضية ، والمعالجات اليدوية تتضمن عمليات مجردة ، ويتعلم كثير من الطلاب الجبر عن طريق تذكر القواعد للتأليف بين الرموز ومعالجتها بفهم قليل لمعنى التكنيك الجبري . فعلى سبيل المثال $(س + ص)^2 = ص^2 + 2ص + 1$ ، $ص + 1 = \frac{ص}{1} + 1$ ،

$$\sqrt{ص + 1} = \sqrt{ص^2 + 2ص + 1} \quad [(x + y)^2 = x^2 + y^2, \frac{a + b}{a} = b, \text{ and } \sqrt{x^2 + y^2} = x + y]$$

هذه عبارات معقولة جداً بالنسبة لكثير من الطلاب الذين يدرسون الجبر . وحتى الأمثلة العددية المضادة التي توضح خطأ هذه العبارات غير ذات معنى للطلاب الذين يتعاملون فحسب مع الرموز $س ، ص ، ا ، ب [x's, y's, a's, \text{ and } b's]$ وفقاً لقواعد إختيارية .

وخلاصة القول ، إن يجب الإشارة بأن بياجية ومعاونيه المقرين قد إهتموا بدراسة وتعريف طبيعة التفكير البشري ونموه ، ولم يحاولوا تخصيص طرق لتحسين التعليم والتعلم . وقد ترك هذا لأخرين لتطبيق نظريات بياجية ونتائجها في حجرة الدراسة . وتتضمن كثير من التجارب التي أجريت لتحديد مراحل النمو العقلي ، ملاحظة وتسجيل إستجابات الطلاب عند إعطائهم واجبات ذات طبيعة رياضية . وبالتالي فإن بعض أنواع المشكلات الرياضية التي يستطيع الأطفال ذوى الأعمار ومستويات الذكاء المختلفة قد حدها بياجية . وبرغم هذا فإن كثيراً من عمل نظرية بياجية للنمو العقلي باقى للإلتهام ، فقد لاقت نظريته قبولا واسعا بين السيكولوجيين ، وأصحاب نظريات التعلم ، ورجال التربية . ويجب أن يكون كل معلم للرياضيات على ألفة بعمل بياجية ، ويجب تطبيق إكتشافاته عن الإستعداد العقلي لواجبات التعلم المتنوعة على تدريسه . إهتم بالمثل في بداية هذا الموضوع عن المعلم الذى يعرف نظرية بياجية ولكنه لم يفكر في تطبيقه على فصله . وهناك بعض المراجع في نهاية هذا الفصل سوف تساعدك لتتعلم أكثر عن تطبيقات نظرية بياجية في تدريس الرياضيات .

نموذج بيئه جيلفورد للعقل

بينما درس بياجيه وآخرون مراحل النمو العقلي ، وضع جيلفورد وزملاؤه نموذج ثلاثي الأبعاد يحتوي على ١٢٠ نوعاً منفصلاً من القدرات العقلية . ويشمل المائة وعشرين عامل معظم القدرات العقلية البشرية التي يمكن تحديدها وقياسها . وقد حاول جيلفورد وزملاؤه في صياغتهم لهذا النموذج أن يعرفوا الذكاء العام ويضعوا له تركيباً في إستعدادات عقلية متنوعة ومحددة جداً . وتؤكد نتائجهم صحة ما لاحظته معلم المستقبل : قد يواجه أكثر الطلاب ذكاء صعوبة في القيام بأعمال عقلية معينة ؛ بينما يجيد بطريقة تدعو إلى الدهشة في بعض أنواع الأنشطة العقلية الطلاب الآخرين الذين حصلوا على درجات منخفضة في إختبارات الذكاء العام . ومن الأهمية بمكان أن يفهم المعلمون أن الطلاب كأفراد ربما يكون لديهم نقاط قوة أو ضعف في نواحي عقلية متنوعة معينة . وقد صممت الإختبارات لقياس كثير من هذه العوامل للذكاء ، ومن الممكن إنتقاء واجبات مناسبة لمساعدة الناس في تقوية نقائصهم الإدراكية المعينة .

ف عندما يجد المعلم أن تلميذاً غير قادر على إكتساب المستوى الأدنى من التمكن للمهارات معينة ، فإن الإخصائي النفسي للمدرسة قد يكون قادراً على تحديد أى من القدرات العقلية منخفضة في نموها عند هذا الطالب ، وربما يقترح أنشطة لتحسين تلك القدرات . حتى المعلم الذي يعمل في مدرسة غير متاح فيها خدمات الإخصائي النفسي ، أو تكون فيها هذه الخدمات متاحة فقط للمعوقين عقلياً أو إنفعالياً ، فإنه يمكن إدراك مهارات عقلية معينة ناقصة عند بعض الطلاب ويمكن مساعدتهم في تنمية هذه المهارات . وبمقدور المعلمين أن يكون لديهم تأثير إيجابي دال على تكوين صورة الذات لكل طالب ، ويجب على كل معلم أن يدرك ويشجع المواهب الفريدة التي لدى كل فرد . ويمكن أن يؤثر المعلمون تأثيراً سلبياً على الطلاب . فيظهر بعض المعلمين من خلال أفعال صريحة أو غير صريحة أن الطلاب الذين يفتقرون إلى البراعة والإهتمام بتخصص المعلم لهم مستقبل ضيق في إرتياد حياة ذات فائدة وسعيدة يجب على كل معلم الرياضيات أن يظهر تقدير للرياضيات وقيمتها ويجب أن يشجع الطلاب لتعلم الرياضيات والإستمتاع بها ؛ وعلى أية الأحوال يجب على كل معلم أن يكون موضوعي بدرجة كافية ليفهم أن الرياضيات هي فقط جزء صغير ، وغير مهمه في بعض الحالات فيما يتعلق بحياة كثير من الناس الناجحين .

متغيرات الذكاء

لقد تطور نموذج جيلفورد للإستعدادات العقلية — والذي يطلق عليه تركيب جيلفورد لنموذج الذكاء — في جامعة كاليفورنيا بإستخدام منهج إحصائي يُسمى التحليل العاملي للتعرف على وتصنيف القدرات العقلية المتنوعة . وقد ظهر النموذج للوجود عن طريق إختبار أفراد يتفاوتون في العمر من سنتين إلى الرشد . ويضع تركيب نموذج الذكاء — الذي أستخدم كأداة بواسطة الباحثين الذين يدرسون متغيرات الذكاء — خصائص التعلم والنمو العقلي كمركب من ثلاث متغيرات . أول هذه

المتغيرات هو العمليات Operations ، وهي فئة من العمليات العقلية المستخدمة في التعلم . والمتغير الثاني هو المحتويات Contents ، وتضع في مصنفات طبيعة المادة المتعلمه والناتج Products وهو المتغير الثالث في الذكاء يشير إلى الأسلوب الذى تنظم به المعلومات داخل العقل .

عمليات العقل :

تعرف جيلفور على خمس عمليات عقلية أطلق عليها التذكر ، والمعرفة ، والتقييم ، والناتج التقارى والناتج التباعدى . التذكر هو القدرة على تخزين البيانات في العقل ، وإستدعاء البيانات في العقل ، وإستدعاء البيانات المخزونة في إستجابة لمر معين . والمعرفة هى القدرة على إدراك أشكال متنوعة من البيانات وفهم البيانات . والتقييم هو القدرة على تشغيل البيانات لعمل أحكام ، وإشتقاق نتائج ، والوصول إلى قرارات . الناتج التقارى هو القدرة على أخذ فئة معينة من البيانات وإشتقاق نتيجة شاملة مقبولة ، أو إستجابة مبنية على بيانات معطاه . الناتج التباعدى هو القدرة الإبتكارية على رؤية بيانات معطاه فى صورة جديدة بحيث أن الناتج يكون فريد وغير متوقع . إن الطالب الذى يجيب فوراً $\frac{1}{4}$ عندما يسأل عن جيب الزاوية ٣٠ يستخدم ذاكرته . والطفل الذى يفصل تجمع من المربعات والمثلثات المختلطة فى تجمعين منفصلين من المربعات والمثلثات يمارس درجة من الإدراك . وعندما يجلس عضوا من المخلفين أثناء محاكمة ، ويتناقش فى جلسة مغلقة مع بقية الأعضاء للمخلفين ، وينتهى إلى أن المدعى عليه مذنب كما هو منسوب إليه ، فإن هذا الشخص قد أستخدم قدرته العقلية للتقييم . والطالب الذى يدرس الجبر والذى وجد الحل الصحيح لفئة من ثلاث معادلات خطية فى ثلاثة مجاهيل قد إستخدم قدره الناتج التقارى لديه . والرياضى الذى أكتشف نظرية رياضية جديدة وهامه وبرهن عليها فهو يظهر قدرة هائلة فى الناتج التباعدى .

محتويات التعلم .

تعرف جيلفور فى تركيبه لنموذج الذكاء على أربعة أنواع من المحتوى متضمنة فى التعلم . وقد أطلق على الأشياء المتعلمه المحتويات الشكلية ، والرمزية ، واللغوية ، والسلوكية المحتويات الشكلية هى أشكال وصيغ مثل المثلثات ، والمكعبات ، والقطوع المكافئة ، وهكذا . المحتويات الرمزية هى رموز وكودات تمثل الأشياء الملموسة أو المفاهيم المجردة . هو تمثيل رمزى للمرأة ، + هو رمز رياضى لعملية جمع . المحتويات اللغوية للتعلم هى تلك الكلمات والأفكار التى تثير صورة عقلية عندما تقدم كمثير . فشجرة ، وكلب وشمس وحرب ، وخوف ، وأحمر هى كلمات تثير صوراً فى عقول الناس عند سماعها أو قراءتها . المحتويات السلوكية للتعلم هى إظهار المثير والإستجابات عند الناس ، أى الطريقة التى يسلك بها الناس كنتيجة لرغباتهم الشخصية ، وأفعال الناس الآخرين . إن الأشكال والصيغ الملموسة (الأشكال) ، والتمثيلات (الرموز) ، والكلمات المتحدثة والمكتوبة (اللغويات) ، وأفعال الناس (السلوكيات) تندمج لتنتج البيانات التى ندركها فى بيئتنا .

نواتج التعلم :

إن الستة نواتج للتعلم في نموذج جيلفورد (الطريقة التي يتم بها التعرف على البيانات وتنظيمها في العقل) هي الوحدات ، والفئات ، والعلاقات ، والنظم ، والتحويلات ، والتضمينات . الوحدة هي رمز مفرد أو شكل ، أو كلمة ، أو مدرك ، أو فكرة . ويطلق على مجموعات الوحدات بالفئات ، وقدرة الفرد العقلية هي التي يصف بها الوحدات . العلاقات هي الروابط بين الوحدات والفصول وتنظم في عقولنا الوحدات والفصول وتتكامل في تركيبات بحيث نكون على وعي بالعلاقات بين منتجى التعلم . والنظام هو توليف الوحدات ، والفصول ، والعلاقات في تركيب أكبر وله معنى أكثر . التحويلات هي عملية تعديل البيانات الموجودة وإعادة تفسيرها وتركيبها في بيانات جديدة . ويعتقد عادة أن القدرة على إجراء تحويلات هي خاصية للمبتكرين من الناس . التضمين هو تنبؤ أو حدس عن نتائج التفاعلات بين الوحدات . وتبين طريقة تركيب نظام الاعداد الحقيقية كيف ينظم العقل البيانات في ستة نواتج للتعلم . فكل عدد حقيقى يمكن إعتبره كوحدة ، ومجموعة الأعداد الحقيقية برمتها هي فئة . التساوى وعدم التساوى هي علاقات في فئة الاعداد الحقيقية . وفئة الاعداد الحقيقية مع عمليات الجمع والطرح والضرب ، والقسمة والخواص الجبرية لهذه العمليات هو تركيب رياضى . والدوال المعرفة على نظام الاعداد الحقيقية هي تحويلات ، وكل نظرية عن الدوال على الأعداد الحقيقية هي تضمين .

إن المائة والعشرين ($6 \times 4 \times 5$) قدرة عقلية متميزة المعرفة في تركيب جيلفورد لنموذج الذكاء تنتج عن أخذ كل التوفيقات الممكنة للخمس عمليات ، والأربعة محتويات ، ولستة نواتج . فعلى سبيل المثال الاستعداد العقلى — تذكر وحدات الأشكال — هو قدرة الشخص على تذكر المدركات الشكلية التي رآها . وقدرة الطالب على إعادة استرجاع شكل هندسى بعد رؤيته لمثال عن هذا الشكل بالذات هو مثال عن هذا الاستعداد في الرياضيات . وتوضح القائمة التالية للعمليات والمحتويات ، والنواتج كيف يمكن تكوين المائة وعشرين استعدادا بالتوفيق بين أى عملية مع أى محتوى ، مع أن ناتج لتكوين ثلاثى مرتب .

عوامل جيلفورد للقدرة العقلية

العمليات	المحتويات	النواتج
١ — تذكر	١ — شكلية	١ — وحدات
٢ — ادراك	٢ — رمزية	٢ — فئات
٣ — تقويم	٣ — لغوية	٣ — علاقات
٤ — ناتج التقارى	٤ — سلوكية	٤ — نظم
٥ — ناتج التباعدى		٥ — تحويلات
		٦ — تضمينات

بالرغم من فائدة هذا النموذج للذكاء البشرى في تعريف متغيرات التعلم ، والمساعدة في توضيح إستعدادات وقدرات التعلم المتنوعة ، إلا أن هناك تحفظ على تركيب نموذج الذكاء يجب أن يذكر . إن أى محاولة لتركيب وتبويب القدرات البشرية المركبة في نموذج ينتج عنها بالضرورة تبسيط مبالغ فيه للحقيقة . فمعظم الحقائق ، والمهارات ، والمبادئ ، والمفاهيم التى يدرسها المعلمون ويتعلمها الطلاب تتطلب توافقات مركبة للقدرات العقلية . عندما يكون الطالب غير قادر على بناء براهين في الهندسة المستوية ، فقد يكون من الصعب تحديد أى من الإستعدادات العقلية (أو أى فئة من الاستعدادات) هى التى تسبب هذه المشكلة التعليمية . وقد تتطلب البرهنة على نظريات الهندسة المستوية توفيق فريد لفئة كبيرة من المائة والعشرين قدره عقلية ، وليس لدى معظم معلمى الرياضيات المهارة أو المصادر للتعرف على وقياس هذه القدرات الخاصة في كل طالب . ومع ذلك فمساعدة سيكولوجى مدرب مطلوبة لتحديد نواحي القصور العقلية بدقة عند طالب معين وتوصيف الأنشطة العلاجية ، ويجب على كل معلم أن يتعلم إدراك بعض النقاىص العامة للتعلم ، ويساعد الطلاب على التغلب على بعض مشكلاتهم في التعلم . الخطوة الأولى في التعامل مع هذا التنوع العقلى البشرى هو إدراك أن عقل الطالب يتكون من كثير من العوامل المختلفة التى قد توجد بدرجات متفاوتة في كل طالب . الخطوة الثانية هى ملاحظة أداء كل طالب في مجالات معينة في الرياضيات ومحاولة تعرف نقاط قوته وضعفه المتمايزه . الخطوة الثالثة هى إعطاء واجبات فردية (حسباً تتطلبه حاجات الطلاب والوقت المسموح به) للطلاب بحيث يمكنهم تطبيق قدراتهم العقلية الأقوى ، وتحسين استعداداتهم العقلية الأضعف . وتقترح هذه الخطوة أن هناك مدخلان للتغلب على معوقات التعلم . أحد المدخلين للمتعلم كى يتجنب نقاط ضعفه ، ويطبق مقدراته العقلية على كل واجب . ومدخل آخر هو محاولة تقوية الضعف في المقدرات العقلية . كلتا الطريقتين لمهاجمة النقص العقلى مفيدتين ويمكن إستخدامهما آتياً في حجرة الدراسة . واخيراً يجب أن يجاهد المعلم كى يتعلم أكثر عن طبيعة الذكاء ، ويتعلم عن طريق قراءة المجلدات المهنية ، وبالإشتراك في الورش التعليمية أثناء الخدمة ، ومقررات الكلية ، وبرامج مابعد البكالوريا . (Postbaccalaureate) .

إن أحد المصادر الجيدة لدراسة أوفى لتركيب جيلفورد لنموذج الذكاء وتفسيره وتطبيقاته في التدريس هو كتاب مارى ميكر (١٩٦٩) Mary Meeker تركيب العقل The Structure of Intellect عرف ميكر في هذا الكتاب كل عامل عقلى من المائة والعشرين ، ووضع إختبارات لقياس العوامل ، وإقتراح أنشطة وخبرات لحجرة الداسة لتقوية كل عامل إدراكى . لبيان صيغة ميكر التى تقدم كل عامل عقلى ، فإن مناقشتها عن إدراك فئات الرموز مقتبسة الفقرة التالية :

إدراك فئات الرموز هى القدرة على تعريف خصائص مشتركة في فئات من البيانات الرمزية .

الإختبارات :

تسمية عدد المجموعة . أذكر ما تشترك فيه ثلاثة أعداد معطاه . عدد التصنيف . تخير واحدا من خمسة بدائل للأعداد لتلائم كل واحده من فئات أربع محتوى كل منها على ثلاثة أعداد معطاه .

أفضل أزواج عدديه . تخير واحداً من ثلاثة أزواج أعداد بحيث تجعلها أفضل فئة وحيدة .
وغير اختبارات العوامل ، يحتوى قليل من الإختبارات التحصيلية الجماعية على أسئلة تصنف فيها
الرموز .

إقتراحات للمنهج

ويمكن للمعلمين فى أى مستوى صفى ، بإستخدام الإختبارات المشار إليها أعلاه كمنهج ، أن
يضعوا تدريبات داخل محتوى واجباتهم الحسائية . وسوف تختلف التصنيفات فى الرموز الجبرية عنها
فى تصنيفات الضرب أو الهندسة . وقد تكون الغاية الأولية هى إدراك الخواص المشتركة فى المادة
الدراسية . فالكيمياء التى تتكون بصفة أولية من بيانات رمزية مستندة على نموذج تصنيفى . وحتى
الرموز يمكن تصنيفها فى طرق إخرى فريده . والمعانيه البصرية الدقيقة للمعاني الصيغ من أجل
تصنيفهم بالطرق الأخرى يمكن فعلا أن تقوى وتكيف التعلم المتوقع .

نظرية روبرت جانبيه فى التعلم

إن بحاث السيكلوجى روبرت جانبيه فى أطوار تسلسل تعلم ما ، وأنماط التعلم يرتبط بصفة
خاصة بتدريس الرياضيات . وقد أستخدم البروفسور جانبيه الرياضيات كوسط لإختبار وتطبيق
نظريته عن التعلم ، وتعاون مع مشروع الرياضيات لجامعة ميرلاند فى دراسة تعلم الرياضيات
وتطوير المنهج .

خبرات تعلم الرياضيات

قبل إختبار الأربعة أطوار لتسلسل التعلم ، والأنماط الثانية للتعلم عند جانبيه ، من المناسب أن
نناقش خبرات تعلم الرياضيات التى أخذت فى الأعتبار فى نظريته . وخبرات تعلم الرياضيات هذه
هى تلك الأشياء المباشرة وغير المباشرة التى نريد أن يتعلمها الطلاب فى الرياضيات .

إن الخبرات المباشرة فى تعلم الرياضيات هى الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم ، والمبادئ ؛ وبعض
من الخبرات غير المباشرة الكثيرة هى إنتقال أثر التعلم ، والقدرة على الاستقصاء ، والقدرة على حل
المشكلات ، وضبط الذات ، والتقدير لتركيب الرياضيات . والخبرات المباشرة لتعلم الرياضيات —
الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم ، والمبادئ — هى الصفوف الأربعة التى يمكن أن يقسم إليها محتوى
الرياضيات .

الحقائق الرياضية هى تلك الحوامل الإختبارية فى الرياضيات مثل رموز الرياضيات . فهذه حقيقة
أن ٢ هى رمز للكلمة إثنين هى حقيقة ، وأن + هو رمز لعملية الجمع ، وأن « حا » « حا » هى
اسم معطى لدالة خاصة فى حساب المثلثات . ويتم تعلم الحقائق من خلال طرق متنوعه للتعلم الآلى
مثل التذكر ، والتدريب ، والممارسة ، والإختبارات الموقوته ، والالعب ، والمنافسات . ويعتبر أن

الناس قد تعلموا حقيقة ما عندما يكون باستطاعتهم أن يذكروا الحقيقة ، ويستخدمونها الإستخدام المناسب في عدد من المواقف المختلفة .

والمهارات الرياضية هي تلك العمليات والخطوات التي يتوقع أن يجربها الطلاب والرياضيون بسرعة ودقة . ويمكن تحديد كثيرا من المهارات بواسطة مجموعات من القواعد والتعليمات ، أو بواسطة خطوات متتابعة مرتبة يطلق عليها الخوارزمية Algorithms ومن بين المهارات الرياضية المتوقع أن يتقنها معظم الناس في المدرسة هي القسمة المطولة وجمع الكسور ، وضرب الكسور العشرية . ويعتبر رسم زوايا قائمة ، وتصنيف الزوايا ، وإيجاد الإتحدات والتقاطعات لمجموعات من الأشياء أو الأحداث أمثلة لمهارات رياضية مفيدة . ويتم تعلم المهارات من خلال البيان (العرض) والأنواع المختلفة من التدريب والممارسة مثل صحائف العمل ، والكتابة على السبورة ، والأنشطة الجماعية والألعاب . ويعتبر أن الطلاب قد تمكنوا من مهارة ما عند ما يكون بمقدورهم عرض المهارة بطريقة سليمة وذلك عن طريق حل أنواعا مختلفة من المشكلات تتطلب هذه المهارة ، أو عن طريق تطبيق المهارة في مواقف متنوعة .

والمفهوم في الرياضيات هو فكرة مجردة تمكن الناس من تصنيف الأشياء ، والأحداث وتحدد ما إذا كانت الأشياء والأحداث تعتبر أمثلة أو ليست أمثلة لفكرة مجردة . وتعتبر المجموعات ، والمجموعات الجزئية ، والتساوي ، وعدم التساوي ، والمثلث ، والمكعب ، ونصف القطر ، والأس أمثلة للمفاهيم . وبمقدور الشخص الذي تعلم مفهوم المثلث أن يصنف، الأشكال إلى مجموعات جزئية من المثلثات وغير المثلثات .

ويمكن تعلم المفهوم إما عن طريق التعريفات أو بالملاحظة المباشرة . ويمكن للاطفال الصغار عن طريق الملاحظة المباشرة والتجريب أن يتعلموا تصنيف الأشياء المستوية إلى مجموعات من المثلثات ، أو الدوائر ، أو المربعات ، وعلى أية الأحوال فقليل من الأطفال الصغار قد يكون بمقدورهم أن يعرفوا مفهوم المثلث . ويتم تعلم المفهوم عن طريق السماع أو الرؤية أو المناقشة أو التفكير في تنوع من الأمثلة والأمثلة المعاكسة للمفهوم عن طريق المقابلة بين الأمثلة والأمثلة المعاكسة . وعادة ما يحتاج الأطفال الأصغر الذين هم في مرحلة العمليات الملموسة لبيانية أن يروا أو يتعاملوا يدويا مع التمثيلات الفيزيائية للمفهوم لكي يتعلموه ، بينما قد يكون بمقدور الناس الأكبر ممن هم في مرحلة العمليات المجردة أن يتعلموا المفاهيم من خلال المناقشة والتأمل . ويكون الشخص قد تعلم المفهوم عندما يكون قادراً على أن يفرق بين أمثله والأمثلة المعاكسة للمفهوم .

والمبادئ هي أكثر الأشياء الرياضية تعقيداً . فالمبادئ هي نتاجات من المفاهيم مع العلاقات بين هذه المفاهيم . وتعتبر العبارات يتطابق المثلثان إذا تساوى في أحدهما ضلعين وزاوية محصوره تظاثرهم في المثلث الاخر ، مربع الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوى مجموع مربعي الضلعين الاخرين أمثلة للمبادئ . ويتضمن كل من هذين المبدأين عدة مفاهيم وعلاقات بين هذه

المفاهيم . ولكي تفهم المبدأ عن المثلثات المتطابقة فيجب على الشخص أن يعرف مفهوم المثلث ، والزاوية ، والضلع . ووفقا للفصل الذي كتبه جانبيه (١٩٦٦) والذي ظهر في كتاب تحليل تعلم المفهوم الذي حرره كلاوسميير H. Klausmeier وماريس C. Harris .

وقد يبدو ، إذن ، أنه يمكن أن تتمايز المبادئ عما أطلق عليه سابقا بالمفاهيم بطريقتين . أولا : الأداء المطلوب لبيان أن المفهوم قد تم تعلمه هو ببساطة مطابقة ، أى إختيار من عدد من البدائل ، وعلى العكس فالمبدأ يجب أن يعرض بوسائل الممارسة التي تعين هوية مكونات من المفاهيم ، والعملية التي تنسب بعضهم البعض الآخر . ثانياً هذا يعنى أن الاستنتاج المستخدم في العمليات الوسيطة مختلف في الحالتين . فالمفهوم هو بسيط واحد يمثل فصلا من المثيرات (أو الأشياء) بينما المبدأ هو سلسلة من الوسيطات كل منها مفهوم في حد ذاته .

ويمكن تعلم المبدأ من خلال عمليات الاستقضاء العلمى ، ودروس الاكتشاف الموجه والمناقشة الجماعية ، وإستخدام إستراتيجيات حل المشكلة ، والعروض . ويكون الطالب قد تعلم مبدأ ما عندما يكون بمقدوره تعرف المفاهيم المتضمنة في المبدأ ، ووضع المفاهيم في علاقتها الصحيحة الواحد بالآخر ، وتطبيق المبدأ على موقف معين .

وقد لا يكون نشاط دقيق أو مفيد أن نصف كل خبرات رياضيات المدرسة الثانوية إلى الأربعة صفوف للخبره - الحقائق ، والمهارات ، المفاهيم والمبادئ . وحتى الخبراء في الرياضيات ونظرية التعلم قد لا يتفقون على المصنف الفعلى لكثير من الخبرات الرياضية . وبصفه عامة تتقدم الخبرات في ترتيب بتعدد من الحقائق البسيطة ، إلى المهارات والمفاهيم إلى المبادئ . وأيضا التصنيف لكثير (وربما لمعظم) الخبرات الرياضية يرتبط بوجهه نظر الملاحظ نفسه ، فأى يعتبر حقيقة هامة (أو أهذا مبدأ !) ليعرفه كل معلم رياضيات . فالطالب الذى يتذكر فحسب صيغة من الدرجة الثانية فإنه يعرف حقيقة ما . والطالب الذى يستطيع وضع أعداداً في صيغة من الدرجة الثانية ويصل إلى اجابتين يكون قد تعلم مهاره . والطالب الذى يستطيع أن يصنف ٥ ، ٣ ، ٤ ، كثنائت ، س x كمتغير في المعادلة من الدرجة الثانية $5x^2 + 3x + 4 = 0$ صفر [يظهر إستيعابا لمفهوم ما . والشخص الذى يستطيع اشتقاق (أو برهنه) صيغة من الدرجة الثانية ويشرح اشتقاقه لشخص اخر يكون قد تمكن من مبدأ ما . وبالتالي فصيغة الدرجة الثانية التي تعتبر مبدأ يمكن أن ينظر إليها إما كحقيقة ، أو كمهاره ، أو كمفهوم من طالب وجهه نظره لصيغة الدرجة الثانية ليست معقده كتلك التي للرياضى .

ويجب عليك كمعلم للرياضيات أن تنمى طرق الاختبار والملاحظة لتساعدك لادراك وجهه نظر الطلاب عن المفاهيم والمبادئ التي تقوم بتدريسها . وكل منا في أوقات قد تذكر براهين للنظريات ، بدون فهم للمفاهيم والمبادئ المتضمنة في البرهان ، لكي ينجح في الاختبارات .

وبالرغم من أن هذا الأسلوب للتهرب Subterfuge يعتبر شكل من التعلم إلا أن هذا ليس ما يأمله المعلمون أن يتعلمه الطلاب من برهنة النظريات . والنقطة التي يجب إدراكها هنا هي أن في كثير من الأوقات عندما يقوم المعلمون بتدريس ما يرونه كمبادئ رياضية يضمه الطلاب كحقائق أو مهارات للبيانات التي قدمت .

الأنماط المتابعة للتعلم

لقد تعرف جانبيه على ثمانى مجموعات من الشروط التي تميز ثمانية أنماط من التعلم أطلق عليها التعلم الإشارى ، وتعلم العلاقة بين مثيرو استجابة ، والتعلم التسلسلى ، والإرتباط اللغوى والتعلم عن طريق التمايز ، وتعلم المفهوم ، وتعلم القاعده ، تعلم حل المشكلات . ويعتقد جانبيه أن كل من هذه الأنماط الثمانية للتعلم تحدث في المتعلم في أربعة أنماط متتابعة . وأطلق على هذه الأنماط طور الوعى ، وطور الإستيعاب ، وطور التخزين ، وطور الإسترجاع .

والطور الأول للتعلم ، طور الوعى ، هو وعى المتعلم بمثير ما أو مجموعة من المثيرات التي توجد في موقف التعلم . وسوف يقود الوعى ، أو الحضور ، المتعلم لإدراك خصائص مجموعة المثيرات وما يدركه المتعلم سوف يصاغ بطريقة فريدة بواسطة كل فرد وسوف يسجل في عقله . وهذه الطريقة الخاصة التي يعى بواسطتها كل متعلم مثيرا معطى ينتج عنها مشكلة مشتركة في التعلم والتعليم . فعندما يقدم المعلم درساً (مثيراً) ربما يدرك خصائص مختلفة لمحتوى الدرس عما يدركه الطلاب ، وكل طالب ربما يدرك بطريقة مختلفة عن الطلاب الآخرين . وهذا يعنى أن التعلم هو عملية فريدة داخل كل طالب ، وبالتالي فإن كل طالب يكون مسئولاً عن تعلمه الخاص به وذلك بسبب الطريقة الفريدة التي يدرك بها الموقف التعلمى . وتوضح وحدانيه الإدراك الفردى لماذا يفسر الطلاب الحقائق ، والمفاهيم والمبادئ بطريقة مختلفة عن الطريقة التي يريد المعلم أن تفسر بها . وبالرغم من أن هذا الموقف يجعل التعليم والتعلم غير دقيق ، وغير قابل للتنبؤ إلى حد ما إلا أن له مزايا كثيرة للمجتمع . فكل شخص يكون قادراً على تطبيق إدراكاته الفريدة لمشكلة وحلها في مناقشة جماعية للمشكلة ، والتي ينتج عنها حلول أكثر مناسبة لمشكلات المجتمع .

والطور التالى للتعلم ، طور الاستيعاب ، هو الحصول على وحيازة الحقيقة ، أو المهارة ، أو المفهوم ، أو المبدأ الواجب تعلمه ، ويمكن تحديد إستيعاب المعلومات الرياضية عن طريق ملاحظة أو قياس أن شخصاً ما ليس لديه المعلومات المطلوبة أو السلوك قبل تقديم مثيراً مناسباً وأنه قد حصل على المعلومات المطلوبة أو السلوك بعد تقديم المثير مباشرة . وبعد أن يكتسب الشخص مقدرة جديدة ، يجب أن تبقى أو تُتذكر . وهذا هو طور التخزين للتعلم . والتخزين البشرى المتاح هو الذاكرة ، وتبين البحوث أنه يوجد نوعان من الذاكرة . الذاكرة ذات المدى القصير ولها كفاءة محدودة للبيانات وتنتهى في فترة قصيرة من الزمن . ويمكن أن يستبقى معظم الناس سبع أو ثمان قطع

منفصلة من البيانات في ذاكرتهم ذات المدى القصير فترة تمتد إلى ثلاثين ثانية . وهناك مثال على كيفية عمل الذاكرة ذات المدى القصير وهو قدرتنا على النظر إلى رقم تليفون مكون من سبعة أرقام وتذكرها لثوان قليلة أثناء إداره قرص التليفون لطلب الرقم ، ونسيان الرقم بمجرد أن يجيب شخص ما على مكالمتنا .

والذاكرة ذات المدى الطويل هي قدرتنا على أن نتذكر بيانات ما لفترة من الزمن أطول من ثلاثين ثانية ، ويخزن كثيراً مما تعلمناه في عقولنا بصفة دائمة .

والطور الرابع للتعلم ، طور الإسترجاع ، هو القدرة على إستدعاء البيانات التي اكتسبت وتم تخزينها في الذاكرة . وعملية إسترجاع البيانات غير دقيقة بالمره ، وغير منظمة ، ولا تدرك بالحواس . فأحيانا بيانات مطلوبة مثل اسم لا يمكن إسترجاعها من الذاكرة عند الطلب ، ولكنها « تقفز » بعد ذلك عندما يكون الشخص يفكر في شيء يبدو غير مرتبط على الإطلاق ، للخطة التي كان يرادفها الإسم . وبيانات أخرى تكون مخزنة بعمق كبير حتى أن طرقا خاصة مثل الإستشارة الكهربائية أو التنويم المغناطيسى تكون مطلوبة لحث الإسترجاع .

هذه الأطوار الأربعة — الوعى ، والاستيعاب ، والتخزين ، والإسترجاع — قد دجت في تصميم نظم الحاسب الآلى ، ولو أنها في شكل أقل تعقيدا بكثير عما تظهر في المخلوقات البشرية . فالحاسب الآلى يعى مثيرات الكترونية ممن يستخدم الحاسب الآلى ويستوعب هذه المثيرات في وحده التشغيل المركزية ، ويخزن البيانات المقدمة في المثيرات في أحد تصميمات الذاكرة ، ويسترجع البيانات عند الطلب . وتوضح عملية التعلم لانهاية الأطوار والأكثر تعقيدا عند الناس كل يوم في حجرات دراسة الرياضيات . وإذا كان للطلاب أن يتعلموا خطوات لإيجاد تقريب للجذر التربيعى لأى عدد ليس مربعا كاملا فلا بد أن يكونوا على وعى بالطريقة ، ويستوعبوها ، ويخزنوها في عقولهم ، ويسترجعون خوارزميه الجذر التربيعى عند الحاجة إليها . ولمساعدة الطلاب في التقدم خلال هذه المراحل الأربعة في تعلم خوارزميه الجذر التربيعى ، يستثير المعلم الوعى بان يجعل كل طالب يحل مثالا بإتباع التعليمات خطوة بخطوة ، ويساعد التخزين بإعطاء مشكلات للواجب المنزلى ، ويستثير الإسترجاع بإعطاء إختار قصير في اليوم التالى .

أنماط التعلم

إن الأنماط الثانية للتعلم التي حددها جانييه وقام بدراستها (التعلم الإشارى - تعلم الارتباط بين المثير والإستجابة - التعلم التسلسلى - الإرتباط اللغوى - التعلم عن طريقه التمايز - تعلم المفهوم - تعلم القاعدة - تعلم حل المشكلات) سوف تقدم وتُشرح فيما يلى . وسوف تناقش بعض الشروط المناسبة التي تيسر حدوث كل نمط للتعلم .

التعلم الإشارى :

إن التعلم الإشارى هو تعلم لا إرادى ينتج إما من مثال فردى أو عدد متكرر لمثير ما الذى سوف يستثير إستجابة وجدانية فى الفرد . فعندما يقول شخص ما « لا أستطيع أن آكل جمبرى أكثر من هذا لأننى مرضت عندما كنت آكلة » . فإن هذا الشخص يصف مثلا للتعلم إشارى غير مرغوب فيه . إن التعلم الإشارى هو تعلم وجدانى تماما مثل العواطف إما سالبة أو موجبة ، وكذلك يمكن أن تكون نواتج التعلم الإشارى ساره أو غير ساره . وقد يستثير إسترجاع طفولتك المنزلية سبل من الذكريات الساره ، بينما سيرك فى معمل كيمياء المدرسة الثانوية قد يكون غير سار إلى حد ما إذا كانت الكيمياء صعبة أو محبطة بالنسبة لك . وتوضح الأمثلة فى العبارة السابقة أن التعلم الإشارى يمكن أن يحدث خلال فترة طويلة من الزمن مع عدد من المثيرات تستثير إستجابات متنوعة ساره وغير ساره . ويمكن أن يحدث التعلم الإشارى أيضا من مثال واحد لحادثة ما إستثارت إستجابة وجدانية حادة ؛ كحالة الشخص الذى لا يحب الجمبرى . ومثال آخر للتعلم الإشارى وقع من حادثة واحدة للشخص الذى سوف لا يغنى مع الناس الآخرين نتيجة لأن معلم الموسيقى للصف الأول الذى صاح لطفلة صغيرة وضربها بعصاه لأنها لم تتبع قاعدة ما أثناء غناء جماعى . وقد يكون السبب فى كراهية طلاب المدرسة الثانوية للرياضيات أنهم قد مروا بمجموعة من الخبرات غير الساره فى المدرسة الابتدائية عندما التحقوا بحجرة دراسة الرياضيات . والفكرة القائلة بأن النجاح يؤدى إلى نجاح والفشل يؤدى إلى فشل هى عبارة ناتجة عن التعلم الإشارى .

ومن أجل أن يحدث التعلم الإشارى لا بد من وجود مثير إشارى محايد ، ومثير ثان غير متوقع وهذا سوف يستثير إستجابة وجدانية فى المتعلم الذى سوف يربطه مع المثير المحايد . ففى مثال الشخص الذى يخشى الغناء الجماعى فى فصل الموسيقى للصف الأول ، المثير الإشارى المحايد كان الغناء فى مجموعة ، والمثيرات غير المتوقعة كانت الصياح والضرب . ويميل الناس الذين لدى مستوى عال من القلق إلى إكتساب الإستجابات من خلال التعلم الإشارى بسرعة أكبر من الناس غير القلقين . وقد تمىء قليل من الملاحظات الحاده من المعلم فى حجرة دراسة الرياضيات لشخص خجول وعصبى فى الصف السابع كراهيته للرياضيات . ولا يمكن للمتعلم أن يسيطر على التعلم الإشارى بسهولة ويمكن أن يكون له تأثيرا جديرا بالإعتبار على أفعاله . وبالتالي يجب عليك كمعلم للرياضيات أن تحاول أن تؤلد مثيرات غير مشروطة تستثير عواطف ساره عند طالبك وتأمل أن يربطوا بعض من هذه المشاعر الساره مع الإشارى المحايد الذى هو حجرة دراسة الرياضيات وبينما قد تفشل المحاولات المقصودة لتوليد مثيرات موجبة غير متوقعة فى استثارة الارتباطات المرغوبة الموجبه مع الإشارى المحايد ، فإن المثيرات السالبة التى تتولد بغير قصد يمكن أحيانا أن تدمر رغبة الطالب لتعلم المادة التى تقوم بتدريسها .

تعلم العلاقة بين المثير والاستجابة :

إن تعلم العلاقة بين المثير والاستجابة هو أيضا تعلم الإستجابة لإشارة ؛ وعلى أية الأحوال يختلف هذا الشكل من التعلم عن التعلم الإشارى بطريقتين . إن التعلم الإشارى لا إرادى ووجدانى ، بينما

تعلم المثير — الإستجابة إرادى وجسمانى . يتضمن تعلم المثير — الاستجابة حركات إرادية لعضلات الهيكل العظمى فى الإستجابة على مثيرات بحيث يجرى المتعلم الحركة عندما يريد . ويتطلب هذا الشكل من التعلم مثير خارجى يسبب إثارة عضلية داخلية ، متبوعه بالإستجابة المرغوبه مع إرتباط واحد مباشر بين المثير والإستجابة . وفى تعلم المثير — الإستجابة يُقدم مثير ما للفرد الذى قد يستجيب للمثير بطرق متعددة ومختلفة . وفى كل مرة يشئ على الإستجابة المرغوبه أو الخبرة المرضية . وكنتيجه للتدعيم المتتابع للإستجابة المرغوبه يتعلم الفرد أن يميز الإستجابة المناسبة عن مجموعة الإستجابات الأخرى الأقل رغبة فيها التى قد تتبع أيضا حدوث المثير .

وتوجد معظم أمثلة تعلم المثير — الإستجابة البحت عند الناس فى الأطفال الصغار . فهم يتعلمون التفوه بالكلمات ، وإجراء وظائف الحياة المتنوعة المساعدة ، وإستخدام الأدوات البسيطة ، ويظهرون السلوكيات الإجتماعية المقبولة . فتعلم ذكر الأسماء المناسبة للناس والجوامد ، والإمساك بزجاجة بزاوية صحيحة حتى يمكن إمتصاص اللبن منها ، وإلتقاط كتلة هى أمثلة لتعلم المثير — الإستجابة . ومن أجل أن يتم تعلم الإستجابة المرغوبه لابد أن يكون المتعلم قادر من الناحية الجسمية على إجراء الأفعال العضلية المناسبة ، ويجب أن ينتج عن الإستجابة الصحيحة تدعيما مباشرا للإستجابة ممن يحيطون بالمتعلم . وبالطبع يمكن أن يتم تعلم الإستجابات غير المرغوبه إذا ما نتج عنها تدعيمات مرضيه ، ويمكن أن تقمع الأفعال الموضيه إذا ما صاحب حدوثها عقاب .

التعلم التسلسلى :

إن التعلم التسلسلى هو إرتباط متتابع لفعالين غير لفظيين أو أكثر من نوع المثير — الإستجابة التى سبق تعلمها . وبالرغم من أن تعلم المثير — الإستجابة يمكن أن يحتوى إما على إستجابات عضلية لفظية أو غير لفظية ، إختار أن يطلق جانبيه التعلم التسلسلى على تتابعات الأفعال غير اللفظية للمثير — الإستجابة ، وأن يطلق الإرتباط اللغوى على تتابعات الأفعال اللفظية للمثير — الإستجابة التى سوف تناقش كمنط منفصل للتعلم . فربط حذاء ، وفتح باب ، وتشغيل سيارة ، وقذف كره ، وبرى قلم رصاص ، وطلاء سقف هى أمثلة للتعلم التسلسلى . فمن الضرورى فى كل من هذه المواقف أن ترتبط بتسلسل مرتب مهارات المثير — الإستجابة التى سبق تعلمها من أجل أن تتم المهمة فيحتوى فتح الباب افعال المثير — الاستجابة العضلية الأربعة الإمساك بمقبض الباب ، وإدارة المقبض ، وإبقاء المقبض فى الوضع الذى أُدير إليه ، وسحب الباب لفتحته .

ومن أجل أن يحدث التعلم التسلسلى لابد للمتعلم أن يكون قد تعلم من قبل كل حلقة مطلوبة فى التسلسل . فإذا تم تعلم كل حلقة ، فإن التعلم التسلسلى يمكن أن يسر عن طريق مساعدة الطالب لبناء التتابع الصحيح لأفعال المثير — الإستجابة اللازمة للتسلسل . ولا يعتبر سحب مقبض الباب قبل إدارته هو التتابع الصحيح لأفعال المثير — الاستجابة لفتح الباب . وكذلك لابد من تعليم المتعلم ، فى معظم التعلم التسلسلى ، أن ينفذ الحلقات فى تتابع زمنى متقارب . فمثلا سلسلة الأنشطة المطلوبة لتغيير السرعات فى سيارة تتطلب تتابع زمنى متقارب للغاية . ومن الضرورى عادة

أن تمارس سلسلة من أفعال المثير — الاستجابة من أجل التمكن من هذه السلسلة وتذكرها . وإذا لم يصاحب التعلم التسلسلي بتدعيم مُرض فإن التعلم يصبح أكثر صعوبة ويأخذ وقتاً أطول . وحيث أن التعلم التسلسلي يتطلب تفاعل جسمى وعقلى معقد فإن الخوف من السخرية أو العقاب في حالة الفشل يعوق هذه التفاعلات ويتداخل مع تسلسل التعلم . وإكتمال أحد ارتباطات المثير — الاستجابة في التعلم التسلسلي قد يوجد مثيراً متوسطاً لإستثارة الارتباط التالى للمثير — الاستجابة .

وتتطلب معظم الأنشطة في الرياضيات التى تحتوى على معالجة يدوية لأدوات مثل المسطرة ، والمنقلة ، والنماذج الهندسية تعلماً تسلسلياً . فتعلم تصنيف زاوية ما بإستخدام الحافه المستقيمه والمنقله يتطلب تتابعا وتفصيلا لمجموعة من مهارات سبق تعلمها كثير - إستجابته ومن بين هذه المهارات القدرة على إستخدام المنقله ليقسم قوس ، والقدرة على توصيل خط بين نقطتين .

ولتعليم المهارات الرياضية التى تتطلب أنشطة عضلية يجب إستغلال خاصيتين من تعلم العلاقة بين المثير والاستجابة ، والتعلم التسلسلي . أولاً : لا يمكن للطلاب انجاز تعلم تسلسلي يتضمن مجموعة متتابعة لمثير مفرد وإستجابات إذا لم يكونوا قد وصلوا إلى التمكن من المهارات المنفصلة من خلال مواقف تعلم العلاقة بين المثير والإستجابة . فالطالب الذى لا يستطيع أن يتعلم كيف يجرى أنشطة على صورة مثير — استجابة ربما لم يكن قد تعلم بعض الارتباطات في السلسلة . ثانياً : يمكن تيسير تعلم العلاقة بين المثير — الإستجابة ، والتعلم التسلسلي بواسطة معلم يثبت ويدعم السلوكيات المرغوبة . وبالرغم من أنه يمكن إستخدام العقاب للإرتقاء ببعض أنواع معينة من تعلم العلاقة بين المثير والإستجابة ، إلا أنه يتداخل مع التعلم التسلسلي ويمكن أن يؤثر تأثير سلبى على النمو الوجدانى ، والإتجاهات ، والدافعية للتعلم .

الإرتباط اللغوى :

إن الارتباط اللغوى هو تعلم تسلسلي لمثيرات لفظية ؛ أى هو الارتباط المتتابع لأفعال لفظية على صورة مثير — استجابة قد سبق تعلمها من قبل . وأبسط نوع للسلسلة اللفظية هو الارتباط بين شئ ما واسمه ، والذى يتضمن تسلسل مثير — إستجابة لربط مظهر شئ ما بخصائصه ، ومثير — إستجابة للملاحظة الشئ والإستجابة بقول اسمه . والسلاسل الأكثر تعقيداً للإرتباط اللغوى هى تكوين الجمل ، وتعلم الشعر ، وتذكر سطور لشخصية في مسرحية ما ، وتعلم لغة أجنبية .

إن العمليات العقلية المتضمنة في الإرتباط اللغوى معقدة جداً وغير مفهومة فهما كاملا في الوقت الحاضر . ويتفق معظم الباحثين على أن الارتباط اللغوى الفعال يتطلب إستخدام وصلات عقلية وسيطة تعمل كشفرات والتى يمكن أن تكون إما صور لفظية ، أو سمعية ، أو بصرية . وعادة ما تحدث هذه الشفرات في عقل المتعلم وتتغير من متعلم لآخر وفقاً لمخزون الشفرات الفريد لكل شخص . فعلى سبيل المثال يمكن أن يستخدم شخص ما الشفرة العقلية اللفظية ص [y] لتحديد بواسطة ص [x] للتعبير عن كلمه داله ، وقد يعبر شخص آخر عن الدالة رمزيا كالآتى ص = د(س)

[$y = f(x)$] وربما يجسد شخص آخر مجموعتين من العناصر محتواه داخل دوائر وتمتد أسهم من عناصر إحدى المجموعتين إلى عناصر المجموعة الأخرى . ويمكن تعليم الشفرات الأخرى . فعلى سبيل المثال ، الشفرة المألوفة . فمثلا شفرة التذكر التي عادة ما تستخدم لترتيب العمليات الحسابية بحسب إجرائها في الجبر هي My Dear Aunt Sally وهي شفرة لـ « إضرب ، إقسم ، إجمع ، ثم لإطرح . وتقتصر البحوث والملاحظات بأن الطريقة الفعالة لتذكر قطع لغوية طويلة مثل الشعر تكون بتعلم كل جزء جديد عن طريق إعادة الأجزاء القديمة التي سبق تعلمها إلى أن نصل للجزء الجديد ثم تكرر هذا الجزء الجديد . فمثلا يمكن تعلم السطر الخامس أفضل تعلم عن طريق تكرار الأربعة أسطر الأولى على التتابع ثم تضمين السطر الخامس .

ومن أكثر الإستخدامات أهمية التعلم بالإرتباط اللغوي هو ما يتم في الحوار الثنائي (بين شخصين) وتعتمد الخطابة والكتابة الجيدتان على ذخيرة ضخمة للإرتباطات اللغوية التي يتذكرها عقل الخطيب أو الكاتب . وللتعبير عن الأفكار والمجاذلات المنطقية في الرياضيات فإنه من الضروري أن توجد ذخيرة كبيرة للإرتباطات اللغوية في الرياضيات وتشجيع الطلاب على التعبير عن الحقائق ، والتعاريف ، والمفاهيم ، والمبادئ بطريقة صحيحة ومختصرة ومناقشة الأفكار الرياضية مع بعضهم البعض ويعوق كثير من المعلمين بدون قصد الارتباطات اللغوية عند طلابهم عن طريق إعادة صياغة إجابات وتعليقات كل طالب . ويجب أن يشجع الطلاب بل ويطلب منهم أن يوصلوا المفاهيم الرياضية والعمليات لبعضهم البعض دون إستخدام المعلم كوسيط أو مفسر . وإجراء ذلك سوف يحسنوا من الارتباطات اللغوية الرياضيه لديهم ، ويتعلمون التأثير على الغير من خلال إتصال فعال .

التعلم عن طريق التمايز :

ربما تكون قد لاحظت أن كل نوع من أنواع التعلم المتتابعة التي ناقشناها أكثر تعقيداً من النوع الذي يسبقه . وتوجد خصائص نوع التعلم الأبسط في الأنواع الأكثر تعقيداً . والتعلم عن طريق التمايز لا يعتبر إستثناءً عن هذا النمط البنائي للنمو وتزايد التعقيد . فبعد أن يتم تعلم الارتباطات بين المثير الإستجابة يمكن وضعها متتابعة في سلاسل لسلوكيات متعلمه أكثر تعقيداً .

إن التعلم عن طريق التمايز هو تعلم المفاضلة (التفرقة) بين السلاسل أى إدراك الأشياء الجسميه والعقلانيه . وهناك نوعان من التمايز — التمايز المفرد ، والتمايز المتعدد . وللتوضيح يمكن أن يعطى الطفل الصغير تدريجاً على إدراك العدد ٢ بعرض خمسين ٢ في صفحة وتكرار رسم للعدد ٢ . ومن خلال سلسلة بسيطة من المثير — الإستجابة بتعلم الطفل إدراك (ليس في هذه الحالة ، المسمى « إثنين » لمفهوم إثنين) ولكن الشكل الحسي للعدد ٢ . ويعتبر هذا مثالا للتمايز المفرد حيث يمكن للطفل أن يدرك العدد ٢ . ويمكن للطفل في الوقت نفسه أن يتعلم أن يدرك الأعداد ٠ ، ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، وإن يميز بينها وهذا يعتبر مثالا للتمايز المتعدد . فيمكن أن يعمل الطفل يوم الثلاثاء مثلا مع العدد ٧ ، ويمكن يوم الأربعاء أن يميز بينها وبين ٨ . ومع ذلك فعندما تقدم كل الأعداد ذات الرقم الواحد معا فإن نفس الطفل قد يواجه صعوبة في التمييز بين ٧ ، ٨ . وإذا كان

الطفل قد تعلم من قبل كل من السلاسل التي تجعله يتعلم العدد ، فيمكنه تعرّف كل عدد في حد ذاته ، ويمكنه ذكر اسم كل عدد ، ويكون لديه شفرة عقلية مناسبة لأسماء ورموز الأعداد ، فإنه يكون مستعد ليتعلم كيف يميز بين الأعداد .

وحيث أن الطلاب يتعلمون تمايزات متنوعة بين السلاسل ، فربما في نفس الوقت يكونون هذه السلاسل من المثير — الإستجابة . ويمكن أن ينتج عن هذا الموقف التعليمي غير المنظم — وغالبا ما يحدث هذا — ظواهر متعددة للتعليم عن طريق التمايز المتعدد وهي التعميم ، والانطفاء والتداخل .

إن التعميم هو ميل المتعلم لتصنيف مجموعة من السلاسل المتشابهة المنفصلة في صنف مفرد ويفشل في التمييز والمفاضلة بين السلاسل . وكلما زاد التشابه بين السلاسل كلما زادت صعوبة التمايز المتعدد بين السلاسل . فعلى سبيل المثال . فالرسم أحادي التناظر والرسم على يوجد بينهما خصائص مشتركة كافية تجعل كثيراً من دارسي الجبر يلاقون صعوبة في تمييز الواحد عن الآخر .

وإذا لم يوجد التدعيم المناسب في تعلم سلسلة من المثيرات والاستجابات فإنه يحدث إنطفاء أو حذف للسلسلة . ويمكن أن تحذف الإستجابات الخاطئة بسحب التدعيم ، ومع ذلك فإن حدوث الإستجابات الخاطئة (حتى بدون تدعيم) يمكن أن يزيل الاستجابات الصحيحة التي يجب إعادة تعلمها .

ومشكلة الأنطفاء تظهر بوضوح في بعض طرق التعامل مع تعيينات الواجب المنزلي . فإذا لم يخبر الطلاب عن حلولهم لمسائل الواجب المنزلي بأنها إجابات مناسبة فإن الاجابات الصحيحة يمكن أن تنطفئ ويمكن أن تتداخل الإجابات الخاطئة مع تعلم الإجابات الصحيحة . وبالتالي فإنه بالنسبة لكثير من أنواع التعلم الأقل تعقيداً تعتبر التغذية المرتدة المباشرة للمعلم التي تأخذ في الاعتبار صحه حلول الطالب للمسائل شيء مرغوب فيه .

إن نسيان السلاسل المثيرات والإستجابات التي سبق تعلمها يمكن أن ينتج من التداخل الناشئ عن تعلم سلاسل جديد . وربما تتفاعل المعلومات الجديدة مع المعلومات القديمة مسببة نسيان الإستجابات التي سبق تعلمها وجاعلة تعلم الاستجابات الجديدة أكثر صعوبة . ويمكن أن يكون التداخل مشكلة بالنسبة لتعلم لغة أجنبية مثل الفرنسية ، التي تشابه كثيرا من كلماتها في المعنى والهجاء مع كلمات اللغة الإنجليزية . وينسى بعض الناس عند تعلمهم قراءة وكتابة الفرنسية كيف يتجهون كثيرا من الكلمات الإنجليزية ويجدون صعوبة في تهجى بعض الكلمات الفرنسية نتيجة لتداخل . ويمكن أن ينشئ عاملا التعميم والتداخل مشكلات في تعلم الجبر عندما يتعلم الطالب عددا من الطرائق المتشابهة التي تختلف قليلا في فترات متقاربة متتابعة لتبسيط أنواعا مختلفة من الصيغ الجبرية تحتوي علامات أسس وجذور . ويمكن لكثير من الطلاب تطبيق كل طريقة لتبسيط صيغة من نوع معين عندما تدرس كل طريقة وهذه الصيغ بمعزل عن الطرق وأنواع المشكلات الأخرى . ومع ذلك ففي أحد أختبارات وحده ما حيث كان المطلوب حل كل من أربعين نوعا مختلفا من المشكلات

عن طريق إختيار الأسلوب الصحيح من عشرة أساليب سبق تعلمها ، لاقى كثير من الطلاب نجاحا قليلاً لأن تعلمهم للعشرة أساليب قد تداخل مع محاولاتهم للتمييز بين العشرة أنواع المختلفة من المشكلات . وعمم بعض الطلاب الأساليب العشرة في طرق متعددة متداخله إستخدمت دون تمييز في محاولة تبسيط أنواعا مختلفة من الصيغ الجبرية .

تعلم المفهوم :

إن تعلم المفهوم هو تعلم لإدراك الخواص المشتركة لأشياء ملموسة أو أحداث والإستجابة هذه الأشياء أو الأحداث كفصل أو فحة وبأحد المعاني فإن تعلم المفاهيم هو عكس التعلم عن طريق التمايز . فبينما يتطلب التعلم عن طريق التمايز أن يميز المتعلم بين أشياء وفقاً لخصائصها المختلفة ، فإن تعلم المفهوم يتضمن تصنيف الأشياء إلى فئات وفقاً لخصائصها المشتركة والإستجابة للخاصية المشتركة .

ومن أجل أن يتعلم الطلاب مفهوما ما فإن أنواعا بسيطة من المتطلبات السابقة للتعلم يجب أن تكون قد حدثت . فإكتساب أى مفهوم خاص يجب أن يصاحبه متطلبات سابقة من سلاسل المثير — الإستجابة ، وترابطات لفظية مناسبة ، وتمايز متعدد للخصائص التمايزه . فعلى سبيل المثال ، فالخطوة الأولى لإكتساب مفهوم دائرة يمكن أن يكون تعلم قول كلمة دائرة كارتباط مثير — إستجابة يتولد ذاتيا ، وذلك حتى يستطيع الطلاب تكرار الكلمة . ويمكن للطلاب بعد ذلك أن يتعلموا التعرف على أشياء متعددة مختلفة كدوائر عن طريق إكتساب ترابطات لفظية مفردة . وبعدها قد يتعلم الطلاب أن يميزوا بين الدوائر وأشياء أخرى مثل المربعات والمثلثات . ومن المهم أيضاً أن يتعرض الطلاب لتنوع كبير من الدوائر في مواقف ممثلة حتى يتعلموا التعرف على دوائر مندمجة في خبرات أكثر تعقيداً .

وعندما يستطيع الطلاب تلقائياً التعرف على دوائر في مواقف (مضمونات) غير مألوفة فإنهم يكونون قد أكتسبوا مفهوم دائره . وهذه قدره لتعميم مفهوم في مواقف جديده هي القدرة التي تميز تعلم المفهوم عن أشكال التعلم الأخرى . فعندما يتم تعلم التلاميذ لمفهوم ما فإن لا حاجة لهم بعد ذلك لمثيرات مخصصة أو مألوفة حتى يتعرفوا أو يستجيبوا لأمثله جديدة للمفهوم . وبالتالي فالطريقة لتوضيح أن مفهوما قد تم تعلمه هو بيان أن المتعلم يستطيع تعميم المفهوم في موقف غير مألوف .

عندما تُدرّس مفاهيم رياضية جديدة فمن المهم أن : (١) تقدم أمثلة عديدة غير متألّفة للمفهوم لتيسير التعميم (٢) تظهر أمثلة عن مفاهيم مختلفة ولكن ذات إرتباط للمساعدة في التمييز ، (٣) تقدم أمثلة مضادة للمفهوم لتنمية التمييز والتعميم ، (٤) تتجنب تقديم أمثلة عن المفهوم لها كلها خاصية مشتركة قد تداخل مع التصنيف الفعلي لأمثلة المفهوم . ويمكن بيان أهمية هذه الإجراءات الأربعة في تدريس مفهوم ما بمناقشة بعض المزالق في تعليم وتعلم مفهوم المثلث . أولاً : إذا كانت جميع الأمثلة

عن المثلثات من نفس النوعية (مثلاً إذا رسمت كل الأمثلة على السبورة الطباشيرية) ، فإن الطلاب قد لا يستطيعون التعرف على أوجه المثلثات المجسمة ، أو ادراك أشكال المثلث خارج حجرة الدراسة . وإذا كانت هذه هي الحالة فإن مفهوم المثلث لا يكون قد تم تعلمه . ثانياً : إذا لم ير الطلاب أمثلة عن الأشياء الهندسية الأخرى مثل أشباه المنحرف أو الأهرامات فقد يواجهون مصاعب في التمييز بين الأشياء المختلفة ذات الخصائص المشتركة . ثالثاً : يجب تقديم الأشياء المستوية والتي ليست مثلثات ومناقشتها لمساعدة الطلاب في تعرفهم خصائص المثلثات وملاح الأشياء الأخرى التي تميزهم عن المثلثات . رابعاً : إذا كانت كل نماذج المثلثات التي تعرض على الطلاب حمراء اللون فإن بعض الطلاب قد يربطون بين خاصية الإحمرار (اللون الأحمر) بمفهوم المثلث ويفشلون في إدراك المثلثات غير الحمراء .

يكتسب كل الناس مفاهيم عديدة من خلال إستراتيجيات التعليم والتعلم التي تستخدم سلاسل لفظية ؛ مع ذلك إذا كان مفهوم مكتسب يستخدمه شخص ما كثيراً ، فإنه يجب أن يكون قابلاً للتعرف عليه في مواقف العالم الواقعي . يمكن للتلاميذ تذكر السلسلة اللفظية « المثلث هو شكل مستوي مغلق له ثلاثة أضلاع مستقيمة » . ولكن هذا التعريف سوف يكون له فائدة قليلة إذا لم يستطيعوا استخدامه لتصنيف المثلث إلى بند مفهوم المثلث وكذلك إذا لم يكن لدى الطلاب مخزون كبير من الكلمات والجمل (سلاسل لفظية) المتاحة للإستخدام في تعلم المفهوم ، فإن السهولة في اكتسابهم المفاهيم سوف تقل وربما يمتد كثيراً الزمن اللازم لتعلم كل مفهوم وبالرغم من هذا فإن تعلم المفاهيم عادة ما يقوم على كلمات لفظية وقيمة المفهوم التعلم في الفكر والإتصال يأتي من المراجع الملموسة التي لدى الناس عن اسم كل مفهوم . وأحد المشكلات في الإتصال والتفسير ، وفي التعليم والتعلم هي أن مختلف الناس قد يكون لديهم وجهات نظر مختلفة (سلاسل لفظية من المثير — الإستجابة ، ومراجع ملموسة) عن نفس المفهوم ، والتي قد تؤدي إلى سوء تفاهم ، وجدل ، وحتى صراع . وإذا لم يكن لتعلم المفاهيم القدرة على التعميم ، فإن كل التعلم في النظام التعليمي الرسمي سوف يكون غير كفاء وذو إستخدام عملي قليل لأن كل مثال عن كل مفهوم يجب أن يصحب مباشرة بخبره من أجل أن يتم تعلمه .

تعلم القواعد :

إن الستة أنواع للتعلم التي ناقشناها (التعلم الاشارى ، وتعلم العلاقة بين المثير — الاستجابة ، التعلم التسلسلي ، والإرتباط اللغوي ، والتعلم عن طريق التمايز ، وتعلم المفهوم) هي أنواع قاعدية بسيطة للتعلم يجب أن تسبق نوعي التعلم الأرقى (تعلم القواعد ، وتعلم حل المشكلة) اللذين يعتبران جل اهتمام التربية الشكلية . إن تعلم القواعد هو القدرة على الإستجابة لفتحة برمتها من المواقف (المثيرات) بفتحة كاملة من الأفعال (الإستجابات) ويبدو تعلم القواعد على أنه نوع التعلم السائد الذي يسر وظيفة الإنسان المترابطة الفعالة . فحديثنا ، وكتابتنا ، وأنشطتنا الروتينية اليومية وكثير من سلوكياتنا تحكمها قواعد قد تعلمناها . ومن أجل أن يتصل الناس ويتفاعلون ، ومن أجل أن

يقوم المجتمع بوظيفة بأى شكل ماعدا الفوضوية ، يجب أن يتعلم ويلاحظ غالبية كبيرة من الناس ففة هائله معقدة من القواعد . إن كثيرا من تعلم الرياضيات هو تعلم قواعد . فعلى سبيل المثال نحن نعلم أن $5 \times 6 = 6 \times 5$ ، $8 \times 2 = 2 \times 8$ ؛ ومع ذلك بدون أن تعلم القاعدة التي يمكن أن تقدم عن طريق $a \times b = b \times a$ قد لا نستطيع التعميم أكثر من مشكلات الضرب المعينة تلك التي تمت محاولتنا معها . فمعظم الناس يتعلمون ويستخدمون في البداية قاعدة أن الضرب إبدالى دون قدرتهم على صياغتها ، وعاده دون إدراك بأنهم يعرفون القاعدة ويطبقونها . ومن أجل مناقشة هذه القاعدة فإما أن تعطى في صيغة لفظية أو رمزية مثل « إن الترتيب الذى يجرى به عملية الضرب لا يؤثر فى النتيجة » أو لجميع الأعداد 'ا ، ب [a and b] $a \times b = b \times a$

هذه القاعدة المعينة ، والقواعد بصفة عامه يمكن النظر إليها كفئات من العلاقات بين فئات من المفاهيم .

قد تكون القواعد من أنواع مختلفة ودرجات مختلفة من التعقيد . فبعض القواعد تعريفات وقد ينظر إليها كمفاهيم معرفه . فالمفهوم المعروف بـ $n!$ $n! = 1 \times 2 \times \dots \times (n-1) \times n$. والقواعد الأخرى هى سلاسل لمفاهيم مترابطة ، مثل القاعدة بأنه فى غياب رموز التجميع يجب أن تجرى العمليات الحسابية فى الترتيب المتتابع \times ، \div ، $+$ ، $-$ وتعطى القواعد الرياضية الأخرى فئات من الاستجابات لفئات من المثيرات . فتعطى الصيغة التربيعية ففة غير محدوده من الاستجابات ، إستجابة واحده لكل منها لفئة غير محدوده من معادلات الدرجة الثانية . وكل معادلة معينة من الدرجة الثانية هى مثير تحتوى على سلسلة مفاهيم ، وكل حل هو إستجابة مكونه من سلسلة من المفاهيم .

وكما لوحظ من قبل ، هناك فرق بين صياغة القاعدة واستخدامها بطريقة صحيحة . إن مجرد صياغة الطالب للقاعدة لايعنى أن قد تعلمها بمعنى إمتلاكه لمقدرة إستخدامها . وبالعكس ، فمن الممكن أن تستخدم القاعدة بطريقة صحيحة دون القدرة على صياغتها . فكل شخص تقريبا يمكن أن يتذكر تتابع الرموز $s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ، ولكن بدون تعلم إضافى قليل من الناس يستطيع تطبيقها بطريقه صحيحة .

فمعظم الناس يستخدمون قاعدة الضرب التبادلية ، ولكن قليل من الناس يمكن صياغة هذه القاعدة « أن الضرب تبادلى » أو $a \times b = b \times a$

إن معلمى الرياضيات في حاجة بأن يكونوا على وعى بأن القدرة على وعى بأن القدرة على صياغة تعريف أو كتابة قاعدة على صفحة من الورق يعتبر مؤشرا ضعيفا لما إذا كان الطالب قد تعلم القاعدة فإذا كان على الطلاب أن يتعلموا قاعدة ما فيجب أن يكونوا قد تعلموا من قبل سلاسل المفاهيم التي تؤلف القاعده . إن شروط تعلم القاعدة تبدأ بتحديد السلوك المتوقع من المتعلم من أجل التحقق بأن القاعدة قد تم تعلمها . ويتم تعلم القاعدة عندما يستطيع المتعلم تطبيق القاعدة بطريقة مناسبة وصحيحة في عدد من المواقف المختلفة . وقد أعطى روبرت جانبيه في كتابة شروط التعلم The Conditions Of Learning (1970) خمس خطوات تعليمية متتابعة لتدريس القواعد :

الخطوة الأولى :

إخبار المتعلم بشكل الأداء المتوقع عندما يتم التعلم .

الخطوة الثانية :

إسئل المتعلم بطريقة تتطلب إعادة صياغة (إسترجاع) المفاهيم المتعلمة من قبل والتي تكوّن القاعدة .

الخطوة الثالثة :

إستخدم عبارات لفظية (تلميحات) تقود المتعلم لوضع القاعدة كسلسلة من المفاهيم بالترتيب الصحيح .

الخطوة الرابعة :

إسأل المتعلم أن « يبين » بأمثلة أكثر تجسيدا القاعدة .

الخطوة الخامسة :

(إختيارية ، ولكن مفيدة للتعليم التالى) : أطلب من المتعلم بسؤال مناسب أن يضع القاعدة لفظيا .

تعلم حل المشكلات :

كما يتوقع الفرد ، يعتبر حل المشكلات نوعاً من التعلم ذى ترتيب أعلى وأكثر تعقيدا عن تعلم القواعد ، وإكتساب القاعدة هو متطلب سابق لحل المشكلات . ويتضمن حل المشكلات إنتقاء فئة من القواعد وسلسلتها بطريقة فريدة للمتعلم ينتج عنها بناء فئة أعلى ترتيبا من القواعد التي كانت غير معروفة من قبل للمتعلم . وكلمات مثل إكتشاف ، وإبداع دائما تكون مرتبطة بحل المشكلات ففي تعلم القواعد ، تكون القاعدة المراد تعلمها معروفة بدقه من حيث الشكل للمعلم الذى يبنى الأنشطة للطالب بحيث يتعلمها بالشكل الذى يعرفه المعلم ويطبقها بطريقة سليمة في الوقت الصحيح . والقاعدة توجد خارج المتعلم الذى يحاول أن يدخل القاعدة الموجودة . ويحاول المتعلم في حل المشكلات أن ينتقى ويستخدم قواعد سبق تعلمها ليكوّن حلا ما لمشكلة جديدة (على الأقل بالنسبة

للمتعلم) . والتعويض الروتيني بقيم الأعداد في صيغة من الدرجة الثانية لا تعتبر مثالا لحل المنه بالنسبة لجانيه ومعظم منظرين التعلم . فمثل هذ الأنشطة الروتينية تتضمن فقط إستخدام قاعدة سير تعلمها .

ومثال لحل مشكلة جديدة هو صيغة من الدرجة الثانية لم يرها الطالب من قبل ، وتطوير هذه الصيغة للحل بالصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية. $ax^2 + bx + c = 0$. مثل هذا الطالب قد يكون من الواجب عليه إنتقاء مهارة إكمال المربع لمقدار ثلاثي الحدود مما لديه من مهارات وتطبيق هذه المهارة بطريقة سليمة لتطوير صيغة الدرجة الثانية . والطالب الذي يشتق صيغة الدرجة الثانية بإجراء فئة من تعليمات المعلم فهو يتعلم قاعدة . والمحك لحل المشكلات هو أن الطالب لم يحل من قبل تلك المشكلة المعنية ، وبرغم هذا قد تكون هذه المشكلة حلت من قبل بواسطة كثير من أناس آخرين .

تتضمن مشكلات العالم الحقيقية عادة خمس خطوات : (١) تقديم المشكلة في شكل عام ، (٢) إعادة صياغة المشكلة في تعريف إجرائي (٣) تكوين الفروض والخطوات البديله التي تعتبر طريقة مناسبة لمهاجمة المشكلة ، (٤) إختبار الفروض وإجراء الخطوات للحصول على حل أو فئة من الحلول لبديله ، (٥) تقرير أى من الحلول الممكنة أكثر مناسبة ، أو التحقق من أن حل واحد هو الصحيح .

وقد تكون المشكلة الجديدة لمعظم الناس هو تحديد كم من الماء ينساب من نهر النيل في عام ما هذه هي الخطوة (١) ، صياغة عامة للمشكلة . أفترض شخص ما يحاول حل المشكلة مفضلا ذلك على معرفة الإجابة من كتاب ، فالخطوة الثانية هي إعادة صياغة المشكلة بطريقة أكثر دقة إجرائية التي قد تقترح كيفية حل المشكلة . وبعد أخذ المشكلة في الإعتبار لفترة من الزمن قد يقرر من يحل للمشكلة إجراء الخطوة الثانية بإعادة صياغة المشكلة كآلاتي « ما المساحة التقريبية للأرض التي تغمرها مياه النيل ، وما المتوسط التقريبي للأمطار التي تهطل سنويا على هذه الأرض » . وهناك تعريف إجرائي آخر هو « ما المساحة التقريبية لقطاع عرضي للنيل بالقرب من مصبه وما المعدل التقريبي انسيابه عند هذه النقطة ؟ » والآن قد صيغت المشكلة بأسلوب يقترح طرق الحل . وفي الخطوة (٣) قد يقرر من يحل المشكلة تقدير المقطع العرضي للنهر ليكون عرضه ميلا واحدا بمتوسط عمق ٣ قدام ، بمعدل انسياب $\frac{1}{4}$ ميل / ساعة . وربما يقدر أيضا مساحة المستجمع الذي يمد النهر

ماء المطر ، ومتوسط هطول الأمطار سنويا فوق هذا المستجمع . زقد يقرر أن هناك متغيرات أخرى محل ، أو أنها تلاشي بعضها وليس لها تأثير ذى دلالة على المشكلة . والخطوة الرابعة هي حل مشكلة بإستخدام التعريف الإجرائي ؛ وهذا يستلزم بالضرورة إستخدام قواعد تقرب القياسات ، وقواعد إيجاد الحجم ، وقواعد حسابية متعددة ومختلفة ، والخطوة الخامسة في هذا المثال يمكن حراؤها بمقارنة الحلول التي تحصل عليها من استخدام كل تعريف إجرائي . فإذا كان هناك حلين يبين من بعضهما فربما يقرر من يحل المشكلة أن الحل مقبول لأسباب غير فيه .

يمكن أن نرى من هذا المثال لحل المشكلة أن القواعد التي سبق تعلمها يُحتاج إليها في حل المشكلات ، ولكن يكون من محل المشكلة قاعدة فريدة (لهذا الشخص) من رتبة أعلى وهي طريقة التقدم من الصياغة العامة للمشكلة الى حل معقول . فإذا ما سئل الشخص الذي حل مشكلة نهر النيل ليحدد كمية المياه التي تنساب من نهر أوهايو في عام واحد ، فقد يستخدم الإستراتيجية العامة لحل المشكلة التي كونها في حل مشكلة نهر النيل لحل مشكلة نهر أوهايو . وقد يكون حل المشكلة الثانية عن نهر أوهايو موقف مشكل لطالب آخر لم يواجه قط نوع هذه المشكلة . ولكنها قد تكون تطبيق روتيني كمهاره سبق تعلمها بالنسبة للأول الذي قام بحل المشكلة .

مراتب التعلم

طبق جانبية نظريته — وقد نوقشت أجزاء منها في هذا الفصل — لبناء مدرجات معينة لتعلم الرياضيات فيما يتعلق بتعلم حل المشكلة ، وتعلم القواعد . ومدرج التعلم لحل المشكلات أو لتعلم القواعد هو تركيب يتكون من تتابع لقدرات أدنى في الرتبة وتعتبر كمتطلبات قبلية يجب على الطالب إتقانها قبل أن يتعلم المهمة الأعلى في الرتبة . وقد وصف جانبية التعلم على أنه تغير قابل للملاحظة في سلوك الناس ، وتتكون مدرجاته في التعلم من قدرات يمكن ملاحظتها وقياسها . ووفقا لجانبية ، إذا تعلم شخص ما فإن هذا الشخص يمكنه إجراء بعض الأنشطة التي لم يكن باستطاعته من قبل إجرائها . ولما كانت معظم الأنشطة في الرياضيات تتطلب تعلم سابق قابل للتحديد والملاحظة ، فإن موضوعات الرياضيات تعبر نفسها لتحليل المدرجات . فعند تخصيص مدرج ما للتعلم لمهارة رياضية ليس عادة من الضروري أخذ جميع المهارات الأدنى في الرتبة . عادة ، ولكن ليس دائما ، يكون معلم الرياضيات على حق عندما يفترض أن جميع الطلاب في الفصل قد اكتسبوا بعض القدرات الرياضية البسيطة التي تعتبر متطلبات قبلية للتمكن من المهارات الأعلى في الرتبة .

إن بناء مدرج تعلم الموضوع في الرياضيات أكثر من مجرد وضع خطوات لتعلم القاعدة أو حل المشكلة . ويعتبر إعداد قائمة بالخطوات نقطة بداية جيدة ؛ ومع ذلك فإن المواصفات المميزه لمدرج تعلم هو شكل شجره مقبولة لقدرات أدنى وأعلى في المرتبة التي أن يمكن يقوم ببيانها الطالب أو يقيسها المعلم . وشكل ٢ — ١ هو مدرج تعلم يحتوي على قائمة مرتبة من الخطوات يكرر إستخدامها في إشتقاق صيغه الدرجة الثانية ، وشكل ٢ — ٢ هو مدرج تعلم للقدرات التي تعتبر كمتطلبات قبلية مطلوبة لإشتقاق صيغه الدرجة الثانية . وسوف تلاحظ شكل ٣ — ١ ليس أكثر من قائمة بالخطوات . ولم تعط القدرات الضرورية لتنفيذ هذه الخطوات ولا القدرات التي تعتبر كمتطلبات قبلية في هذه القائمة .

مشكلة للحل

إشتق قانون حل معادلات الدرجة الثانية

الخطوة ١ : أكتب الصورة العامه لمعادله الدرجة الثانية .

$$!س٢ + ب س + ج = صفر [ax^2 + bx + c = 0]$$

الخطوة ٢ : أضف سالب حـ [c] لكل من طرفي المعادلة .

$$[ax^2 + bx = -c] \quad \text{حـ} = \text{س} + \text{س}^2$$

الخطوة ٣ : إقسم طرفي المعادلة على ا [a]

$$[x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}] \quad \frac{\text{حـ}}{ا} = \text{س} + \frac{\text{س}^2}{ا}$$

الخطوة ٤ : اكمل المربع

$$\text{بإضافة } [x^2 + \frac{bx}{a}] \text{ س} + \frac{\text{س}^2}{ا} \text{ إلى طرفي المعادلة} \quad [\frac{b^2}{4a^2}] \frac{\text{س}^2}{ا}$$

$$[x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}] \quad \frac{\text{س}^2}{ا} + \frac{\text{حـ}}{ا} = \frac{\text{س}^2}{ا} + \text{س} + \frac{\text{س}^2}{ا}$$

الخطوة ٥ : ضع الطرف الأيمن على صورته مربع كامل وإجمع الطرف الأيسر .

$$[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}] \quad \frac{\text{حـ}}{ا} - \frac{\text{س}^2}{ا} = \left(\frac{\text{س}}{ا} + \text{س} \right)$$

الخطوة ٦ : أوجد الجذر التربيعي لطرفي المعادلة .

$$[x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}] \quad \frac{\text{حـ}}{ا} - \frac{\text{س}^2}{ا} \sqrt{\text{ص}} = \frac{\text{س}}{ا} + \text{س}$$

الخطوة ٧ : أضف $[-\frac{b}{2a}]$ للطرفين وضع الطرف الأيسر في أبسط صورته .

$$[x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}] \quad \frac{\text{حـ}}{ا} - \frac{\text{س}^2}{ا} \sqrt{\text{ص}} \pm \text{س} = \text{س}$$

شكل ٢ - ١ قائمة بالخطوات المستخدمة لإشتقاق صيغته الدرجة الثانية .

التعاقب صحبه
الدرجة الثانية

حل المعادله العامه للدرجة الثانية

اكتب الصوره العامه لمعادلة الدرجة الثانية

حل معادله تربيعية كاملة
من الدرجة الثانية

اكمل المربع للمقدار
تلاقي الحدود

صنف الثوابت
الإختيارية والثغرات

افصل وطبق
عمليات الحساب

طبق علامه
النساي

من وصف
الأسي

أضف أو اطرح
نفس العدد من
طرف المعادله

أوجد الجذر
التربيعي الطولي
معادله ما

بسط الصيغرات الجذريه

أضرب والنسب أحاديات العدد

أضف وأطرح
ثوابت إختيارية

أضرب والنسب
ثوابت إختيارية

افصل وصف المربع
الكامل للمقدار
تلاقي الحدود

حل مربع كامل
للمقدار تلاقي الحدود

أضرب ثوابت الحدود

أضرب والنسب
أحاديات العدد

المقدرات الأولى رتبته التي يفترض أن يطبقها جميع الطلاب الذين يدرسون المقرر .

يعتبر شكل ٣ - ٢ مدرج تعلم لأن كل من القدرات الأدنى والأعلى مرتبة قد وضعت في علاقتها المناسبة لبعضها البعض . ويمكن النظر إلى شكل ٣ - ٢ كتقريب أولى لمدرج تعلم لحل معادلة من الدرجة الثانية . وأخذ القدرات التي تعتبر متطلبات قبلية بعناية أكثر ، والبحث مع الطلاب يمكن ان ينتج عنه مدرج أكثر دقة لقدره حل المشكلات هذه . ومع ذلك ، فالمدرج الموضح في هذا الشكل وكذلك المدرجات الأخرى يمكن أن يضعها معلم الرياضيات بسهولة ويمكن أن تساعد في تحديد إستعداد الطالب لهذه المشكلة ولأنشطة أخرى لحل المشكلات . ويمكن أن تكون مدرجات التعلم الجيده وحتى العامية جداً منها مفيدة للمعلمين في اعداد إستراتيجيات التقويم القبلي لتقويم إستعداد الطالب لتعلم موضوع في الرياضيات .

ملاحظة أخيره عن جانبيه

إن تقسيم جانبيه للتعلم في ثمانية أنواع من الأيسر (التعلم الإشارى) وخلال الأنواع المتقدمة الأكثر تعقيداً (تعلم العلاقة بين المثير - الاستجابيه) والتعلم التسلسلي والترابط اللغوى ، والتعلم عن طريق التمايز ، وتعلم المفاهيم ، إلى الأنواع الأعلى في الترتيب (تعلم القواعد ، وتعلم حل المشكلة) هو طريقة مفيدة وصادقة للنظر إلى التعلم . ومع ذلك فالتعلم لا يتقدم عادة في تتابع من خطوات سهله التحديد والتعيين ، ولا تحدث أنواع التعلم المتنوعة في تتابع زمنى مثل مراحل بياجيه للنمو العقلى . فكل أنواع التعلم الثمانية يمكن أن تحدث كلها آنيا ولكن مع قليل من الناس خلال حياتهم . ويجب عليك كمعلم أن تفهم أنواع التعلم المختلفة لجانبيه وتنتقى إستراتيجيات التدريس وأنشطة حجرة الدراسة التي ترتقى بكل نوع من التعلم عندما يبدو هذا النوع مناسباً لتعلم موضوع في الرياضيات تقوم بتدريسه . وتتطلب معظم تتابعات التعليم / التعلم عديد من أنواع التعلم هذه التي ربما تتفاعل بطريقة شديدة التعقيد .

دينز وتعلم الرياضيات

استخدم زولتان ب . دينز Zoltan P.Dienes الذى تلقى تعليمه في المجر وفرنسا وانجلترا ، خبراته وميوله في تدريس الرياضيات ، وسيكولوجيه التعلم في تطوير نظام لتدريسها . وقد طور نظامه الذى أسس جزئياً على سيكولوجية تعلم حين بياجيه في محاولة منه لجعل ماده الرياضيات أكثر تشويقاً وأيسر تعلماً . ولخص البروفيسور دينز فيما يلى آرائه في تعليم الرياضيات في كتابه « بناء الرياضيات » .

من الصعب في الوقت الحالى وجود عضو واحد من أعضاء مهنة التدريس والمختصين بتدريس الرياضيات في أى مرحلة من مراحل الدراسة الذى يستطيع القول لنفسه وبأمانه بأن كل شيء على مايرام في تدريس الرياضيات . هناك اعداد كبيرة من التلاميذ لا يجيدون (يكرهون) ماده الرياضيات ، وتزايد هذا الشعور كلما تقدموا في العمر ، كما أن هناك الكثير ممن يجدون صعوبة بالغه فيما هو بسيط للغاية دعونا نواجه هذه الحقيقة : ان غالبيه الأطفال لا ينجحون في فهم المعانى

الحقيقية للمفاهيم الرياضية ، فعلى أحسن الفروض ، فهم يصبحون حاذقين من معالجة الرموز المعقدة ، وعلى أسوأها لهم في حيره من المواقف المستحيلة التي تصنعهم فيها المقررات الرياضية في المدارس . والاتجاه العام والمألوف هو « ذاكر لتنجح في الامتحان ثم بعد ذلك لا تنال الرياضيات أى اهتمام يذكر وهذا الموقف ، فيما عدا استثناءات قليلة ، هو موقف عام لم يعد يثر أى مناقشة . فعادة ما ينظر إلى مادة الرياضيات على أنها مادة صعبة وخادعه ، فيما عدا حالات فردية قليلة حينما يحاول مدرسون ذو همم وحامسه جعلها مادة حيه ومشوقه ، وبهذا تصبح أقل صعوبة »

المفاهيم الرياضية

تعد الرياضيات في نظر دينز دراسة للبنىات Study of Structures وتصنيفها وتوضيح العلاقات بينها ، وتنظيمها في فئات . وهو يعتقد بإمكانية فهم كل مفهوم أو مبدأ رياضى فقط في حالة تقديمه إلى التلاميذ من خلال العديد من الأمثلة الحيه والملموسة . ويعنى دينز بمصطلح مفهوم « بناء رياضى » وهو في هذا يعد تعريفه أشمل من تعريف جانييه . وتبعاً لوصف دينز ، هناك ثلاثة أنواع للمفاهيم الرياضية وهى : المفاهيم الرياضية البحتة ، المفاهيم الرمزية Rotational ، والمفاهيم التطبيقية وتعلق المفاهيم الرياضية البحتة بتصنيف الأعداد والعلاقات بينها وهذه المفاهيم مستقلة ولا ترتبط بالطريقة التي يكتب بها العدد . ومثال ذلك الرقم ستة ، ٨ ، الرقم ١٢ الذى يكتب بالحروف الرومانيه هكذا (١١ ×) ، ١١١٠ (أساس ٢) ، والشكل $\triangle\triangle\triangle$ كلها أمثله لمفهوم الرقم الزوجى ، ذلك رغم أن كل واحد من تلك الأمثلة تختلف كتابته عن الآخر .

المفاهيم الرمزية : هى خواص الاعداد التي تعد نتيجة مباشرة للطريقة التي تصور (تُمَثَّل) بها تلك الاعداد . فالرقم ٢٧٥ مثلا في النظام ذى الأساس العشرى يعنى مائتين بالإضافة إلى سبع عشرات وخمسة في خانة الآحاد وذلك تبعاً للمكان الذى تتمثل في وضع الأعداد في نظام قوى ١٠ ويعد اختيار النظام الرمزى المناسب في مختلف فروع الرياضيات عاملاً هاماً في تطور ونمو مادة الرياضيات . ولا يخفى أن التطور الشديد البطء لعلم الحساب يرجع في المقام الأكبر إلى الطريقة المعقدة التي استخدمها الأقدمون في تمثيل الأعداد ، وكما اسلفنا فإن المشاكل التي حدثت في تطوير التحليل الرياضى في إنجلترا قد نجمت عن اصرار الرياضيين البريطانيين على استخدام النظام الرمزى الصعب الذي وصفه نيوتن في علم التفاضل والتكامل بدلاً من نظام ليبنز Leibniz الأكثر فعالية .

المفاهيم التطبيقية : هى تطبيقات المفاهيم الرياضية البحتة والرمزية على حل المشاكل في علم الرياضيات وفي المجالات الأخرى المتصلة به . ويعد الطول ، والمساحة ، والحجم مفاهيم رياضية تطبيقية . ويجب تدريس المفاهيم الرياضية التطبيقية للطلاب بعد تدريسهم على المفاهيم الرياضية البحتة والرمزية . كما أنه يجب تدريس المفاهيم البحتة قبل الرمزية خوفاً من أن يلجأ الطلاب إلى حفظ الأنماط الرياضية الرمزية بدلاً من محاولة فهم المفاهيم الرياضية البحتة المتضمنة فيها . فالطلاب الذين يقعون في اخطاء المعالجة الرمزية كما في الأمثلة التالية يحاولون استخدام المفاهيم الرياضية البحتة والرمزية التي لم يستوعبوها تماماً :

وغنية في تناول الطلبة . وتعد هذه المرحلة مرحلة هامة في مراحل تعلم المفهوم حتى وان بدت غير ذات قيمة في نظر المدرس الذي تعود على تدريس الرياضيات باستخدام طرق شديده التنظيم ففى هذه المرحلة يتعرف الطلاب أولا على كثير مكونات المفهوم الجديد خلال تفاعلهم مع بيئة التعلم التى تحتوى على أمثله ملموسة للمفهوم ، كما أنهم يكونون البنية العقلية والإتجاهات التى تعدهم لتفهم البنية الرياضية للمفهوم .

المرحلة الثانية : الألعاب Games

وبعد فترة اللعب الحر لأمثله عن المفهوم ، يبدأ الطلاب في ملاحظة الأنماط والتناسقات المتضمنه في المفهوم . وسيلاحظون أن هناك قواعد محدده تتحكم في الوقائع ، وأن بعض الأشياء ممكنة ، بينما الأخرى مستحيلة . ويكون الطلاب على استعداد للألعاب وتجريب تغيير قواعد الألعاب التى يضعها المدرس ووضع العاب بأنفسهم ذلك عندما يكتشفون القوانين والخواص التى تحدد تلك الوقائع . وتسمح هذه الألعاب للطلاب بتجريب Parameles ، والتغيرات داخل المفهوم ، ولبدء تحليل البنية الرياضية للمفهوم . وهناك العديد من الألعاب التى تساعد الطلاب على اكتشاف العناصر المنطقية والرياضية للمفهوم .

المرحلة الثالثة : البحث عن خواص مشتركة Searching Communalities

ربما لا يستطيع الطلاب اكتشاف البنية الرياضية التى تشترك فيها كل مكونات المفهوم حتى بعد قيامهم بالألعاب المختلفة مستخدمين العديد من المكونات الحسية للمفهوم . ولن يستطيع الطلاب تصنيف الأمثلة التى تندرج تحت المفهوم من الأمثلة التى لا تمثل هذا المفهوم إلا بعد إلمامهم بالخواص المشتركة لتلك الأمثلة . ويقترح دينتر أن يساعد المدرسون تلاميذهم على إكتشاف الخواص العامه للبنية في الأمثلة المثلة للمفهوم عن طريق توضيح ان كل مثال يمكن ان يترجم إلى كل مثال آخر دون تغيير الخواص المجردة التى تشترك فيها كل الأمثلة . وهذا يعنى ابراز الخواص المشتركة لكل مثال على حده وذلك بالاشارة في نفس الوقت إلى أمثله عده .

المرحلة الرابعة : التمثيل Representation

بعد ملاحظتهم للعناصر المشتركة في كل مثال للمفهوم ، يحتاج الطلاب إلى أن معرفه مثال واحد للمفهوم — قد يقوم المدرس بتقديمه — يجمع كل الخصائص المشتركة الموجودة . في كل مثال له . وقد يكون ذلك رسما توضيحيا ، او مثلا لفظيا أو شاملا . ومثل هذا المثال يساعدهم على فرز Sort ont العناصر المشتركة الموجودة في كل الأمثلة الدالة على المفهوم . وعادة ما يكون مثل هذا المثال أكثر تجريدا من الأمثلة كلها مما يساعد الطلاب على فهم البنية الرياضية المجردة التى يتضمنها المفهوم .

المرحلة الخامسة : الترميز Symbolization

يحتاج الطالب في هذه المرحلة إلى تكوين الرموز اللفظية والرياضية المناسبة لوصف ما فهمه عن المفهوم . ومن المستحسن أن يتكرر كل طالب مثاله الرمزي لكل مفهوم ، ومع هذا يجب على

المدرسين التدخل في اختيار طلابهم للنظام الرمزي لكي لا يكون هناك تعارضا مع الكتاب المدرسي المقرر . وقد يكون من المفيد السماح للطلاب بتكوين أمثلتهم الرمزية أولا ثم مقارنتها بعد ذلك بالأمثلة الموجودة في الكتاب المدرسي . ويجب أن يوضح للطلاب قيمة الأنظمة الرمزية الجيدة في حل المسائل ، وفي برهنة النظريات وفي شرح المفاهيم .

ومثال ذلك ، قد يكون من السهل تذكر نظرية فيثاغورث إذا ما تم تمثيلها كالتالي : $a^2 + b^2 = c^2$ بدلا من شرحها لفظيا كالتالي : في المثلث القائم الزاوية ، يكون مربع الوتر مساويا لمجموع مربعات الضلعين الآخرين . وإحدى الصعوبات التي تسببها التمثيل الرمزي لبعض القوانين ، والمعادلات والنظريات أن الشروط التي يمكن أن تستخدم فيها تلك القوانين والمعادلات والنظريات لا تكون دائما واضحة من هذا الترميز . ففي المثال السابق الخاص بنظرية فيثاغورث ، لا يوضح التمثيل الرمزي الشروط التي يمكن استخدام النظرية فيها ، في حين أن النص اللفظي لها يوضح أن النظرية تنطبق على المثلثات ذات الزوايا القائمة . ويجد كثير من الطلاب ذوو المقدرة على حفظ القوانين ، صعوبة في ملاءمة القانون المناسب لكل مسأله رياضية معينه .

المرحلة السادسة : التشكيل Formalization

وبعد أن يتعلم الطلاب المفهوم والبنيات الرياضية المتصلة به عليهم ترتيب خصائص هذا المفهوم ومعرفة نتائجه فالخصائص الأساسية في بنية رياضية هي بدييات هذا النظام ، والخصائص المشتقة هي النظريات ، بينما البراهين الرياضية هي الاجراءات المتبعة للوصول للنظريات من المسلمات ويقوم الطلاب في هذه المرحلة ، بفحص نتائج المفهوم وإستخدامها في حل المسائل الرياضية البحتة والتطبيقية .

الالعب

يعتقد دينز بأهميه الالعب في تعلم المفاهيم الرياضية من خلال المراحل الست السابقة لتنمية المفهوم . وهناك أنواع ثلاثة للالعب . الأولى : الالعب التمهيدية التي يقوم بها الطلاب من أجل المتعه وبدون توجيه من المعلم ، وغالبا ما تكون غير رسميه Informal ، ويقوم الطلاب بتأليفها وهي أما ألعاب فردية أو جماعية . أما الألعاب المنظمة Structured ، فهي تلك الالعب التي تستخدم في المرحلة الوسطى من تعلم المفهوم حيث يقوم الطلاب بفرز العناصر التي تكون المفهوم . ومثل هذه الالعب تصمم لأهداف تعليمية معينة ، وبإمكان المدرس نفسه تصميمها أو شراؤها من الشركات المتخصصة في إنتاج المواد التعليمية الرياضية . وفي المراحل الأخيرة لتنمية المفهوم حيث بدعم الطلاب المفاهيم ويطبّقونها ، تصبح الالعب التدريبيه مفيدة في التدريب على حل المسائل ، وفي مراجعة المفاهيم أو تطبيقها .

مبادئ تعلم المفهوم

يلخص دينز في كتابه « بناء الرياضيات » نظامه في تدريس الرياضيات في أربعة مبادئ عامة لتدريس المفاهيم . وتعد المراحل الست في تعلم المفاهيم تطويرا وتعديلا لهذا المبادئ الأربعة .

١ - المبدأ الديناميكي :

يجب توفير الألعاب بأنواعها التمهيدية والمنظمة ، والتدريبية — كخبرات لازمة يمكن من خلالها بناء المفاهيم الرياضية ، طالما أن كل نوع منها يقدم للطلاب في الوقت المناسب .

وسوف نرى فيما بعد كيف يمكن تحسين هذا التقسيم ويجب استخدام مواد وأدوات عديدة في مثل تلك الألعاب ثم تقديم الألعاب العقلية بالتدرج وذلك لإعطاء مذاق للالعاب الأكثر ابهارا ، ألا وهي الألعاب البحثية الرياضية .

٢ - المبدأ التشييدي (البنائي) :

في تنظيم الألعاب ، يجب أن البناء التحليل — ولا يوجد مثل هذا التنظيم في تعليم التلاميذ حتى العام الثاني عشر من عمرهم .

٣ - مبدأ التغير الرياضي :

يجب تعلم المفاهيم المتضمنة لتغيرات من خلال خبرات تتضمن هي الأخرى أكبر عدد ممكن من تلك المتغيرات .

٤ - مبدأ التغيرات الادراكي أو مبدأ التضمين المتعدد :

يجب تقديم نفس البنية الادراكية في شكل العديد من الأنماط الإدراكية المتكافئة ، وذلك من أجل إفساح المجال للتغيرات الفردية في تكوين المفهوم وايضا للبحث على معرفة الماهية الرياضية (الجوهر) للتجريد .

تطبيق نظرية دينز على درس

عند التخطيط لدرس من دروس الرياضيات لتطبيق المراحل الست لدينز في تعلم المفاهيم ، ربما تجد أن مرحلة من تلك المراحل — غالبا مرحلة اللعب الحر — لا تناسب تلاميذك ، أو ربما يمكن دمج أنشطة مرحلتين أو ثلاث في نشاط واحد . وقد يكون من المفيد إستخدام أنشطة تعليمية فريدة لكل مرحلة على حده خاصة عن تدريس تلاميذ المرحلة الابتدائية ، وقد يمكنك اغفال بعض تلك المراحل في تدريس بعض المفاهيم لطلاب المرحلة الثانوية . ويعد نموذج دينز مرشدا في تدريس الرياضيات ليس مجموعة من التعليمات التي يجب أن تنفذ حرفيا .

في هذا الجزء سوف ناقش مفهوم ضرب الاعداد الصحيحة السالبة Negative كمثال عن كيفية إستخدام مراحل دينز في تخطيط الأنشطة التعليمية والتدريسية . وحيث أن كل الطلاب تقريبا

يتعلمون جمع وطرح الاعداد الصحيحة الموجبة قبل تعلمهم لعملية الضرب — وهنا سوف نفترض أن تلك المفاهيم والمهارات قد تم تعلمها .

ويمكن للمدرس أن يبدأ مرحلة اللعب الحر عند تدريسه لتلاميذ الصف السادس أو السابع بمناقشة العمليات الحسابية الخاصة بالاعداد الصحيحة الموجبة وعن الخواص الجبرية لها . وقد يناقش المدرس أيضا جمع وطرح الاعداد الصحيحة والخواص التبادلية والترابطية لعملية الجمع أو قد يختار مراجعة عامه بدلا من مرحلة اللعب الحر ، أو قد يجمع مراحل اللعب كلها في ألعاب متعددة مثل المثال البسيط التالي الذى يستخدم فيه المدرس بطاقات مثل ورق اللعب (الكوتشينه) ، بحيث يعطى كل خمسة طلاب مجموعة فيها ويعطى لكل طالب في كل مجموعة أربع ورقات . ويمكن أن يضع الطالب البطاقات في أزواج ثم يجمع ناتج الزوجين ، ويعد الطالب فائزاً بالدور إذ أستطاع الحصول على أعلى ناتج الزوجين لتربية الأوراق وتعد الأرقام على البطاقات ذات العلامة السوداء (Clubs A Spades) اعداد موجبه ، بينما الاعداد على البطاقات ذات العلامة الحمراء (القلب ، والدينارى) تعد أعداداً سالبة . وبالتالي سوف يواجه الطلاب مشكلة تجميع البطاقات السالبة ليحصلوا على أرقام أو نتائج موجبة . وقد يتفق الطلاب في مجموعاتهم على قواعد مختلفة لمعالجة ناتج عددين سالبين مثال ذلك يمكن إستخدام العددين ٢ ، ٤ على البطاقات السوداء ، والعددين ٧ ، ٥ على البطاقات الحمراء لتكوين التالي :

$$٤٣ = (٥ - \times ٧ -) + (٤ \times ٢)$$

وذلك إذا ما تم التوصل إلى القاعدة الصحيحة التى تنص على أن ناتج عددين سالبين يكون عدداً صحيحاً موجباً . أما إذ لم يتم التوصل إلى تلك القاعدة ، فلن تساعد الاوراق السالبة الطالب على الفوز بالدور . وسوف يسأل بعض التلاميذ بعضهم البعض أو المدرس عن كيفية الحصول على أعداد صحيحة سالبة .

ويمكن للمدرس تقويم مجموعة من المسائل تتضمن البحث عن الخواص المشتركة وذلك عن معالجة ناتج عددين سالبين كما يمكن مناقشة المسائل التالية في الفصل .

(١) افترض أن الناس الاشرار اعداد سالبة ، وإن الناس الطيبين أعداد موجبة . وافترض أيضا أن الانتقال للعيش في مجتمع ما اعداد موجبة ، بينما الخروج منه اعداد سالبه . فما هو الرقم الناتج عند ترك خمسة أشخاص شرار لجماعتين مختلفتين ؟ وعلى الفصل أن يقرر أن تلك الأحداث تشكل عشرة أعداد موجبه .

(٢) ما تأثير سحب دين مقداره ثلاثة دولارات أربع مرات على حسابك الجارى ٢ هنا سوف يلاحظ العديد من الطلاب أن هذا التأثير يعادل اثني عشر دولاراً موجبة .

٣ - أكمل هذا الجدول :

$$9- = 3 \times 3-$$

$$6- = 2 \times 3-$$

$$3- \times \text{صفر} = \text{صفر}$$

$$3- = 1 \times 3-$$

$$? = 1- \times 3-$$

$$? = 2- \times 3-$$

$$? = 3- \times 3-$$

$$(4) \quad 3- \times (7- + 2-) + (7 \times 3-) + (3- + 2-) = 21 + ?$$

لكن

$$15- = 5 + 3- = (2- + 7) \times 3-$$

إذن : ماهو العدد الممثل بعلامة الاستفهام [?]

ويمكنك كمدرس لماده الرياضيات أن تكون أمثلة أخرى توضح أن ناتج عددين صحيحين ساليين هو عددا صحيحاً موجبا .

وفي مرحلة التمثيل في تكوين مفهوم ضرب الأعداد الصحيحة السالبة ، يجب أن يكون لدى الطلاب القدره مع ملاحظة رسماً توضيحياً يمثل هذا المفهوم دروس الخاصة العامه لضرب عددين صحيحين ساليين . والرسم التوضيحي التالي (شكل - ٣٠٣) هو احدى الطرق لبيان ان ناتج عددين ساليين عددا ايجابيا وفي مرحلة الترميز ، يصبح لكل طالب القدره على شرح الرسم التوضيحي في شكل (٢ - ٣) واستخدامه لبيان امثله عن المفهوم وعلى الطالب ان يشرح ان هذا الرسم يوضح أن ناتج عددين ساليين عددا موجبا . وذلك لتصبح خاصية التوزيع صحيحة بالنسبه لضرب وجمع الأعداد الصحيحة واخيرا يجب أن يتبنى الفصل النظام الرمزي لأي عدد صحيح موجب ا ، ب (-) (-) = (+) ، ب (-) (-) = + ، ب [a and b, (-a)(-b) = +ab] ، س ، ص ، ن ،

$$س (ص + ن) = س ص + س ن \quad [x, y, z, x(y+z) = xy + xz]$$

ويصل المفهوم إلى مرحلة التشكيل النهائي حينما يصل الطالب إلى أن الجملة التالية هي حقيقة بدديهية :

ناتج عددين صحيحين ساليين عددا موجبا والنظريات مثل

$$ص \times ن = ن \times ص ، [y \times z = z \times y] ، س (ص + ن) = س ص + س ن$$
$$[\text{and } x(y+z) = xy + xz] \quad \text{كما في السطر الثالث يمكن أيضاً عرضها وبرهنتها .}$$

$$\begin{aligned} -\bigcirc \times [\overset{+}{\triangle} + \overset{-}{\square}] &= [-\bigcirc \times \overset{+}{\triangle}] + [-\bigcirc \times \overset{-}{\square}] \\ &\parallel \qquad \qquad \qquad \parallel \\ -[\bigcirc \times \bigcirc] &= -[\bigcirc \times \triangle] + \overset{+}{[\bigcirc \times \square]} \end{aligned}$$

$\bigcirc =$ أى عدد صحيح

$\square =$ أى عدد صحيح

$\triangle =$ أى عدد صحيح أكبر من \square

$\bigcirc =$ هو العدد الصحيح $\triangle - \square$

شكل ٢ - ٣

شكل تمثيل لمفهوم ان ناتج عددين صحيحين سالبين عدد صحيح موجب

يمكن تلميح طريقتين دنيز في تدريس وتعلم الرياضيات في القائمة التالية للمبادئ الفرعية النابعة من اداة الأربعة لتعلم المفاهيم .

١ - تبيين الرياضيات على الخبرة ، ويتعلم الطلاب الرياضيات باستخراج المفاهيم والاشكال الرياضية من الخبرات الحقيقية .

٢ - هناك عملية طبيعية ثابتة يجب على الطلاب اتباعها عند تعلم المفاهيم الرياضية . وهذه العملية تتضمن التالى :

أ - فترة لعب وتجريب تتضمن استخدام المواد الملموسة والأفكار المجردة .

ب ترتيب تلك الخبرات في إطار عام ذى معنى

ج - ومضه من التبصر عندما يفهم الطالب المفهوم فجأة

د - مرحلة التدريب لترسيخ المفهوم وذلك لكي يصبح الطالب قادرا على تطبيقه واستخدامه في خبرات جديدة لتعلم ماده الرياضيات .

٣ - الرياضيات فن خلاق ، يجب تدريسها وتعلمها على أنها كذلك .

٤ - يجب ربط المفاهيم الرياضية الجديدة بالمفاهيم والبنيات السابق تعلمها وذلك لكي ينتقل اثرها التدريب من التعلم السابق للتعلم اللاحق .

٥ - لكي يتعلم الطالب الرياضيات يجب أن تصبح لديه القدرة على ترجمة موقف حى او حدث ما إلى معادلة (شكل) تجریدی رمزى .

نظرية أوزبل في التعلم اللفظى ذى المعنى

في الخمسينيات هذا القرن ، أصبح كثير من المربين المتخصصين في مادة الرياضيات يعتقدون أن طريقه المحاضرة السائده في تدريس الرياضيات تؤدي إلى تعلم استظهارى غير ذى معنى للطلاب . وفي الستينيات ، ومع ظهور برامج الرياضيات التى تؤكد على تعلم المفاهيم وتدرسيها في المدارس ، بدأ التعلم اللفظى المباشر لا يحظى بالاهتمام الكافى ، حيث بات يعتقد الكثير ان هذا النوع من التعلم يؤدي إلى الحفظ والاستظهار ، في حين أن طرقا اخرى للتدريس قبل التعلم بالاكتشاف ، Inqwiry والطريقة العملية بدت على أنها اكثر الطرق ملائمة لتدعيم وتعزيز التعلم زى المعنى . ورغم ذلك هناك البعض الذى مازال يرى أن طريقه المحاضرة قد اثبتت نفعها بدرجة معقولة في الماضى ، ولهذا لا يمكن اغفالها واتهامها بأنها طريقه سيئة في التدريس . وخلال تلك الفترة كان ديفيد اوزبل David Oushbel المنظر في مجال التعلم ينادى أن التدريس المباشر هو الطريقة الوحيدة الفعاله في نقل الاكتشافات المتراكمه للأجيال السابقة اللاتناهية لكل جيل جديد ، وأن كثيراً من الطرق الحديثه المشهوره ليست فقط غير ذى كفاءة ، بل غير فعاله في ترسيخ التعلم ذى المعنى وتتضمن نظرية أوزبل عن التعلم اللفظى ذى المعنى اجراءاً للتدريس المباشر الفعال . ويعتقد أوزبل أن المحاضره أو طريقة التدريس المباشر طريقة تدريس فعاله ، وأن على التربويين تكريس جهد اكثر لتطوير أساليب التدريس المباشر الفعال .

وتظهر حالياً الدراسات الخاصة بالمهارات الرياضية لدى التلاميذ والشباب مثل الدراسات التى اجرتها الرابطة القومية للتقدم التربوى (NAEP) ضعفاً في مستوى تطبيق المهارات الرياضية ، مما أستدعى الكثير إلى التساؤل عن جدوى برامج الرياضيات الجديدة وطرق التدريس الجديدة أيضاً . وتظهر دراسة أجرتها الرابطة القومية للتقدم التربوى والمنشورة في رسالتها الاخبارية في نفس العام - تظهر تلك الدراسة أن أقل من نصف الطلاب البالغ عمرهم ١٧ عاماً ، والشباب في الفترة العمرية من ٢٦ - ٣٥ عاماً ، بإمكانهم حل المسائل الحسابية البسيطة في الحياة العادية . وكانت هناك دراسة سابقة لنفس الرابطة بينت أن الشباب في نفس المجموعات العمرية السابقة قد أظهروا كفاءة ملحوظة في حل المسائل الحسابية المأخوذة من الكتاب المدرسى المقرر . ويعنى هذا قصور في تدريس التطبيقات ذات المعنى لمادة الحساب في الحياة العادية . وقد تعطى مثل هذه المشكله بعض التأييد

لرأى أوزبل عن طرق التدريس غير المباشرة التي قد لا تؤدي بالضرورة لتعلم اجراءات حل المشكلات ذات المعنى .

التعلم بالتلقى والتعلم بالاكشاف ، التعلم ذو المعنى والتعلم الاستظهارى

تتضمن نظرية أوزبل عن التعلم اللفظى ذى المعنى تبريرا لاستخدام التدريس المباشر وتوضح كيف يمكن تنظيم الدروس القائم على المحاضرات لتدريس بنيه نظام معرفى ، مما يجعل التعلم اكثر معنى للطلاب . وبصفته مؤيدا للتدريس المباشر والتعلم اللفظى ، يوضح اوزبل كيف أن التعلم بالتلقى يمكن ان يكون ذا كفاءه وذا معنى . ورغم هذا ، فبعض نقاد التعلم بالتلقى وبعض مؤيدى التعلم بالاكشاف يدعون أن التعلم بالتلقى عاده ما يكون تعلما استظهاريا ، بينما التعلم بالاكشاف غالبا ما يكون تعلما ذا معنى بالنسبه للطلاب . ونتيجة لذلك . تحتوى العديد من كتابات اوزبل على مناقشة التعلم بالتلقى فى مقابل التعلم بالاكشاف ، والتعلم ذو المعنى فى مقابل التعليم الاستظهارى والتي يرفض فيها مثل تلك الادعاءات .

يصف اوزبل التعلم بالتلقى والتعلم بالاكشاف فى مقال له نشر فى مجلة مدرس الرياضيات فى فبراير ١٩٦٨ :

ليس من العسير فهم الفرق بين التعلم بالتلقى والتعلم بالاكشاف . ففى حاله التعلم بالتلقى تقدم المادة الرئيسية المراد تعلمها للتعلم فى الشكل النهائى لها . ولا يتضمن التعلم أى اكتشاف من جانب المتعلم ، حيث أن المطلوب منه فقط هو استيعاب المادة وادخالها فى بنيه المعرفية بحيث يصبح من السهل استرجاعها مستقبلا . ومن الناحية الأخرى فالميزه الرئيسية للتعلم بالاكشاف هى أن المادة لا تقدم للتعلم بل عليه اكتشافها قبل أن يستوعبها ومن هنا فالمهمه التعليمية هى اكتشاف شئ ما وبعد اكتمال تلك المرحلة ، يتم استيعاب المادة التعليمية وادخالها فى البينه المعرفية مثلما يحدث فى التعلم بالتلقى

والشرح التالى أورده أوزبل عن الفرق بين التعلم الاستظهارى والتعلم ذى المعنى فى مقال نشر له فى عدد يناير ١٩٦١ من مجله النظرية التربويه Educational Theory

« غالبا ما يحدث لبسا فى التمييز بين التعلم الاستظهارى والتعلم ذى المعنى . وهذا الخلط مستول جزئيا عن الاعتقاد الخاطىء والسائد أن التعلم بالتلقى هو تعلم استظهارى ، وان التعلم بالاكشاف هو تعلم ذو معنى وفى الحقيقة فكل تمييز أو فرق يشكل بعدا مستقلا للتعلم . ولهذا فكل من التعلم بالتلقى والتعلم بالاكشاف يمكن أن يكونا تعلما استظهاريا أو تعلما بالاكشاف تبعا للظروف التي يحدث عندها التعلم »

والتعلم ذو المعنى نعنى به عملية مميزة للتعلم ، ونعنى به ايضا نتيجة هذا التعلم ذى المعنى - أى الوصول للمعنى الذى يعكس بالضرورة استكمال تلك العملية ، وبالتالى يقتضى التعلم ذى المعنى أن

يستخدم المتعلم meaningful learning set وأن تكون المادة المتعلمه ذات معنى كامن له ولهذا وبغض النظر عن كون المادة المقدمة تتضمنه بالمعاني ، فإذا كانت المتعلم حفظها كسلسله من الكلمات المتصلة ، فإن عملية التعلم وناتج التعلم يصبح بالضرورة استظهاريا غير ذى معنى .

ومن الناحية الأخرى ، فهما كان استعداد المتعلم وتهيؤه ، فلن تصبح العملية التعليمية أو نتائجها وذات معنى إذا حلت المادة التعليمية من المعنى الكامن .

ويرى اوزيل التعلم بالاكشاف وأساليب حل المشكلات يمكن أن يؤديا إلى تعلم استظهارى مثلما يحدث في التدريس المباشر الرديء حين يستظهر الطلاب مواد تعليمية غير ذات معنى . فمثلا ، يلجأ الطلاب ، عند حلهم لمسائل الجبر ، إلى حفظ بعض القوانين ، والمسائل التي تنطبق عليها دون فهم لماذا يؤدي هذا التطبيق إلى الحل الصحيح . وهو يرى أن التدريس المباشر يؤدي إلى تعلم فعال حيث ينظم ويشرح المدرس الموضوع الرياضي لكي ينظم طلابه هذا الموضوع ويربطونه بالموضوعات الأخرى السابق تعلمها . وحيث أن التعلم الاستظهارى يتطلب وقتاً وجهداً ، فإن التعلم الفعال حقا هو التعلم ذو المعنى . وهو هنا يعتقد أن ، التدريس المباشر الفعال هو فقط الطريقة الفعالة التي تساعد على التعلم ذى المعنى . كما أنه يرى أن الطرق الجديدة في تدريس الرياضيات مثل التعلم بالاكشاف والطرق العملية طرقا غير فعالة لانيجب استخدامها بكثرة في المدارس « ورغم أنه يسلم باعطاء بعض الاهتمام لحل المشكلات ، وبالاكشاف ، وبالتفكير الابتكارى والناقد ، إلا أنه يرى أن تركز المدرسة جل اهتمامها على تدريس معلومات بعينها تساعد الطلاب في حياتهم العادية اسهاما في التقدم الحضارى ، مثلما يرى التركيز على المهارات الأساسية التي يمكن تدريسها بسهولة على غالبية الطلاب تعلمها .

الشروط المسبقة للتعلم بالتلقى ذى المعنى

هناك شرطان مسبقان لحدوث التعلم بالتلقى ذى المعنى كما يحددهما أوزيل . أولا : يحدث التعلم بالتلقى ذى المعنى فقط لدى الطالب المهيم لثلى هذا النوع من التعلم ، وبمعنى آخر ، أن تساعد الخاله الذهنية للطالب واتجاهاته على معالجه المهمة التعليمية بالعزم والتصميم المناسبين . فإذا ما انكب الطالب على المهمة التعليمية ولدى الاتجاه بأنه مصمم على فهم المادة المقدمة وتطبيقها وربطها بما سبق تعلمه ، فعلى الأرجح أن يصبح تعلم هذا الطالب ذا معنى . وفي المقابل ، فالطالب الذى ينظر إلى المادة التعليمية الجديدة على أنها مجموعة من الكلمات اللفظية التعسفية الخالية من أى قيمة أو معنى كامن فسيحاول فقط استظهارها كمجموعة منعزلة من الرموز اللفظية وهنا لن يحدث تعلم ذو معنى إذ لم يحاول هذا الطالب ترجمه المعلومات الجديدة إلى مصطلحات تتسق ، وأسلوبه الخاص ، أو إذ لم يحاول تقييم فهمة لتلك المعلومات ، او ربطها بما سبق أن تعلمه . وهناك أسباب عديدة لعدم تهيئة الطلاب انفسهم لتعلم الرياضيات عندما ذا معنى . فقد فقد كثير منهم وإلى الأبد الأمل في فهم مادة الرياضيات على ذلك لأنهم قد وجدوا مدرسيهم يطلبون منهم ترديد التعريفات حرفيا ، واتباع

خطوات بعينها في حل الواجبات المنزلية ، وتطبيق القوانين دون اعطائهم فرصة لتوجيه آبه أسئلة وإذا ماحاول هؤلاء الطلاب ربط المفاهيم الرياضية الجديدة بالبنية العقلية الفريدة لكل منهم ، فقد لايرضى هذا مدرسهم ولهذا فهم يستظهرون المادة تماما مثلما قدمت لهم . وقد يجب بعض الطلاب أصحاب الذاكرة الحافظة أن حفظ واستظهار المعلومات والعمليات الجديدة أسير زمينا من محاولتهم فهم ما تتضمنه من مفاهيم . وحتى سوف ينسى هؤلاء الطلاب الكثير من الرياضيات التي حفظوها ، كما أنهم سوف يخلطون بين المعلومات الجديدة والأنماط الرياضية السابق حفظها . فقد يفلح طالب نبيها بعض الوقت في حفظ النظريات والبراهين في مقرر الهندسة الاقليدية المستوي ، ولكن عادة سرعان ما ينهار هذا « البناء الهندسي الهش » قبل دخوله الامتحان النهائي .

والشرط الثاني أن تكون المهمة التعليمية ذات معنى كامن عن طريق ربطها بالبنية المعرفية للمتعلم . فيمكن للطالب استيعاب المادة الجديدة وادخالها في بنيته المعرفية عن طريق ربط المفاهيم المبادئ الرياضية الجديدة بالأنماط الرياضية ذات المعنى السابق تعلمها . وهكذا يكون التعلم ذو المعنى السابق ركيزه للتعلم اللاحق لايتطلب التعلم الجديد والاستبقاء حفظا استظهاريا بالارتباطات تعسفية وتبا لاوزيل ، فإن عملية الترسخ هذه تمنع المادة الجديدة من التداخل مع المواد المشابهة السابق تعلمها - حيث يكون ذلك الخطأ الناجم عن الاستظهار . ويجب أن ترتبط المادة الجديدة ارتباطا جوهريا غير تعسفيا بالبنية الرياضية المعرفية للمتعلم . وتعتمد المهمة التعليمية ذات المعنى الكامن على طبيعة المادة المتعلمه ، وعلى طريقه المدرس في تقديمه للموضوع مثلما تعتمد على البنية المعرفية الفريدة للمتعلم (أى الطريقة التي ينظم بهما معلوماته) .

وهناك عديد من العوامل التي تعوق التعلم اللفظي ذا المعنى **اولا** : قد لايمتلك المتعلم المستوى العقلي المناسب لحدوث التعلم ذي المعنى لبعض المفاهيم الرياضية . وهؤلاء يظلون في مرحله يياجيه للعمليات الحسية ولايمكنهم تعلم المفاهيم والمبادئ الرياضية الشديدة التجريد دون أن يصاحب ذلك أمثلة ملموسة لتلك المبادئ والمفاهيم **ثانيا** : قد لايمتلك الطلاب الدافعية اللازمه لتعلم ماده الرياضيات بطريقة ذات معنى . وقدلا يلجأ مثل هؤلاء الطلاب للاستظهار عامدين ، بل قد يخدعون انفسهم واساتذتهم في الاعتقاد بأن تعبيرهم اللفظي المتسم بالغموض وعدم الدقة عن المفاهيم والمبادئ الرياضية هو تعبير ذو معنى حقيقى . **ثالثا** : يخدع بعض المدرسين انفسهم حين يعتقدون أن قوائم التعريفات ، وقواعد حل المسائل ، والخطوات المتمتع برهنة النظريات ذات معنى لطلابهم فالقدرة على تعريف التطابق والقدرة على برهنة ثلاث نظريات عن تطابق المثلثات لاتعنى بأى حال من الاحوال ان الطالب قد فهم التطابق او البرهان الهندسى بطريقة ذات معنى . حيث يمكن حفظ التعريفات والبراهين ككلمات متتابعة لامعنى لها . والمدرس الذى يصير دائما على أن يستخدم الطلاب نفس أسلوبه في تعريف مفهوم ما أو نفس خطواته في حل مسألة ، او نفس الاسباب والخطوات المتتابعة في برهنة نظرية ما ..

استراتيجيات التعلم اللفظي ذى المعنى

يرى أوزبيل أن كل مادة أكاديميه لها بنية تنظيميه مميزة ، مثلما أن كل فرد لديه بنيه معرفيه تميزه عن غيره . وهو هنا يرى تشابها في كل من بنيه معالجة ، المعلومات في كل من المادة التعليمية وفي العقل البشرى فمثلا تحتوى مادة الرياضيات والعقل البشرى على تنظيم هرمى للأفكار تشغل فيه الأفكار الأكثر شمولاً موضع القمه ثم تندرج تحتها الأفكار الأقل شمولية والشديدة التباين وحيث أن كل مادة تعليمية لها بنيتها الخاصة بها ، ففى رأى اوزبيل لايجب تدريس المواد معتمدين على مبدأ التكامل بينها بل يجب تدريس كل مادة بمفردها . وهو لا يوافق على التكامل بين المواد كان تدريس الاحياء والطبيعة والكيمياء فى مقرر واحد وأن توضع برامج متكاملة فى تدريس العلوم الرياضية فهو يرى أن البنيه هى أهم جزء فى المادة التعليمية ، وأن دمج مادتين معا وتدرسيها سوف يطمس معالم تلك البنيه ، أمام المتعلم . حيث ان كل من الهندسة ، والجبر ، والتحليل الرياضى كل له بنيته الخاصة ، فمن المؤكد أن أوزبيل لايعتقد فى أهمية البرامج الموحده التى تجمع بين تلك الفروع فى كتاب مدرسى واحد مثل سلسلة الكتب الموحده عن الرياضيات الحديثه التى ألفها هاورد فهدر Howard Fehe لطلبة المدارس الثانويه .

وبما أن أوزبيل يرى أن تدريس فروع المعرفه هى المهمة الكبرى للتربية فالشرطان التاليان يجب أن ينفذا : **أولاً** : تقدم المادة الدراسية للطلاب بحيث يتم ترسيخ بنيه الفرع المعرفى ضمن كل تنظيم معرفى للتلميذ ، وألا تمتص وتطمس كبنيه فريده وفى اعتقاد بروس جويس ومارشاوليل فى كتابهما « نماذج التدريس » (١٩٧٢) الرأى التالى :

أن اصرار أوزبيل على ترسيخ الأفكار الجديدة بدلاً من تكاملها وامتصاصها ينبع من اعتقاده أن التنظيم الهرمى للأفكار داخل كل فرع من فروع المعرفة يتسم بالقوة الشديدة وان على المعلم الاستخدام الأمثل لتلك الأفكار حينما يتمكن من ترسيخها داخل بنيته المعرفيه بدلا من تكاملها مع أفكاره السابقه أو عمل بنيات جديدة

اما الشرط الثانى : فيتعلق بجعل المادة ذات معنى للمتعلم ولضمان ذلك ، على المدرس مساعدة تلاميذه فى بناء رحلات بين بنياتهم المعرفية الخاصة وبنيه الفرع المعرفى الدراسى المراد تعلمه .

ويجب أن يرتبط كل مفهوم أو مبدأ جديد فى الفرع المعرفى الدراسى بالمفاهيم والمبادئ المرتبطة والمتعلمة سابقا والموجودة فى بنية المتعلم المعرفية .

وقد وضع اوزبيل مبدئين لتقديم محتوى المادة التعليمية وهما : التفاضل المتوالى Progressire Differentiat ، والتوفيق التكاملى . Ingraive Reconciliation . وفى كتابه سيكولوجية التعلم اللفظي ذى المعنى (١٩٦٣) يصف اوزبيل مبدأ التفاضل المتوالى كالتالى :

« تنظم المادة الدراسية بالنسبة للمبدأ التفاضل المتوالى حين تقدم أولا الافكار الأكثر عموميه وشمولا ، ثم بعد ذلك تهايز باطراد فى التفاصيل والتخصيص ... وبمعنى آخر

فنحن نفترض هنا أن تنظيم الفرد لمحتوى مادة معينة حيث تشغل المفاهيم الأكثر شهولا موضع القمة من البنية ، وتصنف تدريجيا لمفاهيم ومعلومات حقائقية أقل شمولية وشديدة التباين .

ويعنى مبدأ التوفيق التكاملي أن تتكامل وتتوافق المعلومات الجديدة عن الفرع المعرفى الدراسى مع المعلومات السابق تعلمها فى نفس هذا الفرع الدراسى .

ولذا يجب تنظيم المادة الدراسية بحيث يرتبط كل درس ارتباطا جيدا بالمادة السابق تعلمها . فيجب بناء التعلم الجديد وارتباطه بالتعلم السابق . وجدير بالذكر أن أوزيل يرى ضرورة أن يتكامل كل جزء من المادة الدراسية بالأجزاء الأخرى فى نفس الفرع ، بينما لا يحد على فكره تكامل بنيات فروع المواد الدراسية ، حيث أن مثل هذا التكامل يطمس البنية الفريدة لكل فرع دراسى .

ويقترح أوزيل استخدام منظمات الخبره المتغيره Avance Orgonizers كاستراتيجية للتدريس وذلك لتعزيز التعلم اللفظى ذى المعنى من خلال مبدأى التفاضل المتوالى ، والتوفيق التكاملى .

ومنظم الخبره المتقدم هو عرض تمهيدى (أو جملة) Statement أو مناقشة ، أو أى نشاط آخر يقدم المادة الجديدة عند مستوى من العمومية والشمولية والتجريد أعلى من المادة المتعلمه المتقدمه ويختار منظم الخبره لمناسبه فى شرح وتكامل المادة الجديدة وغرضه هو أن يزود المتعلم ببناء تصورى فيه تتكامل المادة الجديدة بما سبق تعلمه فى نفس الموضوع . ومنظمات الخبره المتقدمه تمهد الطريق للتعلم بالتلقى ذى المعنى ، كما توفر مدخلا لتعلم المفاهيم والمبادئ الجديدة مبنيا من القمه إلى القاع - فهو يوفر ركيزه لاحتواء المادة التعليمية الجديدة نظرا لشموليته وعموميته . ومنظمات الخبره ليست مخططا أو مراجعة أو ملخصات والتي عادة ما تقدم على نفس المستوى من التجريد والعمومية مثل المادة المراد تعلمها ، ولكنها مصنفات شاملة تعد الطلاب لتعلم ذى معنى لمواد جديده عن طريق مساعدتهم لتنظيم تركيبات معرفية مجردة داخل عقولهم .

إن الاغراض من منظم الخبره المتقدم كما ذكره أوزيل (١٩٦٨) فى كتابه : علم النفس التربوى . رأى معرفى هى :

من المحتمل أن ييسر قابلية الدمج والدوام المتعلمه بمعنى بثلاث طرق مختلفه أولا : تصيغ صراحة وتحرك المفاهيم الركيزه التى قد بنيت بالفعل فى البنية المعرفية للمتعلّم وتجهلهم جزءً من المصنّف . وعلى ذلك ليس فقط المادة المستخلصه تكون مألوفة أكثر وكامنة المعنى ، ولكن أكثر التصورات السابقه إرتباطا فى البنية المعرفية تنتقى أيضا ويستفاد منها بطريقة تكاملية . ثانيا : منظمات الخبره المقدمة عند مستوى مناسب من الشمول تمد بأفضل الركائز . ثالثا : استخدام منظمات الخبره

المتقدمة تستخلص كثير من التذکر الآلى التى يلدأ إليها الطلاب غالباً لأهمهم مطالبون بتعلم تفاصيل أنظمة غير مألوفه قبل أن تتاح لهم عدد من الأفكار المفتاحية الركيزة . ولما كانت مثل تلك الأفكار غير متاحة فى البنية المعرفية والتى يمكن ربط التفاصيل بها ربط غير تعسفى وجوهرى فأن المادة ، بزغم معناها المنطقى تفتقد المعنى الكامن .

التعلم والتعليم عند برونر

لقد كتب جيروم برونر كتابات مكثفه عن نظرية التعلم ، وعملية التدريس ، وفلسفة التربية ، وحيث أنه قد عدل رأيه عن طبيعة التدريس وفلسفته التربوية بين ١٩٦٠ ، ١٩٧٠ فإن أى إعتبار شامل لعمل برونر يجب أن يتضمن مقارنه لإتجاهاته المتغيره ففى أواخر الخمسينيات نظر برونر وكثير من رجال التربية الآخرين - خاصة هؤلاء الناس الذين بدؤا تطوير مناهج جديدة فى الرياضيات والعلوم - إلى بنية الأنظمة كعامل هام (وقد يكون أهم عامل) فى التربية . وعلى الأقل قد يكون غير صحيح القول بأن قضية المحتوى كانت تحتل الإهتمام الأكبر لكثير من المطورين للتغيرات المتعدده فى منهج الرياضيات . ويعكس كتاب برونر الذى لاقى تأييداً كبيراً - عملية التربية The Process of Education الذى كتب فى ١٩٥٩ - ١٩٦٠ - التفكير الحالى للمجتمع المثقف بالنسبة للتعليم الإبتدائى والثانوى . ويعتبر هذا الكتاب تركيب لمناقشات وآراء ومعتقدات ٣٤ رياضياً ، عالماً ، سيكلوجياً ، و تربوياً ، إنلقوا لمدة عشر أيام فى Woods Hole on Copcod لمناقشة طرق تحسين التعليم فى المدارس فى الولايات المتحدة .

وتمركزت مناقشاتهم حول أهمية تدريس تركيب الأنظمة ، والإستعداد للتعلم ، والتفكير البدهى والتحليلى ، والدافعية للتعلم . وقد نبعت المبادئ العامه التالية من مؤتمر Woods Hole

- ١- إن التعلم الفعلى تحت الحد الأعلى للشروط يقود الطلاب « ليتعلموا كيف يتعلمون » .
- ٢- إن أى موضوع من أى ملده يمكن تدريسه بأشكال (متميزه) ذكية وأمينه لأى طالب فى أى مرحلة من مراحل النمو العقلى .
- ٣- إن النشاط العقلى هو نفسه فى أى مكان ، سواء كان الشخص فى الصف الثالث أو باحث علمى .
- ٤- إن أفضل شكل للدافعية هو الميل والإهتمام بالماده .

كان يعتقد أن دراسة تركيب كل مادة من الأهمية بحيث صيغت أربعة أسباب لتدريس التركيب . أولاً : كان يعتقد أن فحص التركيب الرئيسى لماده يجعل الماده أكثر فهما للطلاب ثانياً : من أجل تذكر تفاصيل لماده ما يجب وضع التفاصيل فى تركيب نمطى . ثالثاً : إن الطريقة القصوى للارتقاء بالإنتقال من تعلم خاص إلى تطبيقات عامة للتعلم تكون من خلال فهم المفاهيم والمبادئ والتركيب

لكل مادة . رابعا : إذا دُرِّست التراكيب الأساسية للمواد مبكرا في المدارس ، فإن التخلف بين نتائج البحوث الحالية وما يدرس في المدارس سوف . يقل وكان يعتقد أن هذه المبادئ للتدريس والمجادلات الأكثر خصوصية عن تدريس التركيب تؤلف الأسس المنطقية لتغيرات المنهج التي كانت في الطريق عام ١٩٦٠ . ومع ذلك قيم برونر في مقاله « عملية التربية المنقحة » التي ظهرت عام ١٩٧١ في صحيفة Phi Dela Kappan الأفكار الرئيسية عن التربية التي كانت سائده من عشر سنوات سابقة ووجدها غير كافية .

وبالإشارة إلى الفكر التربوي عام ١٩٥٩ علق ناقد على هذا النوع من الفكر قائلا في عام ١٩٧١ أن الفكرة السائدة كانت إذا فهمت تركيب المعرفة فإن هذا الفهم قد يسمح لك أن تتقدم بمفردك للأمام ، إنك لا تحتاج أن تلمس عن قرب كل شيء في الطبيعة من أجل أن تعرف الطبيعة ، ولكن بفهم بعض المبادئ العميقة يمكنك إستكمال الحالات الخاصة عند الحاجة أن تعرف كانت استراتيجية مقتصدّة حيث يمكنك بواسطتها معرفة كم كبير عن كثير من الأشياء بينما تحتفظ بالقليل جداً في عقلك والحركة التي كانت عملية التربية جزء منها تأسست على الإيمان بأن التعلم هو ما يريد الطلاب عمله ، وما يريدون تحصيله من خبرة في بعض المواد الدراسية المعينة . ودافعيتهم كان مسلم بوجودها وقبلت أيضا الفرضية الضمنية بأن كل من جاء هذه المناهج في المدرسة قد إستفاد من المناهج الخفية للطبقة المتوسطة التي علمتهم المهارات وكيفية إجرائها بالطريقة العقلية التقليدية للعقل . والفشل في إختبار هذه الفرضية قد سبب لنا جميعا عدم السرور .

وفي نفس هذه المقالة Phi Dela Kappan ذكر برونر آرائه الأكثر حدائه عن منهج المدرسة كما يلي :-

إذا كان لي الخيار الآن بالنسبة لمشروع منهج للسبعينيات فربما تكون إيجاد الوسيلة التي يمكن بواسطتها رد المجتمع لشعوره بالقيم والأولويات في الحياة . وأعتقد أنني أكون راضيا لأعلن - إن لم يكن قراراً رسمياً - بعدم التأكيد على الأمور التي تتعلق بتركيب التاريخ ، وتركيب الفيزياء ، وطبيعته الإنساق الرياضى ، والتعامل معها في محتوى المشكلات التي تواجهنا . ومن الأفضل أن نهتم بكيفية حل هذه المشكلات ، ليس فقط عن طريق الأفعال العملية ، ولكن بوضع المعارف كيفما نجدها وبأى شكل نجدها عليه لكي تعمل في هذه المهام الضخمة .

نظرية برونر للتدريس

قدم برونر في كتابه نحو نظرية للتدريس Towards a Theory of Instruction وجهة نظره عن طبيعة النمو العقلي وناقش سته خصائص للنمو . وأعطى أيضا خاصيتين عامتين يعتقد أنهما تكونان الأساس لنظرية عامة للتدريس ، وناقش أربعة ملامح كبرى خاصة يعتقد أنها يجب أن تقدم في أى نظرية للتدريس .

خصائص النمو العقلي :

يتميز النمو العقلي وفقاً لبرونر بزيادة قدرة الشخص على فصل إستجاباته عن مثيرات مخصوصه وفورية . ونمو الناس من الناحية العقلية يجعلهم يتعلمون تأخير ، وإعادة تركيب إستجاباتهم والتحكم فيها بالنسبة لفئة معينه من المثيرات وربما يفهم الفرد ، ويتوقع ، إستجابة غضب غير مضبوطة من شخص في الصف السابع على شكل كلمات حاده نايه ، وأفعال جسميه غير مقبولة تجاه نقد معلمه . ومع ذلك فالشخص لا يتوقع ولا يخطر أن يشتم المعلم تلميذه أو يضربه كإستجابة لنقد التلميذ للمعلم . وأحد الأهداف العامة للتربيه هو مساعدة الطلاب ليتعلموا ضبط إستجاباتهم ، وعمل إستجابات مقبولة إجتماعياً لمثيرات متنوعه . وخصايه ثانيه للنمو العقلي هي القدرة على إدخال الأحداث الخارجيه في

التركيب العقلي المتوافق مع بيئه المتعلم والذي يساعد المتعلم على التعميم من أمثله خاصه . فالناس يتعلمون التنبؤ واستكمال البيانات عن طريق عمل تركيب لفئات من الأحداث ومن البيانات وبأحد المعاني فإن مجموع مقدرات شخص مالتوسيع وتطبيق ماتعلمه سابقا اكبر من مجموع الأنشطة التعليميه لهذا الشخص وتتطلب البرهنة على النظريات الرياضيه وحل المشكلات إلى حد ما البراهه والقدرة على الإبتكار لتعميم تعلم شيء معين .

والخاصية الثالثه للنمو العقلي هي زيادة القدرة لإستخدام الكلمات والرموز لتقديم أشياء تم إنجازها أو سوف تنجز في المستقبل ويسمح إستخدام الكلمات والرموز الرياضيه للناس بأن يذهبوا وراء التكيف البدهي والتجريب ، وإستخدام أشكال التفكير التحليل وأهميه الأنظمة الرمزيه للرياضيات قد تم توضيحه فعلا . فبدون المصطلحات الرمزيه لتطورت الرياضيات ببطيء شديد وكان لها تطبيقات محدوده لتمذجه المواقف الطبيعيه والعقلانيه .

والخاصية الرابعه للنمو العقلي هي أن النمو العقلي يعتمد على تفاعل منتظم مركب بين المتعلم والمعلم ، فمعلمون الطالب هم آخرون وآباء معلمون في المدارس أو أى شخص آخر إختيار تدريس المتعلم . ووفقا لكل من برونر وبياجيه فإن النمو العقلي يصبح متأخراً جداً إذا لم يكن للأطفال إتصالات متنوعه بالناس الآخرين . وهناك شيء لا يميل معلموا المدارس لفعله وهو استغلال الفدرات الوحيدة التي يمتلكها الطلاب لتدريس بعضهم البعض . ففى كثير من المناسبات يكون الطلاب لهم قدرة أفضل لتعلم المفاهيم عن طريق مناقشتها مع بعضهم البعض ، وتوضيحها لبعضهم البعض وذلك عن التدريس المكثف من المعلم .

والخاصية الخامسه للنمو لبرونر هي أن التعليم والتعلم يسهلان عن طريق اللغة وليست فقط اللغة التي يستخدمها المعلم ليوصل المعلومات للطلاب . ولكن اللغة ضرورية للتكوين الكامل لمعظم المفاهيم والمبادئ . وفي حجرة دراسة الرياضيات نجد أن أحد الطرق الأولية لبيان الطلاب لمعلوماتهم وفهمهم الأفكار الرياضيه هي إستخدام اللغة للتعبير عن مفهومهم للأفكار .

والخاصية السادسة هى أن النمو العقلى يُوضع عن طريق القدرة المتزايدة لمعالجة متغيرات متعددة و نفس الوقت . فالتاس الناضجون عقليا يمكنهم أن يأخذوا فى اعتبارهم بدائل متعددة فى نفس الوقت ، ويمكنهم الإنتباه لمطالب متعددة بل ومعارضة فى نفس الوقت وتأثير أعمال يياجية على تفكير برونر واضح فى صياغة برونر لخصائص النمو العقلى .

فأنت تتذكر أن أبحاث يياجية أظهرت أن الأطفال الصغار غير الناضجين عقليا قادرون فقط على التعامل شىء له خاصية واحدة فى الوقت نفسه .

ملاح نظرية للتدريس :

وفقا لبرونر فإن نظرية التدريس يجب أن تكون توصيفية ومعيارية وتكون نظرية التدريس توصيفية إذا أحتوت على مبادئ لأكثر خطوات التدريس والتعلم فعالية للحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم ، والمبادئ . أى أنه داخل النظرية توجد عمليات للتقويم موصفه وطرق لتحقيق أهداف التدريس وبالإضافة إلى هذا يجب أن تحتوى النظرية على عمليات للتقويم وتعديل إستراتيجيات التعلم والتعلم . ونظرية التدريس تكون « معيارية » إذا كانت تحتوى معايير عامه للتعلم وتنص على شروط تحقيق هذه المعايير . أى أن النظرية يجب أن تحتوى على أهداف عامة للتعلم أو غايات ، ويجب أن تحدد كيف تُحقق هذه الأهداف .

ويفرق برونر بين نظرية للتعلم ، ونظرية للنمو العقلى ، ونظرية للتدريس فنظريات التعلم وصفية ، وليست توصيفية . فنظرية التعلم هى وصف لما حدث ولما هو متوقع أن يحدث . فمثلا نظرية يياجية للنمو العقلى تصف المراحل التى يتقدم فيها النمو العقلى ، وتعرف على الأنشطة العقلية التى يستطيع أولا يستطيع الناس اجراءها فى كل مرحلة . ومع ذلك فنظرية يياجية لاتعطي توصيفا لإجراءات التدريس . ونظرية التدريس توصيفية ولها أهداف للتعلم . نظرية التعلم تصف الأنشطة العقلية التى يستطيع الأطفال اجراءها فى مراحل معينه ، ونظرية التدريس تعطى توصيفا كيف تعلم التلاميذ مقدرات معينة عندما يكونون مستعدين من الناحية العقلية لتعلمها . فعلى سبيل المثال تصف نظرية يياجية حقيقه أن الاطفال الصغار لايفهمون التناظر الأحادى ، ومع ذلك فنظرية التدريس قد تعطى توصيفا لطرق تدريس التناظر الأحادى للطلاب المستعدين من الناحية العقلية للتمكن من هذا المفهوم .

إن نظريات التعلم ونظريات التدريس هامة فى التريه ، وهم غير قابلين للإنفصال . فبينما الجهود الرئيسية لبحوث يياجية صممت لوصف طبيعه التعلم لم يكون غير مهم بنظريات التدريس . وكثير من اعمال برونر كُرس لتطوير نظريات التدريس ، ولكن هذه النظريات مرتبطة ومتسقة مع عناصر نظريات تعلم معينه .

ويعتقد برونر أن أى نظرية للتدريس يجب أن يكون لها أربعة ملاح كبرى توصف طبيعة العمليات التدريسية .

الملمح الأول انه يجب أن تخصص نظرية التدريس الخبرات التي تدفع أنواعا متعددة ، من الطلاب وتجعلهم يميلون للتعليم ، أى يتعلمون بصفة عامه ويتعلمون موضوعا خاصا مثل الرياضيات . ويجب أن تخصص النظرية تؤثر بيعة الطالب ومركزه الإجتماعى وطفولته المبكره ، وصورة ذاته وعوامل أخرى على إتجاهاته نحو التعلم والنزاع إلى التعلم هو مظهر هام لأى نظرية في التعلم .

ثانيا ، يجب أن تخصص النظرية الأسلوب الذى يجب أن تنظم به المعلومات العامه والأنظمة الخاصه وتوضع في تراكيب بحيث تكون جاهزه لكى يتعلمها أنواع مختلفة من الطلاب ويجب أن تنظم المعلومات قبل أن تقدم للطلاب بحيث ترتبط بخصائص المتعلمين وتحسد التركيب الخاص بالماده . ويعتقد برونر أن تركيب أى جسم من المعرفة يمكن وصفه بثلاث طرق : أسلوب عرضها ، وإقتصاديتها ، وقوتها ، وكل منها يتغير بتغير المتعلم والأنظمة .

ويمكن أن يكون أسلوب عرض الماده أما فته من الأمثلة أو صور للمفاهيم والمبادئ المختواه في جسم المعرفة ، أو مجموعة من الرموز والقضايا المنطقية مع قواعد تحويلها .

ويمكن أن يقدم مفهوم الداله لطلاب الصف السابع بطريقة مناسبة بواسطة فته من الأفعال مثل إضافة إلى فئة محده من الأعداد ، أو تقسيم كل مقياس في فته من المقاييس ، أو تحويل فته من المقاييس الفهرنبية إلى فته من التدريجات المثوية . ويمكن إعطاء طلاب السنة الثانية بالتعليم العالى أمثله عن الداله مثل فئات من الأزواج المرتبه للأشياء ، أو علاقات خطية مثل $v = 2x$ ، $v = \frac{x}{5}$ ، and $v = -x$ ، وكلها أمثله مناسبة للدوال لطلاب التعليم العالى .

وطلاب التعليم العالى الذين يدرسون رياضيات متقدمة يمكن أن يعطوا تمثيلا رمزيا لمفهوم الداله على شكل $v = f(x)$ هى داله في x إذا كان لكل عنصر a ينتمى للمجموعة X يوجد عنصر وحيد b ينتمى للمجموعة Y بحيث أن a يرسم إلى b وفقا لـ $b = f(a)$

والإقتصاد في تمثيل تركيب نظام هو كم المعلومات التى يجب تخزينها في الذاكرة لفهم عناصر النظام . فكلما قلت المعلومات التى يجب أن يتذكرها شخص ما من أجل فهم مفهوم ، أو مبدأ ، أو عملية في الرياضيات ، كان العرض إقتصاديا لهذه الفكره والخاصة أو الخطوات فأن تتذكر صيغه التحويل من قياس فهرنبية إلى قياس مئوى أكثر إقتصادية من تذكر جدول للتحويلات محده ويعتمد الإقتصاد في التمثيل على الطريقة التى تنظم بها المعلومات وتسلسل الأسلوب التى تقدم به للطلاب ، والشكل الوحيد لتعلم كل طالب .

وترتبط قوة تركيب جسم من المعلومات لكل متعلم بالتركيب العقل الذى يكون في تعلم

المعلومات وكفاية المتعلم في التنظيم وربط ، وتطبيق المعلومات التي تم تعلمها . والمتعلم أى وضع تعلم لمفاهيم رياضية كالزمرة ، والحلقة ، والحقل في تركيب بحيث يرى أنه لا توجد علاقة بين هذه الأفكار الرياضية الثلاثة يكون قد وضع هذه المفاهيم في تركيب عقلي بأسلوب غير قوى .

والمظهر الثالث نظرية برونر في التدريس أن النظرية يجب أن تخصص أكثر الطرق فاعلية لتتابع المادة وتقديمها للطلاب لتسهيل تعلمهم . ويعتقد دينيز أن المادة في الرياضيات يجب وضعها في تتابع بحيث يتعامل الطلاب مع تمثيلات ملموسة للمفاهيم على شكل ألعاب قبل تقدمهم إلى تمثيلات أكثر تجريداً . ويقترح تنظيم جانبيه التتابعي الهرمي لموضوعات الرياضيات أن معظم المادة يجب وضعها في تتابع باستخدام مدخل من القاع إلى القمة مع متطلبات سابقة ومادة بسيطة تقدم أولاً . وعلى عكس تتابعية جانبيه للمادة يقترح أوزبل مدخلا من القمة إلى القاع يبدأ بمنظم خبره متقدم ليصنف مادة من مرتبه أدنى ويمد بتركيب عقلي ركيزي . إن مشكلة تتابعية المادة في الرياضيات معقدة جداً وترتبط إرتباطاً وثيقاً بخصائص التعلم الفردي لكل طالب .

والملمح الرابع لنظرية برونر للتدريس هو أن النظرية يجب أن تخصص ، وتتقى ، وتضع في تتابع الثواب والعقاب في تدريس وتعلم نظام ما . وقد يتطلب بعض التلاميذ المعينين وخاصة الأصغر ثواب فوري مصدره المعلم مثل المدح والدرجات بينما قد يتعلم التلاميذ الأكبر بفاعلية أكثر عندما يكون الثواب داخلي مثل الرضا الذات ، والسرور من تعلم مهارة جديدة . وبعض طلاب التعليم العالي ينظرون إلى الدرجات والمكافآت المدرسية كأشياء مصطنعة وليس لها معنى كبير ، ومعنى ذلك فإن الطلاب الآخرين تثار دافعيتهم من خلال رغبتهم للحصول على درجات عالية ورضا المعلم .

وتقترح هذه الملامح الاربعه لنظرية في التدريس (تسمى ميلا إلى التعليم ، وتركيب المعلومات ، تتابع وتمثيل المادة ، وتقويم الثواب والتدعيم) الأنشطة المناظره التي يجب أن ينشغل بها معلم الرياضيات عندما يعد لتدريس مقررات ، ووحدات ، وموضوعات ، ودروس في الرياضيات . وإثارة الدافعية عند الطلاب لتعلم الرياضيات - عندما يكونون خارج الضبط الشامل للمعلم - عادة هي مسئولية المعلم . ووضع المعلومات في تركيبات ، وتتابع الموضوعات في الرياضيات قد تم إنجازها من أجل المعلمين بواسطة مؤلفي كتب الرياضيات . ومع ذلك فكثير من المعلمين المتبصرين يجدون أنه يمكن تحسين تعلم الطلاب بإعادة حكيمة لتتابعية موضوعات الكتاب وابتقاء موضوعات إضافية ، وحتى بتغيير الكتب . والنظام الأولى للثواب الخارجي (العيني) في المدارس هو نظام الدرجات ، وبالرغم من أن كثيرا من المعلمين الجيدين يشجع الطلاب لتعلم الرياضيات بتطوير أنشطة التعلم التي تمد بثواب داخلي مثل الرضا في العمل المؤدى بطريقه جيده ، والتقدير لطبيعة وتركيب الرياضيات كمنشأط عقلي مثير .

نظريات على تعلم الرياضيات

من أجل التعرف على العوامل المتضمنة في تعليم وتعلم الرياضيات لاحظ برونر وزملاؤه عدداً كبيراً من فصول الرياضيات ، وأجروا تجارب على تعليم وتعلم الرياضيات .

وكنتيجة لهذه الملاحظات والتجارب كوّن برونر وكيني Kenney (أبريل ١٩٦٣) أربع « نظريات » عامه عن تعلم الرياضيات وأطلقوا عليها نظرية البناء ، ونظرية المصطلحات ونظرية التباين والاختلاف ، والنظرية الإرتباطية .

نظرية البناء : Construction Theory

تنص نظرية البناء على أحسن طريقة للطلاب كى يبدأ في تعلم مفهوم رياضى ، أو مبدأ أو قاعدة هو أن يبنى تمثيلاً لها . فالطلاب الأكبر يكونون قادرين على أستيعاب فكره رياضيه بتحليل تمثيل قدمه لهم المعلم ، ومع ذلك يعتقد برونر أن معظم الطلاب ، وخاصة الطلاب الأصغر ، يجب أن يبنوا تمثيلاتهم الخاصة للأفكار . ويعتقد أيضاً أنه من الأفضل للطلاب أن يبدأوا بتمثيلات ملموسة تكوّن يدويا . وإذا ما سمح للطلاب للمساعدة في تكوين وبناء قواعد في الرياضيات فسوف يكونون أكثر ميلاً لتذكر القواعد وتطبيقها بطريقة صحيحة في مواقف مناسبة وقد وجد برونر أن إعطاء الطلاب قواعد رياضيه جاهزة (في صورتها النهائية) يقلل من الدافعية للتعلم ويسبب الارتباك لكثير من الطلاب .

وعند المراحل الأولى من تعلم المفاهيم يبدو الفهم معتمدا على أنشطة ملموسة يجربها الطلاب وهم يبنون تمثيلات لكل مفهوم .

نظرية المصطلحات (التدوين الرمزي) : Notation Theorem

تنص نظرية المصطلحات أن الأبنية والتمثيلات المبكرة يمكن تبسيطها من الناحية المعرفية ويمكن أن تفهم الطلاب بطريقة أفضل إذا كانت تحتوى على مصطلحات تناسب مستويات النمو العقلى للطلاب . والأنظمة الفعالة للمصطلحات في الرياضيات تجعل أمتداد (توسيع) المبادئ وإبتكار مبادئ جديدة ممكنا . وحتى صيغت أنظمة فعالة للمصطلحات لتمثيل المعادلات كان نمو طرق عامه لحل معادلات كثيرات الحدود ، وأنظمة المعادلات الخطية يتقدم ببطء شديد . ويجب أن يكون للطلاب قول في إبتكار وإعتقاد المصطلحات التى تمثل الأفكار الرياضيه ويجب إستخدام مصطلحات أبسط وأكثر وضوحا عند تعليم المفاهيم للطلاب الأصغر . وحيث إن طالب الصف السابع والصف الثامن قد تعلم لتوه إستخدام الأقواس كرموز للتجميع في التمثيلات الحسائية مثل $(٣ + ٢) + (٧ - ٥) = (٤ - ٧)$ فإنهم غير مستعدين لإستخدام المصطلح ص = د (س) $[y = f(x)]$ لتمثيل المفهوم الرياضى للدالة .

والطريق الأفضل بالنسبة لطلاب هذين الصنفين تمثيل الدالة هي إستخدام مصطلح مثل $\square = 3 + \Delta 2$ حيث Δ تدل على إعداد طبيعية .

ويستطيع الطلاب المبتدئون في دراسة الجبر فهم وتطبيق تمثيلات مثل $y = 2x + 3$ $2 = 3 + 2x$ للداله . ويستخدم الطلاب الذين يدرسون مقررات جبر متقدمه $y = f(x)$ تمثيل للداله . وهذا المدخل التابعى لبناء نظام إصطلاحات في الرياضيات هو تمثيل للمدخل الخلزوني للتعلم . والتدريس والتعلم الخلزوني هو مدخل تقدم بواسطته كل فكرة رياضية بأسلوب بدهى وتقدم بإستخدام أشكال مصطلحات مألوقة وملموسة . وشهر بعد آخر أو سنة بعد أخرى مع فضوح الطلاب من الناحية العقلية ، تقدم المفاهيم بمستويات عالية من التجريد بإستخدام تمثيلات إصطلاحية أقل ألفه والتي تعتبر أكثر قوة لنمو الرياضيات .

نظرية التباين والإختلاف : Contrast and Variation Theorem

تنص نظرية برونر للتباين والإختلاف أن خطوات الإنتقال من تمثيلات ملموسة للمفاهيم إلى تمثيلات أكثر تجريداً تحتوى على عمليات تباين وإختلاف .

أن معظم المفاهيم الرياضية لها معنى قليل للطلاب حتى يتباينوا مع مفاهيم أخرى . فمعنى الأقواس ، وأنصاف الأقطار ، والأقطار ، والأوتار ، للدوائر تصبح لها معنى أكثر عندما تتباين مع بعضها البعض . وفي الحقيقة تعرّف العديد من المفاهيم الرياضيه وفقاً لخصائصها المتباينة . وتعرّف الأعداد الأولية على أنها ليست وحدات ولا أعداد مؤلفه ، وتعرف الأعداد غير القياسيه على أنها الأعداد التي ليست قياسية . ومن أجل أن يتم فهم أى مفهوم أو مبدأ جديد فهما كاملا فمن الضروري أن تقدم أفكاره المتباينه وتأخذ في الإعتبار وتعتبر التباين من اكثر الطرق فائده .

لمساعدة الطلاب على فهم بديهي لموضوع رياضى ، ولمساعدتهم في التقدم إلى تمثيلات أكثر تجريدا لكل موضوع . وإذا كان على الطلاب أن يتعلموا مفاهيم عامه في الرياضيات يجب تقديم كل مفهوم جديد بأمثلة متنوعة لهذا المفهوم . وإذا لم يحدث هذا فإن تعلم مفهوم عام سيظل ملتصقا بتمثيلات خاصه عند تعلمه . وهناك حالات في المدرسة الابتدائية حيث تعلم الطلاب مفهوم المجموعة من خلال أمثلة عن المجموعات قدمت كلها في الكتاب وعن طريق المعلم محصوره بين قوسين أى [] وبالتالي فالطلاب الذين يرون مجموعات من الأشياء مثل $\square \circ \square \Delta$ قد لايتعرفون على هذا التجمع كمجموعة لأن هذه الأشياء ليست محصوره بين قوسين . فمن الضروري عند تدريس الرياضيات أن تغطى أمثلة متعددة ومختلفة لكل مفهوم حتى يتعلم الطلاب أن كل تركيب رياضى عام مجرد مختلف تماما عن تمثيلات أكثر خصوصية وملموسة أكثر من هذا التركيب .

النظرية الارتباطية : Connectirty Theorem

يمكن وضع نص النظرية الارتباطية كما يلي : إن كل مفهوم ، ومبدأ ، ومهارة في الرياضيات يرتبط بمفاهيم ، أو مبادئ أو مهارات أخرى . وتسمح تركيبات الترابطات بين العناصر في كل فرع للرياضيات باستخدام التحليل والتركيب الإستدلالي ، وكذلك القفزات البديهية في الفكر الرياضي . والنتيجة هي تطور وتقدم الرياضيات . وأحد أهم الأنشطة للرياضيين هو البحث عن الإرتباطات والعلاقات بين التراكيب الرياضية وعند تدريس الرياضيات ليس فقط من المهم أن يساعد المعلم طلابه على ملاحظة التباين والإختلاف بين التركيبات الرياضية ، ولكن الطلاب يحتاجون أيضا أن يكونوا على وعى بالإرتباطات بين التركيبات وتطور جانبيه للتدريجات الهرمية للتعلم لبناء تدريس المحتوى الرياضي يتضمن البحث عن الإرتباطات في الرياضيات . إن التركيب الرياضي يركز ويُسّط ، ويكون تعلم الرياضيات أسهل عن طريق تعريف إرتباطات مثل التناظرات الأحادية والايسومورفيزم وفي الحقيقة قد حاولت مناهج الرياضيات المعاصرة توضيح الإرتباطات داخل كل فرع من فروع الرياضيات ، والإرتباطات بين فروع مختلفة مثل الجبر ، والهندسة ، والتحليل . والإرتباطات ليس هامة لتقدم الرياضيات ، ولكن الوعى بهذه الإرتباطات هام في تعلم الرياضيات . وحيث إن موضوعات قليلة جداً في الرياضيات توجد منفصلة عن جميع موضوعات الرياضيات ، فإن الارتباطات بين الموضوعات يجب أن يُوضح ويُفهم إذا ما أريد الوصول إلى تعلم متقدم مقدر ذي معنى للطلاب .

تطبيقات على أعمال برونر

إن أعمال برونر ، السابقه ، وكتاباتة الحديثة ، مرتبطة وذات فائدة لمعلمي وطلاب الرياضيات . وآرائه بالنسبة للتعلم عن طريق الاستبصار ، والاكتشاف من أجل تعلم ذو معنى يمد معلمى الرياضيات بتباين متوازن للمدخل التركيبي للعرض الخاص بالتعليم والتعلم الذى حسنه أوزبل . وفي خاتمة مناقشتنا عن إسهامات برونر في تعليم الرياضيات ، سوف نأخذ في الإعتبار توضيحا لُنرى كيف يمكن تطبيق نظرياته الاربعة للتعلم وتعليم الرياضيات على موضوع النهايات في الرياضيات .

إن التفاضل موضوع صعب كثير من الطلاب ، وبعض ممن أتم دراسة المقررات العليا للتفاضل يتذكرون القواعد وأنواع المشكلات ويفهمون فهما قليلا لطبيعة المفاهيم الخاصة بالماده . إن إبتكار التفاضل قد جاء نتيجة الدافع من الحاجة لتكنيكات رياضية لمعالجة العمليات المستمرة في الطبيعة ، مثل حركة الأجسام في عالمنا . وبينما مفاهيم ومهارات الجبر مرضية تماما للتعامل مع العمليات غير المرتبطة المحدودة ، نجد أن مفهوم النهاية يحتاج إليه لمواجهة العمليات المستمرة وغير المحدودة في الطبيعة والتي تُدرّس الآن في التفاضل والمواد المرتبطة . إن المفهوم الرئيسى للتفاضل ، وللنهايات هو أيضا مصدر رئيسى لصعوبات كثيره في التعلم وفي تطبيق الموضوع . وفي كل مكان من المدرسه ،

وحتى آتى تدريس انتفاضل ، قيل القليل عن التفاضل برغم حقيقة أن مفهوم النهاية ضرورى لأى إعتبار جاد للعمليات المتصلة الطبيعية .

وفى كل عام فى المدرسة وفى كل صف من السابع وما بعده ، تقترح نظريات برونر للبناء ، والتدوين والتباين والاختلاف ، والارتباط خطوات حلزونية فى تعليم وتعلم المفهوم الرياضى شديد الأهمية النهاية . ويجب ملاحظة أنه لم يقصد أن تكون نظريات برونر الأربع خطوات متتابعة زمنيا فى عملية التعليم/ التعلم . وقد يكون من المناسب عند تدريس موضوعات رياضية مختلفة تطبيق نظريات المتنوعة آنيا ، أو تستخدم فى تتابعات متنوعة تعتمد على خصائص طلابك ، وطبيعته الموضوع الرياضى الذى يدرّس . وبالتالي بالرغم من أن المناقشة التالية للنهايات قد أسست على نظريات برونر . إلا أنها ليست منظمة كأربع عمليات فى تناظر أحادى مع الأربع نظريات . ويمكن تقديم مفهوم النهاية لطلاب الصف السابع من خلال مناقشة بديهية لتمثيلات من النهايات مثل متتابعة الاعداد :

$$(أ) \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4} \text{ التى تصل إلى } 1$$

$$(ب) 1, 2, 3, 2, 1, 2, 3, 2, 1, \dots \text{ « التى ترتد دائريا » .}$$

$$(ج) 1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots \text{ « التى تكبر بإستمرار » .}$$

تعتبر الأمثلة المتنوعة التالية مناسبة لمناقشة الهندسة فى الصف السابع .

$$(د) \dots \triangle, \square, \text{ إلى الدائرة .}$$

$$(هـ) \dots \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \dots \text{ إلى النقطة .}$$

وتحتوى معظم التمثيلات المجرد لطلاب الصف السابع أو الثامن على مجموع متتابعات غير محددة كالمتتابعات :

$$(و) \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \dots \text{ ومجموعها يتجه نحو الواحد .}$$

$$(ز) 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \text{ التى تزداد دون حدود .}$$

ومع ذلك فقد نحتاج إلى كمبيوتر لإقناع طلاب الصف السابع بهذه الحقيقة .

وفيما بعد ، فى حجرة دراسة الجبر ، يمكن للطلاب إعتبار تمثيلات اكثر تجريداً للنهايات مثل :

$$(ح) s, s^2, s^3, \dots [x, x^2, x] \text{ بحيث } s = 1 \text{ أو } -1, -1 < s < 1, s > 1,$$

$$|s| = 1 [x = 1 \text{ or } -1, -1 < x < 1, \text{ or } |x| > 1]$$

$$(ط) \quad \lim_{r \rightarrow 1} \frac{1}{r-1} = \infty \quad \text{حيث } r > 1, \quad \text{حيث } [r^2 < 1] \quad \text{حيث } [s]$$

مجموع المتوالية الهندسية ، أ [a] الحد الأول ، س [r] الأساس .

وفي حجرة دراسة الهندسة يمكن تقديم مفهوم النهاية بمتابعة من الأشكال الهندسية مماثلة للأشكال في S ، (هـ) أو المتابعة :

$$(ك) \quad 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{81} - \frac{1}{243} + \dots \quad \text{التي تتقارب إلى } \frac{\pi}{4} \quad \text{حيث } \left[\frac{\pi}{4} \right]$$

وفي حجرة دراسة حساب المثلثات ، قد يكون من المناسب مناقشة المتواليات التالية التي تقترب من قيم الدوال المثلثية :

$$(ل) \quad \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad \text{التي تتقارب}$$

من جاس [sin x] لجميع قيم س [x]

$$(م) \quad \tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad \text{التي تتقارب من ظا}^{-1}$$

لكل س $|x| < 1$ ، [tan⁻¹x]

وفي مقرر متقدم للرياضيات مثل التحليل قد تكون المتابعات التالية مناسبة لكي يأخذها الطلاب في اعتبارهم :

$$(ن) \quad 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots \quad \text{التي تتقارب من هـ } [e]$$

$$(ف) \quad (1-s) - \frac{1}{2}(1-s)^2 + \frac{1}{3}(1-s)^3 - \frac{1}{4}(1-s)^4 + \dots$$

$$\text{التي تتقارب من لورس } [\log_e x] \quad \text{لكل } 0 < x < 2$$

$$\text{لكل } s > 0 \quad \text{حيث } [\log_e x]$$

وفي مقرر متقدم للرياضيات تكون المصطلحات التالية مناسبة للطلاب كي يستخدمونها بحيث يمكنهم فهم وتفسير هذا النوع من الإصطلاح الرمزي .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1, \quad \text{حيث } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}} = 1, \quad \text{and} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$$

وبالطبع في التفاضل ، نهايات مثل القيمة المحدودة لمتابعة من الخطوط القاطعة من نقطة على منحني ، التي تمثل مفهوم مشتقة ، ومجموعات المستطيلات المتوالية المحدده بمنحني التي تمثل مفهوماً من التكامل تعتبر تمثيلات مناسبة لمفهوم النهاية .

ويتعامل الطلاب الذين يدرسون مقرر رياضيات أكثر تقدما مثل التحليل الحقيقي مع تمثيلات وأنظمة مصطلحات لنهايات المتتابعات والدوال ونهايات مجموع متواليات الدوال .

وبرغم ذلك تحتوي هذه الأمثلة على فئة من التمثيلات ولا يوجد بها تخصيصات لاستراتيجيات التدريس وأنشطة التعلم ، ويمكن ملاحظة أن نظريات برونر الأربعة لتدريس الرياضيات ممثلة في تتابع من الأمثلة بصرف النظر عن إستراتيجيات التعليم/ التعلم المخصوصه التي قد يختارها المعلم لكي يستخدمها . لقد أعطيت سابقا أمثلة متنوعة ملموسة ومجردة عن مفهوم النهاية ، وأصبح المصطلح أكثر تجديداً ورمزية كالأمثلة من الصف السابع إلى مستوى الكلية . وتنوع الأمثلة بدرجة كافية حتى أن مفهوم النهاية قد تحرر من أي نوع معين من التمثيلات أو أي موضوع في الرياضيات ، فقد إرتبط مفهوم النهاية بمفاهيم من الجبر ، والهندسة ، وحساب المثلثات ، والرياضيات العليا . وقد يكون من الضروري عند تدريس مفهوم النهاية تشجيع الطلاب لبناء تمثيلاتهم عن النهايات ، وتقديمها لبعضهم البعض ، ومناقشة الاختلافات والتشابهات بين التجديدات المتنوعة للمفهوم .

التعليم والتعلم عند سكينر

كون الفلاسفة وعلماء النفس بدائل لوجهات نظر عن طبيعة الكائن البشري وناقشوها لسنوات عديدة . ويوجد الان نموذجان مقبولان بصفه عامة عن الأفعال البشرية . النموذج السلوكي ، والنموذج الظاهر يأتي . فاولئك الفلاسفة وعلماء النفس الذين يؤيدون وجهه النظر السلوكية يرون الناس كمخلوقات سلبية محكومين بصفة أولية بمثيرات من بيئتهم . ويعتقد المؤيدون للنموذج السلوكي للطبيعة البشرية أن سلوك الناس يمكن ضبطه عن طريق الضبط الفعلي لبيئتهم ، وأن الطرق العلمية مناسبة لدراسة السلوك البشري .

وتقترح وجهه النظر الظاهريية أن الناس محكومون بالوراثة وبصفة أولية بأفعالهم . وينظر إلى الناس على أنهم أحرار في إختياراتهم وضبط سلوكهم . والفيلسوف أو عالم النفس الذي يتفق مع النموذج الظاهر يأتي للجنس البشري قد يركز الدراسة للسلوك البشري على شعور الانسان ، ووعيه ، والتعبير عن الذات .

وبالرغم من أن وجهتي النظر هاتين عن السلوك البشري تتبعان من فلسفات متباينة ، إلا أن هناك بينهما عناصر مشتركة : فربما أن السلوك البشري - على التناقض - قابلا وغير قابل للدراسة العلمية . ربما أن معظم السلوك البشري موضوع لقوانين معينه مثبتة للوقت الحاضر ، ولكنها تتغير خلال عملية تطورية كلما حصلت الانسانية على بيانات ومعلومات جديده عن نفسها . وقد طور

مكل من ميلهولان F. Millhollan وفوريشا B. Farisha سنة ١٩٧٢ فى كتابهما From Skinner to Rogers هذه النماذج المتباينة للسلوك البشرى بتوضيح التباين بين مدخلين لعاملين من علماء النفس هماسكنر وروجرز عن السلوك البشرى والتربية .

وفى هذا الجزء سوف ندرس المدخل العلمى السلوكى للتعليم والتعلم الذى قام سكنر بوصفه والبعث فيه . وينظر إلى سكنر على أنه ممن له اكبر تأثير من علماء النفس المعاصرين . فقد أعطى عمله الأساس لكثير من التعليم المبرمج ، وحقائب التعليم الفردى وبعض أنظمة التعليم بالكمبيوتر . وكان لعمل سكنر تأثيرا هاما على المجتمع بصفة عامة وذلك من خلال تطويره وترقيته الاستراتيجيات الفعالة ذات الكفاية لتعديل السلوك البشرى . وأحد إسهامات سكنر الكبرى للتربية هو تحليله التجريبي العلمى للسلوك ، والذى له تضمينات هامة للتعليم والتعلم . وفى الحقيقة فإن وفقا لميلهولان ، وفوشيا (١٩٧٢) :

إن واحداً من أهم الوظائف المؤثرة بالنسبة لطبيعة علم النفس ، وكيفية تطبيقها على التربية ممثلة بأعمال سكنر . وربما يقدم نظام سكنر أكثر العبارات كإلا ونظامية عن الوظيفة الارتباطية السلوكية البيئية المحددة فى علم النفس اليوم . (ص ٤٤) بينها يهتم بياجيه ، وجيلفورد ، وأوزبل بنمو العقل ، أو بالطريقة التى يستقبل بها العقل المعلومات وتضعها فى تركيبات (أى ، ما يحدث داخل العقل) ، نجد أن سكنر يعتقد أن دراسة التعليم والتعلم يعتمد بصفة أولية على السلوك الملاحظ للمعلم والطلاب وحيث أن الطريقة العلمية لاقت نجاحا فى تقدم المعرفة فى العلوم الطبيعية ، فإن سكنر يعتقد أن المدخل العلمى يمكن إستخدامه بمثل درجة الجوده لدراسه العلوم الإجتماعية . وقد فسر ميلهولاند وفوشيا أفكار سكنر فى هذا الصدد كما يلى : -

يعتقد سكنر أن طرق العلم يجب تطبيقها على مجال العلوم الإجتماعية .

وهو يؤكد أن خطة علمية يحتاج إليها للإرتقاء بالإنسان والمجتمع فلا يمكننا إتخاذ قرارات حكيمة إذا إستمر بنا فى التظاهر بأنا غير مضبوطين .

وكما يشير سكنر ، بأن إمكانية ضبط السلوك تعتبر مهنيه بالنسبة لكثير من الناس فلقد نظرنا إلى الفرد كعميل حر يحدث سلوكه بقوة التغيرات الداخلية التلقائية ونحن نهمل على مضد « الرغبة » الداخلية التى تجعل التنبؤ بالسلوك وضبطه ممكنا .

ويشير سكنر أن المفهوم العلمى للسلوك الإنسانى يميل لتدريب واحد ، وفلسفة الحرية الشخصية . وإلى أن تتبنى وجهة نظر متمسقة نميل أن نبقى غير فعالين فى حل مشكلاتنا الإجتماعية . ويستلزم المفهوم العلمى قبول فرضية بالقدره على إتخاذ القرار ، والإعتقاد بأن السلوك له سبب ، وأن السلوك الذى يظهر هو واحد فقط مما كان يمكن ظهوره .

أنواع السلوك والتعلم

وفقا لسكنر فإن تقريبا كل السلوك البشري يقع تحت بندين هما : السلوك الاستجابى والسلوك الاجرائى . والسلوك الاستجابى هو سلوك غير تطوعى (إنعكاس) وينتج عن مثيرات خاصة في البيئة . ومن أجل أن يحدث السلوك الإستجابى فإنه يجب أولا أن يطبق مثير على كائن حى . فالمثير الذى يتمثل في طيران حشرة تجاه عينك سوف يجعلك تفتح عينك وتغمضها بسرعة ، وحادثه منجولة قد تسبب إحمرار وجهك ، ووميصن الضوء تظهر نتيجة في فتح وغلق عينيك فالقليل فقط من سلوكك هو سلوك إستجابى .

إن معظم سلوكنا هو سلوك الأجرأى ، فهو ليس آلى يُنبأ به ، ولا يرتبط بأى أسلوب معروف مثيرات من السهل التعرف عليها . ويعتقد سكنر أن سلوكيات معينة تحدث ، وحتى إذا كانت سببة بمثيرات خاصة (يصعب التعرف عليها) فإن هذه المثيرات غير ذات صلة دراسة السلوك . نصف كلمة « اجرائى » فقه كامله من الأمثلة السلوكيات التى تؤثر على البيئة لتولد أحداثا أو نتائج داخل البيعة . فإذا كانت هذه الأحداث أو الإستجابات مرضية ، فإن إحتمال تكرار سلوك المؤثر يتراد عاده .

كل من السلوك الإستجابى ، والسلوك الاجرائى يمكن تدريسها وتعلمها . ويتطلب تعليم وتعلم سلوك الاستجابى تقديم المثيرات التى سوف تسبب حدوث السلوك المرغوب ، بينما يتم تعلم سلوك الاجرائى من خلال تدعيم مناسب (إما إيجابى أو سلبى) يعطى مباشرة أو بعد فترة قصيرة الحدوث التلقائى للسلوك الإجرأى ويزيد التعزيز المباشر للشخص عقب حدوث السلوك ب من إحتمال إعادته هذا الشخص للسلوك . وإذا كان التدعيم عقابا فنأمل أن يتعلم الفرد نام عن السلوك غير المرغوب فيه الذى سبب العقاب .

خصص سكنر لكل نوع من السلوك ، السلوك الاستجابى والسلوك الاجزأى ، نوعا من ، هى إستراتيجية تعليم/ تعلم عامه تسهل تعلم السلوك المرغوب . والإستجابة الشرطية للتعليم الإستجابى (التى تشبه ماأطلق عليه جانييه بالتعلم الإشارى) تنتج عندما يقدم مثير مع مثير قديم يظهر الإستجابة المتوقعة .

عدد متغير من الربط في أزواج ، سوف يظهر المثير الجديد الإستجابة بدون ربطه في زوج القديم . والمثال التقليدى للإستجابة الشرطية معطى في أعمال عالم النفس الروسى أيفان إيفانوف Ivan Powlow . فكلاب بافلوف المتأثرة بشروط في معمله يسيل لعبها عند سماع صوت مند أول صوت للإيقاع يقدم طعاماً في نفس الوقت للكلاب . وبعد فتره من وضع تقديم صوت الإيقاع في زوج سال لعاب الكلاب عند سماع الإيقاع حتى عندما لم يقدم لهم صوت الإيقاع .

وكما ذكر سكتنر فإن الإشتراط الإجرائى يمكن إستخدامه للإرتقاء بالتعلم الإجرائى فالإشتراط الإجرائى للتعليم الإجرائى مضبوط بمثير يعقب السلوك . هذا المثير الذى يقدم عقب الاستجابة يطلق عليه عادة التدعيم أو التعزيز . ويمكن أن تكون تدعيم إيجابى أو سلبى مادام كل من التدعيم الإيجابى أو السلبى يمكن استخدامها ليزيدا من إحتالية تكرر السلوك . وكمثال للإشتراط الإجرائى والتعلم الإجرائى إفترض أن تلميذ يجلس بمعزل عن الفصل لئجله وهدونه ، وعدم إستجابته فى حجره الدراسة . والحوار التالى يمكن أن يحدث بين المعلم والتلميذ :

(١) المعلم : ماذا تعنى a^4 ؟

المعلم : لا يجيب .
المعلم : حسنا أيها الطلاب ، لا بد أن سعد قد نسى كيف يتكلم (ضحك مرتفع من الفصل ، ويحمر وجه سعد خجلا)

أو

(٢) المعلم : ماذا تعنى a^4 ؟

المعلم : تعنى $a \times a \times a \times a$ أى a أربع عوامل من a .
المعلم : حسنا جدا يا سعد من الواضح أنك قرأت الواجب وفهمت معنى الأسس شكراً لك . (يستدير العديد من الطلاب وينظرون إلى سعد نظرة الاتفا

والآن أى نوع من التعلم الإجرائى يمكن أن يأخذ مكانه فى سعد كنتيجة لسلسله من الأحداث تستمر لمدة شهرين بين سعد ومعلمه بحيث كل الأحداث كانت تشبه الموقف (١) ، أو بحيث الأحداث تشبه الموقف (٢) . من الواضح أن الموقف (١) سوف ينتج عنه منتج سلبى عند سعد فى هذا الموقف أى من سلوكيات سعد تميل لأن تحدث ؟ ربما كان المعلم يأمل أن يميل للإجابة على الاسئلة . ومع ذلك ربما خجل سعد وإحراجه قد سببا له كراهية أكبر السلبية للمعلم كان لها أثرا غير مرغوب على سعد ، ووضعت شروطا على سعد ليظهر « سلوك مرغوب فيه » بعدم الإجابة على الاسئلة .

وسلسلة الأحداث المشابهه للموقف (٢) حيث قدم المعلم والفصل مثيرا موجبا لسعد سلوكه ، قد يحس إتجاه سعد نحو حصه الرياضيات ، ويقلل من خجله وتجعله يتطوع للإجابة .
الفصل - وكلها سلوكيات « مرغوبة »

كل من هذين الموقفين مثال للإشتراط الإجرائى الناتج عن التعلم الإجرائى ففى الحاله الأولى التعلم الإجرائى غير مرغوب ، وفى الحاله الثانية كان مرغوب فيه لاحظ أنه فى كل من مو

الإجرائى أتى المثير (رد فعل المعلم والطلاب على إستجابة سعد أو نقص الاستجابة) بعد سلوك سعد (فعل سعد فى الإجابة على سؤال المعلم)

دعنا نكرر الفرق بين الإستجابة الشرطية ، والإشتراط الإجرائى . الإستجابة الشرطية يكون نتيجتها أن المتعلم يصبح سلوكه مشروطا بأن يظهر سلوكا معينه كاستجابة على مثير خاص . إما فى الإشرط الإجرائى فإن مثيرا جديدا يقدم مع المثير القديم الذى يسبب رد فعل إنعكاسى . فبعد سلسلة من التقديم الآنى لمثيرين ، يعطى المتعلم نفس رد الفعل للمثير الجديد (فى غياب المثير القديم) والذى كان قد أعطى استجابة للمثير القديم بمفرده . وفى التعلم الإستجائى يستجيب المتعلم لمثيرات البيئة

فى الإشرط الإجرائى تكون الإستجابات غير المتوقعة للمتعلم متبوعة بمثير ما ويأمل أن المثير إما يساعد على قمع الإستجابة إذا كانت غير مرغوبة ، أو يزيد من تماثل الإستجابة إذا كانت مرغوبة . التعلم الإستجائى هو تعلم علاقة بين المثير والاستجابة ، بينما التعلم الإجرائى هو تعلم علاقة بين إستجابة ومثير .

وفى التعلم الاستجائى يستجيب المتعلم لمثيرات البيئة ، بينما فى التعلم الإجرائى يؤثر المتعلم على بيئة وتدعم إجراءاته من خلال مثيرات مناسبة ، أو تغيرات فى البيئة كنتيجة لأفعاله .

الإرتقاء بالتعلم وتغيير السلوك

التدعيم (التعزيز) : Reinforcement

إن المدعمات التى تحدث أو المثيرات التى تعقب إستجابة ما وتميل لأن تزيد إحتمال حدوث هدف الإستجابة ، يمكن أن تسهل التعليم والتغير فى السلوك فى بيئة التعلم المدرسية مع حجات الدراسة والمعلمين نجد أن الدرجات ، وموافقة المعلم والأقران ، والعقاب ، ومختلف وسائل الإدراك والإثابة لسلوكيات معينة يمكن أن توظف كمدعمات . ويقع كثير من المثيرات البيئية المختلفة التى تعمل كمدعمات تحت نبدین عامين : مدعمات موجبة ، ومدعمات سالبة .

ويعرف سكرتالمدعمات الموجبة كمثيرات ، عندما تقدم عقب سلوك ما للمتعلم تميل لأن تزيد من إحتمال تكرار سلوك معين ، أى أن السلوك قد حدث له تقوية . فعندما أجاب الطالب سعد بطريقة صحيحة فى حجره الدراسة ، زاد مدح المعلم له من إحتمال أن سعد يجيب ثانيا على أسئلة المعلم ، وبالتالي فإن رد الفعل الحسن للمعلم عمل كمدعم موجب لسعد . والملاحظة غير الحسنة للمعلم التى تبعث إخفاق سعد فى الإجابة على سؤال المعلم قد عملت كمدعم موجب أيضا لأنها دعمت سلوك سعد وهو البقاء صامتا عندما يسأل المعلم . فأى مثير حسن أو غير حسن الذى يتبع السلوك الذى أظهره ، وقوى هذا السلوك ، يعتبر مدعم موجب عند سكرت .

والمدعمات السالبة هي مثيرات إزالتها تميل إلى تقوية السلوك . وفي كثير من الأوقات يمكن زيادة سلوك الطالب في حضور الأنشطة المناسبة بحجره الدراسة بإزالة المثيرات المعوقة مثل الضجة غير المرغوبة أو الطلاب المشاغبين ، أو السلوك المعوق من المعلم .

النسيان والانطفاء Forgetting and Extinction

إذا لم يستخدم سلوك متعلم لفترة طويلة من الزمن فسوف ينسى ويجب إعادته تعلمه ففي النسيان يُفقد تأثير الإشرط الإجراءي مع مرور الزمن ينسى كثير من الطلاب كثيرا من مهاراتهم في الجبر إذا لم يمارسوها فيما بين أول سنة لإلتحاقهم بالمدرسة وسنة تخرجهم . ومعظم معلمى المدرسة الثانوية قد تعلموا التفاضل في الكلية ، وربما ينسون كثيرا من التفاصيل والمهارات لهذا الموضوع إذا عملوا في مدرسة لم يدرسوا فيها التفاضل لسنوات عديدة .

ويعتبر سكرت الإنطفاء على أنه عملية « عدم اكتساب » الإستجابات المشروطة ، وهذا ما يفرقة عن النسيان ، وكثير من الاحيان يتعلم الطلاب بصفه أولية إستجابات وسلوكيات خاطئة ثم يحتاجون لإزالتها فيما بعد في المدرسة ، بينما لاكتسب الإستجابات الشرطية كنتيجة لسحب التدعيمات المتوقعة وقد عرف سكرت . الانطفاء بأنه العملية التي خلالها تصبح الإستجابات الشرطية أقل فأقل تكراراً عندما لا تأتي بعد التدعيمات . ولحسن الحظ فلتعلم الاستجابات الشرطية والسلوكيات المرغوبة (ولكن لسوء الحظ بالنسبة لعدم اكتساب السلوك غير المرغوب) أظهرت الدراسات أن الإنطفاء الإجراءي يأخذ مكانه ببطء أكثر عن الإشرط الإجراءي . وقد تكون التدعيمات المتعددة كافية لتعلم إستجابة ما ، ومع ذلك فمئات من الأمثلة غير المدعّمه للإستجابة قد تكون ضرورية « لإزالة » الإستجابة ، أى للإحجام عن إظهار الإستجابة .

إن إنطفاء السلوك المرغوب للطلاب مثل المراجعة قبل الإمتاحانات القصيرة ، وإكمال التعيينات الواجب المنزلى قد تحدث إذا كانت متوسط درجات الإمتاحانات القصيرة لا تدخل ضمن درجة تقارير الفترة ، وإذا لم يصحح المعلم التعيينات ويعيدها للطلاب بعد تسلمها بزمن قصير . وفي بعض المدارس الثانوية والكليات حيث استبدلت نظم خطابات التقديرات بتقويم الطلاب مرضى/ غير مرضى ، أصبح الطلاب الذين يتوقعون خطابات التقديرات كمدعمات محبطين وتنقصهم الدافعية كنتيجة لإنكار توقعاتهم السابقة لخطابات التقديرات كمدعمات .

وإنطفاء السلوك غير المرغوب مثل إستخدام تكتيكات رياضية غير صحيحة أو الانخراط في التدخين ، والتي تكررت مراراً مع تدعيم في بعض الأحيان ، من الصعب جداً تحقيقه . وقد أشرفت مرة على شاب كان لديه بعض المتاعب مع مقرر عال للرياضيات لأنه قد تعلم عدداً من تكتيكات الجبر الخاطئة مثل $(a + b)^2 = a^2 + b^2$]

وحتى بعد تصحيحها لعدة مرات ، أستمر في عمل نفس هذا الخطأ عندما كان يجرى حوارزميات لحل مشكلات أكثر تعقيداً . فكل مرة أشير إلى هذا الخطأ في ورقته .

وقد يضرب نفسه على رأسه ويعلق أنا أعرف أن $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ولكن لماذا أفعل نفس الخطأ؟ والإجابة على سؤاله برغم أنها بسيطة جداً إلا أنها غير مرضيه له أى أن أحيانا يكون من الصعب جداً إزالة شيئا ما تم تعلمه بطريقة خطأ في المرة الأولى ودعم من خلال الأداء المتكرر . وأحد الاخطار لتعيين فئات من التدريبات المتشابهة لمسائل الواجب المنزلى لتدعم مهاره معينة هي أن تدعيم أحد الإجراءات الخاطئة غير المقصودة قد يحدث خلال التكرار حتى يصبح من الصعب جداً انظفاؤه . ويجب ملاحظه أن الشاب الذى تعلم أخيرا الناتج الصحيح $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ وكذلك الشخص الذى إنظفا سلوك التدخين لديه لم ينس السلوك غير المرغوب كلاهما قد أصبح تحت شروط قمع السلوك غير المرغوب أو ابداله بسلوك مرغوب .

الغض والإجتنب : Aversion and Avoidance

إن المدعم السلبي هو مثير سحبه يسبب تقوية الإستجابة . فالمدعم السلبي غير السار ، أو المزعج ، أو المعوق يطلق عليه سكر المثير البغيض . وهناك طريقتان للتعامل مع المثير البغيض . فيمكن تلافي المثير البغيض بإزالة المثير بعد الإتصال به ، أو بترك البيئة التى يوجد بها المثير البغيض . ويمكن تجنب المثير البغيض بالتوقع المسبق لحدوثه والإبتعاد عنه . ولاحظ أن الإجتنب يحدث بعدم الإتصال مطلقا بالمثير البغيض ، والهروب يحدث بإزالة المثير البغيض بعد الإتصال به . فكثير من الناس تتجنب تعب المعدة بعدم أكل الأطعمة كثيرة التوابل ، بينما يأكل البعض الآخر وللهرب من سوء الهضم الناتج يتناولون مستحضرات مضادة للحموضة .

وإذا كان شخص ينجح دائما في تجنب موقف بغيض ، فقد يفقد الموقف بغضه بالنسبة لهذا الشخص . وفي النهاية قد يفشل الشخص في إصدار إستجابته التجنب لمثيرات تسبق المثير البغيض ولا يتجنب البغيض . فربما يتجنب شخص ما أكل المحار بسبب أعراض حساسيه للمحار منذ زمن بعيد ، وقد يعرجه آكل المحار .

المرض الناتج سوف يعيد بناء الإستجابة البغيضة للمحار ، وسوف يتجنب هذا الشخص أكل المحار لفترة حتى يضعف بغضه للمحار مرة أخرى .

وكثير من الأمثلة عن الغض ، والهروب ، والإجتنب توجد في الطلاب في حجرة دراسه الرياضيات . فعلى سبيل المثال بعد عدم النجاح في محاولة حل مسألة في إمتحان قد يحاول الطالب الهرب من الفشل عن طريق نقل الاجابات من طالب يجلس بالقرب منه . ويتجنب بعض الطلاب الفشل في الاختبارات بالتغيب عن المدرسة يوم الامتحان . وبالطبع من وجهة نظرالمعلم فإن الطريقة

المطلوبة لتجنب الفشل هي تكملة كل تعيينات الواجب المنزلى ، والاستعداد للاختبار عن طريق فترات المراجعة المكثفة . وكثير من مشكلات الإنضباط هي في الحقيقة محاولات الطلاب في الهروب الضجر والفشل المرتبطين بحجره دراسة الرياضيات . وبعض محاولات الهروب غير المهدبه من المثيرات البغيضه لحجرة الدراسة هو محاولة تعطيل أنشطة المعلم المخططة . ومحاولات الهرب الاكثر تهديبا هي أسئلة الطلاب من أجل إخراج المعلم من موضوع الدرس .

كان العقاب Punishment عبر التاريخ تكتيك مشترك لمحاولة ضبط السلوك ، وناقش سكينر (١٩٥٣) تأثيرات العقاب ونواتجه الجانبية في كتابة العلم والسلوك الإنساني Science and Human Behavior . ورأية العام عن بالنسبة لاستخدام العقاب لضبط السلوك ملخص في الفقرة التالية من هذا الكتاب :

إن الإهتمام بالعقاب ربما يرجع إلى إدراك أن هذا التكتيك له نواتج جانبية سيئة . ففي المستقبل البعيد يعمل العقاب ، بخلاف التدعيم ، على إعاقه كل من الكائن المعاقب والوكاله المعاقبة . والمثيرات البغيضه التي إحتجنا إليها تولد إنفعالات تتضمن ميول للهروب أو الإنتقام ، وقلق يؤدي إلى كف القدره . (ص ص ١٨٢ - ١٨٣)

وينظر سكينر للعقاب كتقديم مقصود لمدمع سلبى (المدمع السلبى هو مثير تؤدي إزاحته إلى تقويه السلوك) ، أو الإزالة المقصودة لمدمع موجب (المدمع الموجب هو مثير يؤدي تقديمه إلى تقويه السلوك) وقد أظهر سكينر وآخرون في تجارب معملية على كل من الحيوانات والناس أن العقاب ليس له الأثر العكسى للإثابة . فعدد متساوى من العقوبات لايسبب إنطفاء آثار عدد معطى الإثابات . وبينما يمكن أن يكون العقاب أو العقاب المستمر فعال في قمع سلوك غير مطلوب فإن هذا القمع يكون وقتى فقط .

وبعد فترة زمنية تميل السلوكيات المعاقبة إلى الظهور عند مستوى ليس أقل بكثير عما إذا لم يطبق العقاب . وحتى إذا كان العقاب فعال في قمع أو إزالة السلوك غير المرغوب فإنه يمكن أن يولد توابع إجتماعية أو أنفعالية غير متوقعة .

وقد تعرف سكينر (١٩٥٣) على ثلاثة آثار للعقاب على الشخص الذى عوقب .

أولا : العقاب يقمع السلوك . وحيث أن إستجابة الشخص للعقاب تكون عادة متناقصة مع السلوك المعاقب ، فالسلوك يتغير على الأقل وقتيا . فالطالب الذى يلومه معلمه على المجادلة داخل الفصل مع طالب آخر قد يتوقف عن الحديث أو ربما يحول مجادلته نحو المعلم .

والأثر الثانى للعقاب هو إثارة سلوك متناقص ينتج عنه قلق مصحوبا بتغيرات سيكولوجية مثل زيادة معدل ضربات القلب ، والارتفاع في ضغط الدم ، والشد العضلى .

فالناس الذين يعرفون أنهم يكذبون قد عوقبوا على الكذب يظهرون مثل هذه التغيرات
السيكولوجية عندما يكذبون ، حتى عند عدم وجود العقاب . وهذا يقترح المبدأ المستخدم في تطوير
أجهزة إكتشاف الكذب .

والأثر الثالث للعقاب وهو أكثرها أهمية هو تكيف الشخص المعاقب على عمل شيئا آخر غير
الفعل الذى عوقب من آجله ومهما كان السلوك البديل فسوف يدعم وقد يكون غير مرغوب فى
آثاره المستقبلية مثله كمثل السلوك الذى قمع .

وفى بعض الأوقات ينمى الطلاب الذين عوقبوا بقسوة فى المدرسة بفضاها ولأى تعلم نظامى
بصفة عامه . وحتى قد يرتكبون أفعال تخريب ضد ممتلكات المدرسة أو المعلم . وفى الحالات
المتطرفة التى يعاقب فيها الطالب فإنه قد يعتدى على معلمه من الناحية الجسمية .

وهناك أدلة قليلة يقترح أن نتائج العقاب القاسى أو المتكرر شيء مرغوب أو يمكن التنبؤ بها .
وحتى العقاب المعتدل نسبيا مثل تعيين واجبات منزلية إضافية أو إبقاء الطالب بعد اليوم الدراسى قد
لايقمع السلوك المعاقب بالضرورة . بل ربما يدعم بغضا للرياضيات وللمدرسة بصفه عامه .

وربما يكون أثر العقاب المعقول وقتيا فى قمع إستجابات معينه ، ومع ذلك فمعظم أنواع العقاب
تبدو غير فعالة نسبيا فى الارتقاء بتعديل دائم للسلوك .

وعلاوه على ذلك يمكن أن ينتج العقاب القاسى أو المتكرر آثار إنفعالية جانبية قد يثبت أنها
مرغوبة أقل من السلوك الأصلى .

الشروط العامة للتعلم

من وجهه نظر سكنر هناك ثلاث متغيرات تساعد على حدوث التعلم . أولا يجب أن يكون هناك
« موقف » يحدث فيه السلوك . والثانى هو « السلوك » نفسه ، والثالث هو « نتائج » السلوك . فإذا
أظهر شخص ما استجابة أو سلوكا معينا فى موقف من فئه من الاستجابات يُسمى إجراء وإذا دعم
نتيجة الإستجابة فإنه من المحتمل أن يحدث التعلم أى يكون من المحتمل أن إستجابة مشابهه من نفس
فئه الاستجابات سوف تعطى بواسطة هذا الشخص فى موقف مشابه . وبرغم أن الموقف لم يسلك
كثير للإستجابة ، إلا أن المتعلم بعد استقباله للتدعيم على الاستجابة سوف يميل لربط السلوك الذى
آثار التدعيم مع الموقف المبدئى . والإجراءات (فئات الإستجابات) تكتسب علاقات مع فئات
سابقة من المثيرات (يطلق عليها المثيرات المتمايزه) ؟ ولكن العلاقة بين المثيرات والإستجابات مختلفة
عن سلك العلاقات التى توجد فى الشرطية الكلاسيكية بين المثير والاستجابة . إن الموقف الأولى فئه
من المثيرات عند الإقتراب منها ثانية تصبح فرص للسلوك الإجرائى .

ولكنها لاتنسب السلوك كما هو الحال فى التعليم الاستجائى فالدفع غير المتوقع فى الضلوع (مثير)
يجعل الإنسان يقفز (إستجابة) وكلمه مدح أو درجة زيادة على التقدير النهائى لحل مشكلات

رياضية لم تكن معينة بواسطة المعلم تجعل الطالب يستمر في انجاز عمل زائد في الرياضيات . وفي المستقبل فإن اكثر المشكلات صعوبة في الكتاب (التي لم تعين كواجب منزلي من المعلم) تسلك كمثيرات متميزة للطلاب وتصبح فرص لاستجابته لانجاز عمل زائد .

فن التدريس

تقترح إبحاث سكرن عن علم التعلم وفن التدريس عدة أسباب عن لماذا يتخرج تلاميذ المدرسة الابتدائية منها دون تعلم أبسط مهارات الحساب ، ولماذا يفشلون في تعلم هذه المهارات بعد محاولات متكرره في المدرسة الثانوية ؟

أولا : بعض « تدعيمات » تعلم المهارات الرياضية لاتزال بغيضه . أى أن معظم الطلاب لايزال يتعلمون (أو يحاولون أن يتعلموا) الحساب هربا من العقاب أو بتهديد العقاب وبدلا من دراسة وتعلم الحساب من أجل الحصول على تدعيمات موجبه ، نجد أن كثيراً من الطلاب ينجزون العمل المدرسي لتجنب التبعات السلبية عدم سرور المعلم ، أو سخرية زملاء ، أو الدرجات المنخفضة التي ينتج عنها عقاب الوالدين ، أو النتائج الضعيفة عند التنافس مع الطلاب الآخرين ثانيا وحتى عند إستخدام التدعيمات الموجبة كمحاولة للارتقاء بتعلم الحساب فإن التدعيمات عادة لاتصل إلى حد الأعلى للفاعلين . وفي المدارس لاتكون عادة تدعيمات المعلم متكررة على حلول الطلاب المكتوبة على المشكلات وذلك في الفصول التي تضم أعداداً كبيرة . أو عندما تحدث ربما تعطى عدة دقائق عقب إجابة الطالب .

وقد وجد سكرن أن تعلم أنواع معينة من المهارات ، مثل الحساب البسيط ، يطلب بعض الطلاب تدعيما فوريا على إجاباتهم . وإذا مر فارق وقت كدقيقه أو دقيقتين بين الإجابة والتدعيم فإنه أحيانا يزيل كثيرا من الآثار الموجبة كتدعيم فوري . ولما كان الواجب المنزلي والإختبارات تصحح بواسطة المعلم ويعيدها بعد يوم أو اكثر من إكمال الطلاب لها فإن كثيراً من قيمة تعلم هذه الأنشطة يمكن أن يفقدها كثير من الطلاب . وسبب ثالث للإجابة على لماذا يفشل الطلاب في التعلم داخل المدرسة ، حتى عندما يُعطى التدعيم الفوري لهم ، هو أن تكرار التدعيم غير كاف . وقدر سكرن (١٩٦٨ ، ص ١٧) في كتابة تكنولوجيا التدريس (The Technology of Teaching) أن الطالب خلال السنوات الأربعة الأولى في المدرسة يحتاج إلى ٢٥ر٠٠٠ تدعيم بينما لا يعطى سوى آلاف نيئة .

ويقترح سكرن حلا للتغلب على أستحالة أن يعطى المعلم كل طالب تدعيما فوريا بصفة منتظمة وهو إستخدام مواد التعنيم المبرمج وماكينات التعليم لمساعدة المعلم في تدعيم الطلاب . وتصمم عادة الخلايا التعليمية والكتب المطبوعة للتعليم المبرمج بحيث تعطى المعلومات في قطع صغيرة وبعد أن تعطى كل

قطعة من المعلومات ، يسأل القارئ سؤالاً ، وبعده يقارن مباشرة بين إجابته والإجابة الصحيحة المطبوعة عقب السؤال . وقد يزيح الطالب بطاقة إلى أسفل الصفحة لإخفاء المعلومات الجديدة وإجابات الأسئلة حتى يقرأ كل قطعة من المعلومات ، ويجاوب على سؤالاً مناظراً على هذه القطعة من المعلومات .

والمبادئ المستخدمة في تحضير مواد التعليم المبرمج هي أن المعلومات يجب أن تقدم في قطع صغيرة ، ويجب أن يظهر المتعلم أن قد تعلم كل قطعه وذلك عن طريق الإجابة على سؤال ، ويتبع بتغذية راجعه فيما يختص بإجابته .

وبعض مواد التعليم المبرمج خطيه/Linear أى بغض النظر عن إجابة الطالب فإنه يستمر . والمواد الأخرى تحتوى فروعاً Branches بحيث أن الخطوه التالية في البرنامج تتحدد بإجابة الطالب على سؤال ما أو إستجابات على فئه من الأسئلة .

والفقرة التالية هي مثال عن جزء صغير من سلسلة تعليم برنامجي في الرياضيات :

الإطار ٥٩ : العدد الأولي هو العدد الذى يقبل القسمة على نفسه والواحد الصحيح . فمثلا ٧ عدداً أولياً لأنه يقبل القسمة على الواحد والسبعة بدون باق .

سؤال ١ : هل ٢٩ عدداً أولياً ؟ - كان يجب أن تقول نعم ٢٩ هو عدد أولي لأنه يقبل القسمة على الواحد والتسعة وعشرين .

سؤال ٢ : ما الاعداد التى يقبل العدد الأولي القسمة عليها ؟

كان يجب أن تجيب بأن القواسم هو الواحد والعدد نفسه .

إذا أجبت على السؤال (١) والسؤال (٢) بطريقة صحيحة تقدم إلى الاطار ٦٠ وإذا كانت إحدى اجاباتك غير صحيحة عُده إلى الاطار ٥٩ .

وفي الماضى طور سكرت وآخرون واستخدموا ماكينات تعليم تُقدم سلاسل مطبوعه من مواد مبرمجه للطلاب ، وتفرع لمادة جديدة أو سابقة وفقاً للاستجابات التى ينتقها الطلاب على الأسئلة . وبالرغم من أن ماكينات التعليم هذه قدمت وسطاً لاختبار وتقويم نظريات سكرت للتدريس إلا أنها قد أصبحت جزءاً من التاريخ .

ويستطيع الطلاب في أمريكا الآن التفاعل مع برنامج تعليمي قائم على الكمبيوتر من محطة بعيدة ، ويمكن أن يحصلوا على « أطر » تعليمية متنوعة قائمه على أساس تحليل الكمبيوتر لإجاباتهم على مشكلات وأسئلة يعدها الكمبيوتر . ومرونة محطة الكمبيوتر PLATO التى طورت في جامعه الينوى كجزء من نظام تعليمي قائم على الكمبيوتر ومعقد جداً - كبيرة جداً بحيث يمكن للطلاب إنتقاء وإستخدام كل من البرامج السمعية ، والبصرية في محطة الكمبيوتر . ويمكنهم التحدث إلى الكمبيوتر

إما بأوامر مكتوبة أو باستجابات في المحطة البعيدة ، بلمس أشياء تظهر على شاشة مثل شاشة التليفزيون .

ويمكنهم أيضا الإتصال بالمعلمين والطلاب الآخرين عن طريق شبكة التليفزيون عندما يكون لديهم مشكلة لم يبرج الكمبيوتر للتعامل معها . وبخلاف الخدمة بدلا المعلم يمكن أن تعطى نظم الكمبيوتر التعليمية المعقدة المعلم الحرية ليعطى إنتباه اكثر لمشكلات التعليم الفردى للطلاب تلك المشكلات المعقدة بدرجة كافية بحيث تتطلب مساعدة إنسان أكثر مرونة وإدراكا ، وتعاطفا عن الكمبيوتر .

وخلاصة القول ، فإن كثير من إبحاث سكرنر عن علم التعلم وفن التدريس مفيدة لمعلم الرياضيات . وتعتبر مبادؤه في التعليم والتعلم مساعده بصفه خاصه في تطوير إستراتيجيات تدريس الحقائق والمهارات الحسابية البسيطة لطلاب المدرسة الابتدائية والثانوية . وبعض أعمال جانبية في بناء هرميات الحقائق الرياضية ، والمهارات ، والمفاهيم والمبادئ: لمساعدة الطلاب على تعلم الرياضيات أخذ أساسها النظريه من نظريات سكرنر . وبرغم أن بعض فصول كتاب سكرنر تكنولوجية التدريس كتبت بين عام ١٩٤٥ - ١٩٦٨ ، إلا أن تحليله للتدريس لايزال ذا صلة - حتى بالنسبة للرياضيات المعاصرة في المدارس الثانوية الحديثة .

خلاصة

إن السبع نظريات التي قدمت ونوقشت في هذا الفصل هي محاولات قام بها واضعوها لبناء وشرح عمليتي التدريس والتعلم المعقدتين للغاية وليس هناك نظرية بمفردها تمد بنموذج كامل للتدريس أو للتعلم ، وهناك نقاط عدم إتفاق بين نظريات متعددة . وبالرغم من حدود هذه النظريات إلا أن كل منها له تطبيقات على تعلم وتعلم رياضيات المدرسة الثانوية .

فقد كون بياجيه وسكرنر نموذجين مختلفين تماما للتعلم الإنساني . فطور بياجيه نظرية للنضج العقلي والنمو ، بينما درس سكرنر الشروط التي يحدث فيها السلوك البشرى . وبرغم أنهما مدخلان مختلفان لدراسة التعلم والسلوك إلا أن هاتين النظريتين تكملان بعضهما ، وكل منهما له تطبيقات عديدة في تدريس الرياضيات .

وحدد جيلفورد ما يعتقد أن المائة وعشرون قدرة عقلية التي تؤلف الذكاء العام ، ويمكن أن تكون نتائجه ذات نفع كبير للمعلمين في التعرف على مشكلات التعلم الفرديه للطلاب والتعامل معها .

وتعد نظرية برونر للتدريس مفيدة للمعلمين في مساعدتهم على تكون مداخل عامه للتدريس ، وكثير من أعماله ترى على أنها قابلة للتطبيق مباشرة على الرياضيات وعلى أساس جزء من نظرية

يواجه للنمو العقلي طور دينيز نظرية لتدريس الرياضيات تحتوى على سلسلة من استراتيجيات تدريس المفاهيم الرياضية .

وقد قام بوصف كيف يمكن التمهيد لموضوعات من رياضيات المدرسة الثانوية باستخدام خطواته الستة في نمو المفهوم لنموذج عام لتعليم وتعلم الرياضيات .

وبينا أهم جانبية وأوزبل بتنقيح نظريات التعلم والتدريس ، قاموا بتطوير تكنيكات وإستراتيجيات للتدريس في حجره الدراسة . فقد إتخذ جانبيه مدخلا من القاع إلى القمة لبناء المحتوى في أبنية هرميه للتعلم حيث تُبنى على الأيسر والمتطلبات الأولية من الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم لتعلم مهارات ، ومفاهيم ومبادئ أكثر تعقيداً . وطور أوزبل نظرية في التعلم اللفظي ذى المعنى التى يمكن أن يستخدمها المعلم عن تقديمه ماده للطلاب بطريقة المحاضرة أو العرض . ولما كان جزء كبير من تدريس الرياضيات يتم بطريقة المحاضرة ، فإن إجراءات أوزبل لبناء المعلومات ، بحيث يمكن تعلمها بطريقة فعالة وذات معنى ، يمكن أن تكون ذات فائدة كبرى لمعلمى رياضيات المدرسة الثانوية .

ويمكن إستخدام النظريات المتنوعة للتعليم والتعلم كأساس لتصميم وتقديم دروس الرياضيات ، وكذلك فهى تمد بخلفيه ثرية من المعلومات التى يمكن أن يستخدمها المعلمون في تطوير وتحسين فاعليه إستراتيجياتهم في حجره الدارسة لتدريس الرياضيات للطلاب في المدرسة الثانوية .

تمارين وأنشطة

- ١- أذكر مراحل النمو العقلي لبياجية وعرف كل منها ، وناقش القدرات الرياضية التي من المتوقع أن تكون لدى الناس في كل مرحلة . مالفروق بين طلاب المرحلة الثانوية ، وطلاب المرحلة الإعدادية في تعلم القدرات ؟ ناقش إستراتيجيات التدريس التي تناسب طلاب كل مرحلة .
- ٢- حدد جيلفورد خمس عمليات للتعلم ، وأربعة محتويات للتعلم ، وستة منتجات للتعلم . عرف وإعط أمثلة للخصائص الخمسة عشر للذكاء .
- ٣- كيف يمكن لمعلم الرياضيات غير المدرب كسيكلوجى تطبيق نموذج بنيه جيلفورد للذكاء في تدريسه ؟
- ٤- عرف الأنماط الثمانية التي حددها جانييه ، وأعط مثالا من تدريس الرياضيات على كل نوع وإقترح إستراتيجية تدريس مناسبة للإرتقاء بكل نوع منها .
- ٥- حلل ووضح مراحل دينيز الستة في تعليم الرياضيات وتعلمها ، وذلك باختبار موضوع من رياضيات المرحلة الثانوية وأعد إستراتيجية تعليم/ تعلم من ست مراحل توضح تطبيق هذه المراحل على التدريس في الفصل .
- ٦- تخير أحد موضوعات رياضيات المرحلة الثانوية ، وقم بتصميم خطة تعليم/ تعلم لتقديمه للطلاب وذلك في ضوء إستراتيجيات أوزبل للتعلم اللفظي ذى المعنى .
- ٧- أذكر الخصائص الست للنمو العقلي ليرونر ، وصفها ثم ناقش تطبيقات كل خاصية لتدريس رياضيات المرحلة الثانوية .
- ٨- ناقش الفرق بين النسيان والإنطفاء . وأشرح كيف يحدث الإنطفاء ثم إعط أمثلة متعددة لعملية النسيان والإنطفاء لحقائق رياضية أو مهارات ومفاهيم أو مبادئ سبق تعلمها .

الفصل الثالث

بناء بيئة تعليمية فعالة في تدريس الرياضيات

- تقويم وإنتقاء وإستخدام الكتب الدراسية في الرياضيات
 - أغراض كتب الرياضيات
 - مايجب أن يكون في كتاب الرياضيات
 - معايير تقويم كتب الرياضيات
 - إستخدام الكتب الدراسية الرياضية بفاعلية
- إنتقاء وإستخدام وسائل التعليم/ التعلم في الرياضيات
 - تعيين وتقويم الواجبات المنزلية
 - تخطيط واعداد التعيينات
 - انواع تعيينات الواجب
 - اعطاء تعيينات الواجب للطلاب
 - تقويم وتقدير الواجب
- تطوير استراتيجيات جيدة للسؤال داخل حجرة الدراسة
 - اهداف إستراتيجية توجيه السؤال في حجرة الدراسة
 - انواع الأسئلة
 - تطوير استراتيجيات السؤال الفعال
- تشخيص وحل صعوبات التعلم
 - اسباب صعوبات التعلم
 - اساليب تشخيص صعوبات التعلم
- إثارة دافعية الطلاب لتعلم الرياضيات
- تصحيح أوجه القصور الخاصة بالتدريس
- تحقيق الإنضباط داخل حجرة الدراسة
 - مدخلات للنظام
 - اسباب مشكلات النظام
 - منع مشكلات النظام
 - كيف تتعامل مع مشكلات النظام
- الاختبارات وتقييم الطلاب
 - اسباب اختبار الطلاب
 - الاختبارات معيارية المرجع
 - الاختبارات ميدانية المرجع
 - انتقاء بناء الاختبارات
 - اعطاء الاختبارات للطلاب
 - تقويم فاعلية التدريس
- نموذج عام لتقويم التدريس
 - التقويم الشكلي
 - التقويم الكلي
 - اساليب تقويم التدريس
 - تقويم نتائج التعلم
 - تقويم المتغيرات الخاصة بعمليات التدريس
 - تمارين وأنشطة

14



بناء بيئة تعليمية فعالة في تدريس الرياضيات

Developing and Maintaining an Effective Learning Environment

بالإضافة إلى تخطيط التدريس فيما يختص بدروس الرياضيات فعلى المعلمين أن يقوموا بتنفيذ أنشطة أخرى كثيرة من أجل تحقيق هدفهم الرئيسى الخاص بمساعدة الطلاب- في تعلم الرياضيات .
نعرض فى هذا الفصل ثمانية أنشطة تعتبر جزءاً هاماً من إعداد وتحقيق بيئة فعالة يمكن أن يتعلم فيها الطلاب الرياضيات . وحتى يمكن تدريس الرياضيات بشكل فعال فعلى المعلمين أن يكونوا قادرين على عمل الآتى :

- أولاً : تقويم وإنتقاء واستخدام الكتب الدراسية فى الرياضيات .
- ثانياً : إنتقاء واستخدام مصادر التعليم/ التعلم فى الرياضيات .
- ثالثاً : تعيين وتقديم الواجبات المنزلية .
- رابعاً : تطوير استراتيجيات جيدة للسؤال داخل حجرة الدراسة .
- خامساً : تشخيص وحل صعوبات التعلم .
- سادساً : تحقيق الانضباط داخل حجرة الدراسة .
- سابعاً : بناء الاختبارات وتقييم الطلاب .
- ثامناً : تقويم فاعلية التدريب .

أولاً : تقويم وانتقاء واستخدام الكتب الدراسية في الرياضيات

من الجائز أن تكون مصادر التعليم والتعلم الأكثر أهمية بالنسبة للمعلمي الرياضيات-الكتب الدراسية التي يستخدمها الطلاب في مقررات الرياضيات في المدرسة الثانوية فلقد أظهر البحث أن أكثر الطرق فاعلية لتغيير ما يتعلمه الطلاب في المقررات هو تطوير محتوى كتبهم وفي كثير من المدارس يكون للمعلمين دور رئيسي في اختبار كتب الرياضيات ومع ذلك فإن المعلمين سواء ساعدوا في اختيار الكتب للمقررات التي يدرسونها أو لم يساعدوا فإن كل المعلمين يمكن أن يحسنوا من فاعليتهم في التدريس وذلك بإسترجاعهم الجيد لكتب رياضيات المدرسة الثانوية .

أغراض كتب الرياضيات

في أى مقرر للرياضيات يمكن للكتاب المدرسي أن يكون مصدراً قيماً لمساعدة المعلم في تدريس الرياضيات وكذلك مساعدة الطلاب في تعلم الرياضيات . وبالنسبة للمقررات كثيرا ما كان الكتاب المدرسي يوفر أو يعطى معظم محتوى الرياضيات . وبالنسبة لمقررات أخرى فإن كل المحتوى يمكن أن يؤخذ من الكتاب وبالإضافة إلى الهدف الأول وهو توفير محتوى لمقررات الرياضيات فان الكتب المدرسية تستخدم أيضا للأغراض التالية :

- ١ - فيما بين تعلم موضوعات الرياضيات في المدرسة الثانوية والكلية وتدريس هذه الموضوعات لطلاب المدرسة الثانوية فإن كثيراً من المعلمين ينسون بعض التفاصيل ويمكن للمعلمين أن يستخدموا كتب رياضيات المدرسة الثانوية لمراجعة الموضوعات الرياضية التي نسوها .
- ٢ - هناك الكثير من الكتب التي تنشر في طبعات للمعلمين وتعرض استراتيجيات تعليمية لتدريس مهارات معينة ومفاهيم ومبادئ معينة .
- ٣ - تساعد الكتب المعلمين في تنظيم وترتيب الموضوعات الرياضية في هرميات تدريسية وتعليمية مناسبة .
- ٤ - تحتوي بعض الكتب على المواد المساعدة التي تعالج تاريخ وفلسفة وبناء الرياضيات .
- ٥ - تحتوي كثير من كتب الرياضيات على مشكلات مساعدة وتمارين توفر بعضها مساعدة إضافية للطلاب البطيئين (المتخلفين) في الرياضيات وهناك كتب أخرى توفر موضوعات متقدمة للطلاب الذين لديهم قدرات رياضية عليا .
- ٦ - إن الشكل واسلوب الكتاب المكتوب بطريقة جيدة وواضحة يمكن أن يزيد من دافعية الطلاب لتعلم الرياضيات .
- ٧ - يحتوي القليل من كتب الرياضيات أهداف معرفيه ووجدانية لكل موضوع .

- ٨ - تحتوى الكتب على أمثله وشرح للمهارات والمفاهيم والمبادئ التى تساعد الطلاب من أن يتمكنوا من هذه الموضوعات الرياضية .
- ٩ - تشمل بعض الكتب الرياضية تطبيقات لمفاهيم ومبادئ رياضية .
- ١٠ - تحتوى قلة من الكتب على مسائل وتمارين مصممة لتحقيق أهداف تعلم معرفية عالية المستوى ومحدده للتحليل والتركيب والتطبيق والتقويم للأفكار الرياضية .
- ١١ - تحتوى تقريبا كل كتب الرياضيات على تمارين للممارسة لمساعدة الطلاب فى تعلم الحقائق والمهارات والمفاهيم والمبادئ .
- ١٢ - تحتوى بعض الكتب على مشكلات وتمارين تختلف طبقا لمستويات قدرة الطلاب .
- ١٣ - تحتوى كثير من الكتب على تمارين مراجعة مساعدة ، وكذلك موضوعات وفصول واختبارات مرجعية وأدوات أخرى لتقويم مدى تمكن الطالب من الرياضيات .
- ١٤ - تقدم بعض الكتب مدخلات مختلفة لتعلم كل موضوع مثل تقديم المحتوى من خلال أمثلات ملموسة ومجردة .
- ١٥ - يعتبر الكتاب المدرسى مصدر للمعرفة عن الرياضيات ويمكن للطلاب أن يستخدموه للاستعانة به فى المعلومات التى يقدمها المعلمون .
- ١٦ - فى بعض المدارس التى بها مصادر تدريسية قليلة قد يكون الكتاب هو المصدر الوحيد بدلاً من المعلم ويمكن للطلاب أن يستخدموه فى تعلم الرياضيات .
- ١٧ - يمكن أن يستخدم الكتاب كمرجع للطلاب الذين قد يكونوا عناصر الموضوعات الرياضية التى سبق تعلمها .

ما يجب أن يكون فى كتب الرياضيات

عند اختيار كتب دراسية جديدة أو تقييم كتب تستعمل حالياً فى برنامج الرياضيات الذى نقوم بتدريسه يمكن أن تستخدم مؤشرات محددة وعمامة تقدمها فيما يلى . ومع ذلك فليست هناك طريقة مطلقه لتصنيف كتب الرياضيات . إن تقييم كتاب تعتبر عملية ذاتية يجب أن تقوم على دراسة متأنية للمعايير المتعلقة أو المناسبة لعملية التدريس التى نقوم بها . ومن بين المعايير الهامة فى اختيار وتقويم كتاب مدرسى الكفاءة الرياضية للمعلمين الذين سيدرسون من خلال الكتاب ومستويات القدرة لدى الطلاب الذين سيستخدمون الكتاب (ومستويات القدرة) ودرجة الكم الرياضى الذى يفضله المعلمون ، ومرحلة النمو العقلى للطلاب ، والتأكيد النسبى على الحقائق والمهارات الأساسية أو المفاهيم ذات المستوى العالى والمبادئ وعلى الأهداف المعرفية والوجدانية وكذلك القيمة التى تحظى بها

المعرفة والفهم والتطبيق والتحليل والتركيب وتقييم الموضوعات الرياضية وبوجه عام إن أهداف برنامج الرياضيات والأهداف المعرفية والوجدانية المحدده لمقرر الرياضيات والخصائص المتعلقة للتعليم بالنسبة للطلاب تعتبر المعايير التي يجب تقييم الكتاب في ضوءها .

وفي مقاله في مجلة معلم الرياضيات في مايو ١٩٦٥ وصف فيليب بيك رئيس لجنة وسائل تقييم الكتب الخاصة بالمجلس القومي لمعلمي الرياضيات كان موضوعها أداة الإلتقاء وتقييم الكتب الرياضية وقد نظمت معاييرها تحت عنوانين رئيسيين : « معايير متعلقة بالعرض والمحتوى » « ومعايير تتعلق بالخصائص الطبيعية والخدمات » وهذان العنوانان سيستخدمان في مناقشاتنا لتقييم الكتاب ، وفيما يرى بيك فإنه بالنسبة للأداة المستخدمة في تقييم كتب الرياضيات يجب أن تساعد من يستخدمها في عملية اتخاذ القرار ، ولكنها سوف لاتتخذ القرار له وليس من الممكن استخدام عدد واحد لقياس خاصية كتاب للإستخدام في موقف واحد فذلك حكم ذاتي قائم على دراسة متأنية للمعايير التي تعتبر مناسبة للتقييم .

الأسئلة في الملخص التالي يمكن أن تستخدم كنقطة بداية في تقييم كتب رياضيات المدرسة الثانوية ، أما الأسئلة الإضافية المتعلقة بأهداف ومعايير محددة في كتاب الرياضيات والتي تستخدم لمقرر محدد يمكن إضافتها للأسئلة المقترحة في هذا الملخص ، وضع في اعتبارك أنه ليست هناك إجابة صحيحة أو خاطئة لكثير من هذه الأسئلة فإذا كانت إجابتك للسؤال الذي يقول (هل يحتوي الكتاب على ؟) هي نعم وأنت تريد كتابا لا يحتوي على ما سئل عنه في السؤال حينئذ فإن (لا) تعتبر الإجابة الصحيحة .

معايير تقييم كتب الرياضيات

١ - معايير تتعلق بالمحتوى وطرق التدريس

أ - المحتوى الرياضي :

لا ينبغي فقط أن تكون الرياضيات في الكتاب المدرسي سليمة (صحيحة) ولكن ينبغي أيضا أن تكون مناسبة لأهداف المقرر الذي يستخدم الكتاب لأجله وكذلك لنوعية الطلاب الذين سيأخذون هذا المقرر .

١ - هل الحقائق والمفاهيم والمهارات والمبادئ الرياضية صحيحة ؟

٢ - هل تستخدم الرموز الرياضية والعلاقات الأخرى ؟

٣ - هل يحتوي الكتاب على عدد من الأخطاء المطبعية والإجابات غير السليمة التي تتدخل في عملية الفهم للمحتوى ؟

٤ - هل عرض المحتوى كلية رمزيا ومجرداً ؟

٥ - هل المفاهيم الرياضية معرفة بشكل سليم ؟

- ٦ - هل الصيغ الضمنية للنظم الرياضية المقدمة واضحة ؟
- ٧ - هل سيتناول الكتاب تاريخ وفلسفة وطرق الرياضيات والرياضة ؟
- ٨ - هل أم والكيف مناسبين لطلابك ؟
- ٩ - هل يتناول الكتاب مدخلاً حديثاً أو تقليدياً بالنسبة للمحتوى الرياضى ؟
- ١٠ - هل يؤكد الكتاب على الحقائق والمهارات الرياضية أو هل يؤكد على المفاهيم والمبادئ ؟
- ١١ - هل تستخدم الصيغ المنطقية القوية فى إثبات الفروض ؟
- ١٢ - هل يؤكد اكتتاب على البرهان ؟
- ١٣ - هل حل المشكلات مأخوذ فى الاعتبار فى الكتاب ؟
- ١٤ - هل البراهين ، والشروح ، والأمثلة كاملة ويمكن فهمها للطلاب الذين سيستخدمون الكتاب ؟
- ١٥ - عند تقديم الموضوعات الجديدة هل وقضحت علاقاتها بالموضوعات السابقة حتى يكون بناء النظم الرياضية واضحاً ؟
- ١٦ - هل يبرز الكتاب الأخطاء المنطقية الشائعة مثل فرض صدق نقيض نظرية ما ؟
- ١٧ - هل المصطلحات الرياضية معرفة بشكل مفهوم وصحيح ؟
- ١٨ - هل المعانى المختلفة واستخدامات المصطلحات الرياضية المعروفة والنظريات بارزه ؟
- ١٩ - هل هناك تمييز واضح بين المصطلحات غير المعرفة والمصطلحات المعرفة والنظريات ؟
- ٢٠ - هل تم عمل تمييز واضح بين البرهان والحدس ؟
- ٢١ - هل كل الموضوعات التى نريد تدريسها فى المقرر متضمنه فى الكتاب ؟

ب : طرق التدريس :

إنه من المهم أيضاً تقييم كتب الرياضيات للتأكد من الصدق فى طرق التدريس والتعلم المستخدمة وتحديد هل الكتاب مناسب لمرحلة النمو العقلى ومستويات القدرة لطلابك .

- ١ - هل الأمثلة الهامة والمسائل المتضمنة تؤدى إلى زيادة دافعية الطالب نحو تعلم المادة ؟
- ٢ - هل ضمنت شروح وأمثلة ومسائل لمستويات قدرة الطالب ؟
- ٣ - هل يستخدم مدخلاً حلزونياً فى تنمية المفاهيم والمبادئ عند مستويات تجريد عالية بشكل مضطرب ؟
- ٤ - هل نظمت الموضوعات حتى تسبق الموضوعات الضرورية الموضوعات التى تعتمد عليها ؟
- ٥ - هل يقوم المحتوى حتى يكون للطلاب فرصة لإكتشاف بعض المبادئ الرياضية ؟
- ٦ - هل يقوم كل مفهوم فى نصوص عديدة ؟
- ٧ - هل الأمثلة والأمثلة المقابلة والخصائص الغير مناسبة تابعه لتحديد كل مفهوم ؟
- ٨ - هل الإستراتيجيات التعليمية فى كتاب المعلم قائمة على أساس مبادئ جيدة لتدريس وتعليم الرياضيات ؟

٩ - هل الأسئلة والتمارين وتعيينات الواجب قائمة على الموضوعات والأفكار المقدمة في داخل كل فصل ؟

١٠ - هل الأهداف التعليمية المعرفية لكل موضوع واضحة للمعلم والطالب ؟

١١ - هل التنظيمات المبدئية والخطوط العريضة مستخدمة في بداية كل فصل أو موضوع ؟

١٢ - هل تلخيصات الفصول والموضوعات معطاه من خلال الكتب الدراسية ؟

١٣ - هل يؤكد الكتاب على الاعتماد على القواعد ؟

هل لا يؤكد على مدخلات لوغارتيمية لحل المسائل ؟

١٤ - هل تقدم طرق حل المشكلات العامة ؟

١٥ - هل العلاقات بين الحقائق والمهارات والمفاهيم والمبادئ المتعددة مشار إليها ؟

١٦ - هل أعطى للطلاب فرصاً لتطبيق وتحليل وتركيب وتقييم المفاهيم والمبادئ الرياضية ، وأيضاً لمعرفة وفهم الحقائق والمهارات .

١٧ - هل أعطى للطلاب فرص لعمل تخمين أو حدث وتعميمات ؟

١٨ - هل أشكال المناقشة الإستقرائية والإستدلالية تستخدم ؟

١٩ - هل أعطيت أسباب لوقفات معينه وإجراءات حسابية ؟

٢٠ - هل يحتوى الكتاب على إجراءات يمكن أن يستخدمها الطلاب للتقويم الذاتي ؟

٢١ - هل الإستراتيجيات التعليمية المستخدمة في الكتاب مناسبة لمرحلة النمو العقلي للطلاب ؟

٢ - معايير تتعلق بالخصائص الفيزيائية ووسائل المعلم

أ - الخصائص الفيزيائية

إن اكثر المعايير أهمية في تقويم الكتاب هي تلك الأحكام على المحتوى الرياضى والطرق التدريسية أو التعليمية المحتواه في الكتاب . وعندما توجد عدة كتب يتضح أنها تواجه حاجاتك المعينة بخصوص المحتوى والمجالات التعليمية فإن الخصائص الفيزيائية لتلك الكتب يجب أن تقوم . مع ذلك فإن خاصية الورق والطباعة والمظهر الفيزيقي للكتاب لا يجب أن تستخدم كعوامل رئيسية في اختبار كتب الرياضيات .

١ - هل الكتب جيدة ومطبوعة على ورق جيد الخاصة ؟

٢ - هل العنوان مناسب ويستحوذ على إعجاب الطلاب ؟ (فعلى سبيل المثال كتاب معنون بالحساب العلاجي لا يكون بالكتاب الذى يمكن أن يستهوى طالباً كبيراً .

٣ - هل الصور في الكتاب عصرية (فالصادر عن أشخاص يلبسون ملابس ذات طرز قديمة) أو يقودون سيارات قديمة تشير إلى أن الكتاب بالنسبة للطلاب من نمط قديم .

٤ - هل الأشكال والصور مرتبطة بالمادة في الكتاب وهل هي ممتعة ؟ وهل تقترح أفكاراً أو أسئلة رياضية ؟

٥ - هل الكتاب جيد التنظيم ؟ وهل العناوين الرئيسية والفرعية تستخدم لتحديد أفكاراً وموضوعات عامة ؟ .

- ٦ - هل الحجم كبير بالدرجة الكافية لكي يقرأ بوساطه الطلاب ؟
- ٧ - هل أيزرت المفاهيم والمبادئ الهامة بطباعة متميزة أو في الوان مناسبة ؟
- ٨ - هل اسلوب الكتاب مناسب للطلاب الذين سيستخدمون الكتاب ؟
- ٩ - هل مستوى قراءة النص مناسب لطلابك ؟
- ١٠ - هل المعلومات من السهل تحديدها داخل النص أو في حلالها ؟
- ١١ - هل انتشرت الأمثلة وتمارين الطالب والأنشطة في ثنايا المادة النصية ؟

ب- وسائل المعلم :

هناك الكثير من الكتب الدراسية الثانوية صاحبت طبعات المعلم . وهناك أخرى بها معلومات وأجزاء خاصة مثل . اختبارات التمكن ، أهداف أداء ، فهارس ومقدمات فصول التي تعتبر مفيدة للمعلمين في تخطيط وتدریس الدروس وإذا كان للكتاب المدرسي طبعه للمعلم فإن هذه الوسائل الخاصة لابد أن تقدم باعتبارها مصادر تدريسية حينئذ فإن النص نفسه لابد أن يقدم من أجل مساعدته للمعلمين .

- ١ - هل يقدم الناشر صفات تعليمية مناسبة ومعاونة ؟
- ٢ - هل للمصادر التعليمية الخاصة مطلوبه لمعاونة النص ؟
- ٣ - هل يقدم المؤلفون إقتراحات لإستخدام الكتاب ؟
- ٤ - هل وضمت الأهداف التدريسية التعليمية من أجل المعلم ؟
- ٥ - هل يحتوي الكتاب على بيان محتوى مفصل ومقيد للمحتويات ؟
- ٦ - هل يحتوي الكتاب على فهرس كامل يُسهل استخدامه ؟
- ٧ - هل يجدد المؤلفون نوعية الطلاب الذين يكتب لهم الكتاب ؟
- ٨ - هل يقترح المؤلفون مواد معينه مثل الأفلام والألعاب والكتب لتستخدم مع الكتاب ؟
- ٩ - هل وضمت مسائل ممتعه للواجب ، مشروعات طلابية وأنشطة معملية بين مجموعات التمارين ؟
- ١٠ - هل يقترح المؤلفون مسارات بديلة لتقديم الفصول والموضوعات ؟
- ١٢ - هل قدمت وشرحت المادة حتى يمكنك أنت كمعلم فهمها ؟
- ١٣ - هل يجدد المؤلفون أين وكيف يستخدم ويُقوّم ؟
- ١٤ - هل الإختبارات المقتنه متاحه للإستخدام مع الكتاب ؟
- ١٥ - بالنسبة للمعلم الذى يدرس مقررات رياضية بمعاونة الكمبيوتر ، منها الكتاب معد للكمبيوتر وهل يحتوي على مادة معدة بالكمبيوتر لتستخدم كمصدر ؟
- ١٦ - هل الكتاب طبعه حديثه ؟
- ١٧ - هل يحتوي الكتاب على إجابات للتمرين أو هل هناك إجابات ملحقه بالكتاب ؟
- ١٨ - إذا كان هناك ملحق للإجابات فهل يحتوي على تلميحات لحل المسائل وإثبات التمارين في الكتاب المدرسي :

١٩ - هل إجراءات حل المسائل واستراتيجيات التدريس والتعلم البديلة مقترحة لموضوعات معينة .

إن مجموعة ٧٢ سؤال السابق الإشارة إليها تحت عنوانين المحتوى الرياضى ، طرق التدريس ، الخصائص الفيزيائية ووسائل المعلم ، والتي يمكن أن تستخدم للمساعدة في تقويم كتب الرياضيات قد لاتعطي كل المعايير التي تعتقد أنها مناسبة للحكم على الكتب الدراسية في الواقع إن بعضاً من ٧٢ سؤالاً قد تكون أيضاً ذات أهمية قليلة بالنسبة لك في اختيار كتاب معين لمقرر معين . وقد صممت هذه الأسئلة لكي تستخدم كدليل وليست كمقياس شامل لتقويم الكتاب . وعند انتقاء أو تقويم كتاب مدرسي لمقرر معين فقد تحتاج أن تستخدم بعض المعايير المحددة جداً والتي تعكس متطلباتك الخاصة وحاجات طلابك .

استخدام الكتب الدراسية الرياضية بفاعلية

إن الخطأ الأكثر شيوعاً في استخدام كتاب للرياضيات في تدريس مقرر هو الإعتماد الزائد على الكتاب الدراسي . إن بعض المعلمين « يدرسون الكتاب » بمعنى أنهم يكررون الشروح وأمثلة التمارين في الكتاب في دروسهم ، ويستخدمون تمارين فقط من الكتاب كتميينات واجب ، ويأخذون أسئلة اختباراتهم من الكتاب ، ولا يخرجون أبداً عن نسق الموضوع في الكتاب ، وبعض المعلمين ينظرون إلى الكتاب الدراسي كمصدر تعليمي لأنفسهم وليس كمصدر تعليمي للطلاب بالتالى فإن هؤلاء المعلمين يدرسون من الكتاب ولكن الطلاب يستخدمونه فقط لتحديد التمارين التي تعين لهم بوساطة المعلم وهناك طرق صحيحة وغير صحيحة لكل من المعلم والطلاب لإستخدام الكتب . فعند استخدام كتاب رياضيات كمصدر تدريسي يجب عل المعلمين أن يقرأوه ويفكروا في إعادة وترتيب الموضوعات وحذف بعض الموضوعات وتدریس موضوعات لم تغط في الكتاب ، ومعظم الكتب الدراسية بها عدة فصول وموضوعات كثيرة يمكن أن تدرس في نسق عديدة ويجب على المعلم أن يفكر في هل يفهم طلابه بشكل أفضل المادة إذا ماربتت بشكل مختلف عما ورد بالكتاب أم لا ؟ وبعض الكتب تحتوى على موضوعات وفصول متعددة قد تكون غير مناسبة للطلاب الأبطأ فهما ويجب أن تحذف ، وأحياناً قد يشعر المعلم إن طلابه يجب أن يدرسوا موضوعات لم تتضمن في الكتاب وقد يعد أعمالاً وأنشطة لهذه الموضوعات .

ومعظم الكتب تحتوى مادة دراسية أكثر مما يمكن للطلاب تعلمه في مقرر واحد . ويمكن الا يشعر المعلمون أنهم مضطرون لتغطية الكتاب كله . إن الموضوعات في الكتاب يجب أن تغطي بالمعدل الذى يمكن به للطلاب التمكن من الموضوعات الرياضية ويجب ألا يدفعوا لتغطية المادة بسرعة . وأحياناً يكون من المناسب الخروج عن النص للتدريس دروس لإكتشاف حل المشكلات .

والدروس العملية التي تستخدم لتوضيح وإثراء الموضوعات في الكتاب . ويمكن للكتاب ان يكون مصدراً قيماً للمادة الرياضية ولأساليب التدريس ، ولكن يجب الا يتبع بلا تفكير .

وتقريباً فإن كل معلمى الرياضيات يستخدمون الكتاب كمصدر تمارين الفصل وتعيينات الواجب للطلاب . ومن سوء الحظ فإن ذلك قد يكون الإستخدام الوحيد لكثير من الطلاب وقبل تعيين تمارين ومسائل من الكتاب يجب أن يقرأها المعلمون بعناية ويختاروا نسقا للمسائل يكون أكثر مناسبة لمساعدة كل طالب من التمكن من المهارات والمفاهيم والمبادئ المحتواه في التمارين . فعندما يعين المعلمون بشكل منتظم أول عشرين مسألة من كل المسائل ذات الأرقام الزوجية في نهاية موضوع ما فإن الطلاب دائماً سينظرون إلى الواجب كشيء يريد المعلم تنفيذه ويفشلون في رؤيه أى هدف آخر . إن التمارين يجب أن تختار وتعين حتى يبدأ الطلاب بالتمارين السهلة لهم ويتقدمون بسرعة عبر نسق من التمارين يكون أكثر صعوبة . وغير المطلوب تعيين قوائم طويلة من التمارين للطلاب الذين تمكنوا فعلا من محتوى التمارين كما أن الطلاب يحبون إذا تعينت لهم تمارين تكون متقدمه عليهم جداً وتكون صعبة على قدراتهم وخلفياتهم الرياضية . ومن المناسب إعطاء تعيينات مفتوحة النهاية مثل أكمل ٢٠ من هذه التمارين بأن تبدأ مجموعة سهلة من التمارين وتتقدم إلى مجموعة أكثر صعوبة بعد أن تتأكد من أنك تمكنت من المسائل الأكثر سهولة . ومع بعض المساعدة من قبل المعلم فإن كل طالب سوف يحل هذه التمارين التى تكون أكثر مناسبة له .

ويجب توقع أن الطلاب سيستخدمون كتبهم في الرياضيات كمصادر تعليمية ومع ذلك فإنهم يحتاجون للنصيحة والمساعدة في ذلك ويفشل طلاب كثيرون لأنهم لا يعرفون كيف يستخدمونها وفي بداية كل مقرر يجب أن يقضى المعلم حصه في تقويم الطلاب للكتاب وشرح كيفية استخدامه ويجب أن يعرف الطلاب كيف يستخدمون الفهرس لتحديد التعريفات والأمثلة والنظريات والبراهين في الكتاب . ويستخدم كثير من ناشرى الكتب أشكال متعددة وألوان وأساليب طباعه لإبراز نوعيات الموضوعات الرياضية المختلفة . ويجب أن يتضح للطلاب كيف بنظرة سريعه عبر فصل ما وتحديد الموضوعات الكبرى ؟ وكيف يجدون شروح المفاهيم والمبادئ الرياضية وكيف يلخصون الموضوعات والقضول ولا بد من جعل الطلاب يمارسون استخدام الفهرس لتحديد المفردات في الكتاب واختيار موضوع ما ، وأن يكتبوا ملخصاً مختصراً يحتوى على الأفكار الرئيسية ، ويتصفحون الفصول المتعددة لكي يألفوا شكل الكتاب والتنظيم للمعرفه داخل كل فصل .

وكثير من المعلمين يحاولون تشجيع الطلاب على قراءة كتبهم خلال المقرر وذلك بان يعينوا لهم أجزاء للقراءة ، ومع ذلك فإن تعيينات القراءة يجب أن تعالج من قبل المعلم بطريقة تجعل الطلاب واعين بقيمتها . وعندما يعلم الطلاب أن المعلم سيتجاهل تعيينات القراءة ويكرر اعاده المعنيه في الفصل فإنهم من غير المحتمل أن يعطوا إهتماماً كبيراً لمثل هذا الواجب ولتشجيع الطلاب على القراءة والدرس للكتب ، يجب على المعلمين أن يعطوا تعيينات للقراءة تتطلب أنشطة يتحم عملها بالورقة والقلم ويجب أن يؤسسوا كل درس على ماسبق .

وعندما تم عملية القراءة للكتاب ودراسة تعيينات الواجب يجب أن يُخبر الطلاب من المعلمين أن يطرخوا أسئلة أثناء القراءة ويأخذوا ملحوظات على التعريفات والمفاهيم والمبادئ والأمثلة والتي لا بد

أن تتضح وأن يستخدموا القلم والورق في دراسة أمثلة التمارين في الكتاب . إن كل جزءاً من كل تعيين للقراءة والتمارين المتعددة المؤسسة على القراءات لابد أن يتعين . وعندما يحاول الطلاب حل مجموعة من الأسئلة (المسائل) فإنهم سوف يرون ان هناك حاجة للقراءة وتحليل وتقويم شروح الكتاب والأمثلة بعناية أكثر . وإذا أتبع هذه الإجراءات فإن الطلاب سوف يتعلمون بسرعة أن يقوموا الكتاب كمصدر تدريس وسوف يميلون إلى الإثارة إلى الكتاب أو اللجوء إليه عندما يحاولون حل تمرين . وبالتالي فإن الطلاب سوف يستخدمون كتبهم كمصادر للمعلومات لمساعدة شروح المعلم ، ويمكن للمعلم أن يبنى على هذه الشروح والأمثلة في الكتاب بدلاً من تكرارها في الحصص . وهكذا فإن الطلاب سوف يرون تنوعاً أكبر من الأمثلة (للمعلم وللكتاب) . وإن المعلم يمكن أن يقدم المفاهيم والمبادئ من خلال إعادة أوجه التقديم التي توضح المفاهيم والمبادئ الموجودة في الكتاب المدرسي .

ثانياً : إنتقاء وإستخدام وسائل التعليم والتعلم في الرياضيات

هناك أنماط مختلفة من مصادر التعليم/ التعلم المتنوعة والتي سبق الإشارة إليها في الفصول السابقة . وكما علمنا من هذه الفصول أن هذه المصادر يجب أن تلعب دوراً هاماً أثناء الدور الوظيفي للمعلم حيث أنها تستخدم بطريقة مستمرة داخل حجرة الدراسة في تدريس الرياضيات .

إن معلم الرياضيات يجب أن يكون مكتبة صغيرة خاصة بالمراجع في الرياضيات ، تدريس الرياضيات ، وأن يجمع أكبر قدر ممكن من النماذج الرياضية ، الألعاب ، الوسائل السمعية البصرية ومعينات عمليات التعليم ، التعلم بطريقة دورية ومنظمة ومعظم المدارس لها على الأقل مكتبة صغيرة تحتوي على ركن للرياضيات به مراجع الرياضيات . وكثير من المجالات العلمية في تدريس الرياضيات التي يمكن من خلالها التعرف على الوسائل التعليمية في الرياضيات المجانية أو رخيصة الثمن وبعض الطلاب يستمتعون ببناء النماذج ، والأشكال ، والتوضيحات كمشروعات رياضية ، هذه المشروعات التي تعتبر بدورها وسيلة تعلم/ تعلم جيدة . وعلى سبيل المثال يمكن أن تستخدم مواد البناء وبعض الأجهزة كمواد لتشجيع الابتكار في الرياضيات . إن التخطيط للدرس أبتكارى وانشطة معملية وحل لبعض المشكلات تعين على استخدام بعض مصادر التعلم اللازمة في عملية التدريس وعند شراء الوسائل اللازمة لتعلم الرياضيات داخل حجرة الدراسة يجب مراعاة أربعة أساسيات :-

أولها : هناك ارتباط قليل « اذا وجد » بين تكلفة المصدر وفعاليته كوسيلة في عملية التعليم والتعلم . وفي بعض الأحيان تؤدي اللوحة المعلقة في الفصل نفس التأثير التعليمي الذي يؤديه فيلم سمعي بصري تكلفته ٥٠٠ جنيه لتعليم المفاهيم والاساسيات الرياضية . وثانيها : قبل شراء مصدر غال باهظ الثمن اقرأ وقوم الإعلان عن هذا المصدر هل هذا الاعلان يصف هذه الوسيلة وصفاً كافياً بحيث يمكنك معرفة كيفية استخدامها في حجرة الدراسة أم لا ؟ هل الأهداف المعرفية والوجدانية المرادة من

استخدامه ظاهرة وواضحة أم لا ؟ هل الجهاز معقد جداً بحيث لا يمكن استخدامه من قبل الطلاب أم لا ؟ هل هذه الوسيلة مأمونة الاستخدام من قبل الطلاب أم لا ؟ هل سعرها مناسب أم لا ؟ كثير من الوسائل التعليمية الغالية الثمن مثل الأفلام والألعاب يمكن الحصول عليها وتجربتها وتقييمها قبل الاستخدام ، فيما أن تسترجع وترد إلى الموزع ، أو يتم شراؤها وتبقى في المدرسة .

ثالثها : والأساس الثالث لشراء المصادر هو أن تكون قائمة هذه المصادر جاهزة وأمر الشراء مكتملاً . وعندما تكون الاعتمادات المالية جاهزة ومتاحة في مدرسة ما ، فإن المدرس الذي يعرف ما يريد ؟ وماذا يحتاج ؟ وماذا سيستخدم ؟ وأين سيتم الشراء ؟ فإنه يجب أن يشارك في صرف هذه الاعتمادات المالية من أجل فصوله التي يقوم بتدريسها . رابعها : وبعد أن تشتري المدرسة كل الوسائل الرياضية المطلوبة لفصلك كمعلم ، فعليك استخدامها ، وتقييمها ، واكتب تقرير حول هذه الأدوات والوسائل ليرفع إلى مدير المدرسة وتحتوى مجلات تدريس الرياضيات على أفكار لعمل مواد التعلم في حجرة الدراسة ، ومراجعة وتقييم المواد الجديدة ، ومعلومات عن موزعي هذه المواد .

ثالثاً : تعيين وتقييم الواجبات المنزلية

يفترض كثير من معلمى الرياضيات أن الواجب الدراسى يجب أن يكون جزءاً متكاملاً مع بقية أجزاء مقرر الرياضيات وأن يعينون الواجب الدراسى لطلابهم بشكل منتظم وفي بعض المدارس تتطلب السياسة الادارية من المعلمين أن يعينوا الواجب للطلاب وهناك قليل من المدارس لا تتطلب سياسات خاصة بالواجب الدراسى . ويفضل معظم الطلاب الا يعين لهم واجب دراسى ولكن يشعر كثير من أولياء الأمور أن المعلمين الذين لا يعطون واجباً دراسياً يقصرون في مسؤولياتهم نحو الطلاب . وهناك عدم اتفاق بين المعلمين حول قيمة الواجب الدراسى بالرغم من أن معظم معلمى الرياضيات يعتقدون أن الواجب الدراسى يعتبر نشاطاً ضرورياً في تعلم الرياضيات .

بالرغم من أنه قد ظهر قليل من المقالات عن قيمة الواجب الدراسى في دوريات البحث التربوى الا أنه قد تم تنفيذ قدر قليل من الدراسات والبحوث التى تناولت قيمة الواجب الدراسى كما أن نتائجها تعتبر غير شاملة وقد أشارت بعض الدراسات أن تكملة الواجبات المعينة لها تأثيرات موجبة على درجات اختبارات الطلاب بينما لم تجد دراسات أخرى فروقاً دالة بين نتائج اختبار الطلاب الذين تعين لهم واجباً دراسياً وبين من لم يتعين لهم واجبات .

هناك عدة عوامل قد تكون السبب في هذه النتائج غير الشاملة والمتعلقة بقيمة الواجب . أولها طبيعة تعيينات الواجب التى تعطى للطلاب من المحتمل أن تؤثر على مقاييس هذه القيمة لعمل الواجب .

إن التمارين الروتينية والمنتقاه بطريقة سيفة والتي تعين بسبب الواجبات التى تعطى قد تكون لها قيمة قليلة بالنسبة للطلاب . وثانياً : فإن اتجاهات الطلاب نحو الواجب ومعالجة المعلمين للواجب قد

تكون من العوامل التي تحدد قيمته وإن لم ينظر الطلاب للواجب على أنه نشاط له معنى وله فائدة فإن عمل الواجب قد تكون له تأثير قليل على التعلم . وأيضاً فإن المعلمين الذين يكون لهم أو لديهم اتجاه عرضي نحو تعيين وتجميع وتقييم الواجب قد يؤثرون بطريقة غير مقصودة في طلابهم بحيث يجعلونهم ينظرون إلى الواجب الدراسي بطريقة مشابهة . وثالثاً فإن مادام لم يتعين متى وكيف وبوساطة من يتم عمل تعيين الواجب خارج نطاق التحكم المباشر للمعلمين فإنه ليس هناك ضمان لدى المعلمين يضمن لهم أن الطلاب سوف يوجهون اهتماماً كافياً إلى الواجب الدراسي .

تخطيط وإعداد التعيينات

أهداف الواجب المدرسي :

هناك عدة طرق لجعل الواجب ذو معنى بالنسبة للطلاب وذلك بالنسبة للمعلم الذي يعتقد أن الواجب يعتبر نشاطاً ذا قيمة للطلاب في تعلم الرياضيات . الأمر الذي نأمل أن يكون له تأثير موجب وذو مغزى في تعلم الرياضيات فيجب أن تعطى للتعيينات في الواجب نفس الاهتمام في تخطيط الدرس كبقية أنشطة التخطيط الأخرى وعندما تتضمن تعيينات الواجب في مقررات الرياضيات لا بد أن تكون جزءاً متكاملًا من استراتيجيات التعليم/ التعلم وما بعد أنشطة التقويم والقياس كما يجب أن تختار طبقاً لأهداف تعلم محددة .

وعلى وجه التقريب فإن كل الأهداف المعرفية المحددة التي توضع لكل درس يمكن مواجهتها جزئياً من خلال تعيينات الواجب . ويتفق معظم معلمى الرياضيات في أن المهارات الرياضية يمكن تعلمها فقط من خلال الممارسة ، وأن الضغوط لتغطية المادة في فترات الدراسة المحددة قد لا تسمح بالوقت الكافي في الفصل للطلاب لممارسة المهارات التي تقدم بوساطة المعلم . وبالتالي فإن إحدى الطرق لتحسين معرفة الطلاب وفهمهم وقدرتهم على استخدام المهارات الرياضية هو أن نطلب منهم أن يمارسوا هذه المهارات وذلك بعمل تعيينات الواجب . كما أن ممارسة وتطبيق المهارات من خلال تعيينات الواجب يمكن أن تحسن أيضاً من استيعاب الطلاب لهذه المهارات . إن الطلاب يمكن أن يمارسوا التحليل والتركيب والتقويم للمفاهيم الرياضية والمبادئ الرياضية وذلك بأن يكملوا تعيينات واجب معدة اعداد دقيقاً . ويستخدم كثير من المعلمين تعيينات الواجب كطريقة للتأكد من أن الطلاب سوف يراجعون موضوعات ووحدات في الرياضيات أثناء الاعداد للإمتحانات والاختبارات والأنواع الأخرى للتقويم . ويمكن أيضاً أن تستخدم تعيينات الواجب كتنظيمات مبدئية لإعداد الطلاب لمفاهيم ومبادئ جديدة سوف تقدم في الفصل في اليوم التالي وبما أن جزءاً كبيراً من زمن الدراسة لا بد أن يستغل في تقديم مادة جديدة ومساعدة الطلاب فيما يتعلق بمشكلات التعلم الفردية ، فإن قليلاً من الوقت قد يتاح في الفصل للأنشطة العملية والتي قد تحسن دافعية الطالب والتي تتطلب عامة فقط مثل الأقلام ، الورق ، كارت ، مقص ، يمكن أن تكمل كواجبات

دراسية . ولكن هناك بعض المهام التي تتضمن اعداد ممثلات ملموسة لمفاهيم ومبادئ رياضية مجردة يمكن أن تنفذ من خلال تعيينات الواجب .

وبالنسبة للواجب الدراسي فإنه يمكن بل يجب أن يستخدم كأداة تشخيصية ففى أثناء فترة دراسية حيث يجب على المعلم أن يدرس لـ ٢٠ أو أكثر من الطلاب تلقائياً فإن هناك القليل من الوقت متاح لقياس ومساعدة الطلاب فرادى . وعن طريق قياس وتقييم الواجب الأمر الذى يتطلب من الطلاب أن يمارسوا ويطبّقوا الموضوعات الرياضية الجديدة ، فإن المعلم يمكن أن يحصل على عينة من أداء كل طالب ويمكن أن يستخدمها فى تشخيص صعوبات تعلم فردية ويستخدم معلوم كثير من لفصول كثيرة الواجب الدراسي كأداة أولية للتقويم الفردى للطلاب على أساس عمل يوم بيوم ويمكن للمعلمين أن يستغلوا وقت فراغهم بعد الدراسة لقراءة أوراق واجبات الطلاب وأن يكتبوا تعليقاتهم وأقترحاتهم وتصحيحاتهم على أوراق الطلاب وبهذه الطريقة يتلقى الطلاب كثيراً من الاهتمام الفردى الذى يحتاجونه ولكن لا يستطيع المعلمون أن يقدمونه أثناء الحصص الدراسية .

أنواع تعيينات الواجب :

يمكن أن نصنف تعيينات الواجب للطلاب طبقاً لعاملين اثنين - أنشطة التعليم والتعلم التى يستخدمها الطلاب فى تكملة التعيينات ودرجة الالفة التى تكون لدى الطلاب بالمادة التى تغطيها التعيينات . إن تعيينات الواجب والتى تتضمن كثير من الأنشطة التدريسية والتعليمية التالية يمكن أن تعد بوساطة معلمى الرياضيات وتكمل بوساطة الطلاب هى :

- ١ - كثير من التعيينات التى تعطى بوساطة معلمى رياضيات تعتبر تمارين بغرض أو من أجل الممارسة والتطبيق للمهارات والمفاهيم والمبادئ .
- ٢ - أحياناً يجب أن نبني الواجبات الدراسية من أجل أن الطلاب سوف يكتشفون المبادئ الرياضية أثناء تكميلهم للأنشطة المحددة من قبل المعلم .
- ٣ - اذا كان برهنة النظرية وحل المسائل يمكن أن يتم فى أفضل حالاته أحياناً من خلال التأمل الفردى فإن كثيراً من المعلمين يعطون نظريات ومسائل كواجب .
- ٤ - دمج الأنشطة العملية فى تعيينات الواجب قد سبق ذكره آنفاً .
- ٥ - واجبات قرائية من اجل الإضافة واثراء المادة المحتواه فى الكتاب المقرر والحصص الدراسية دائماً ماتقدم كواجب .
- ٦ - هناك مشروعات خاصة طويلة الأمد مثل تصميم وبناء نماذج رياضية ، وجمع وتحليل المعلومات ، وكتابة تقارير على أساس من قراءات مكتبية أحياناً تعطى كواجبات .
- ٧ - هناك بعض التعيينات تبنى بإعتبارها تنظيمات مبدئية لتقديم الطلاب إلى موضوعات رياضية غير مألوفة سوف تعطى فى لقاءات فصلية تالية .

٨ - تخطط تعيينات أخرى لمساعدة الطلاب في تنظيم وتركيب وتقويم مجموعات (فئات) من الأفكار والموضوعات الرياضية وفيما يتعلق أو يتصل بألفة الطلاب بالمادة فإن محتوى الرياضيات المتضمن في تعيينات الواجب قد يكون الحالى الذى يدرس في الحصص (موضوعات كمرجعة موضوعات) وقد يكون الموضوع الحالى الذى يدرس في الحصص (موضوعات حالية) أو موضوعات تالية غير مألوفة لم تقدم بعد في الفصل (موضوعات غير مألوفة) . وبالتالي فإن الطلاب قد يعطون واجبات تحتوي على أى من المزيج التالى من الموضوعات : -

- ١ - كل الموضوعات تعتبر موضوعات مراجعة .
- ٢ - كل الموضوعات تعتبر موضوعات حالية (محل دراسة) .
- ٣ - كل الموضوعات تعتبر موضوعات غير مألوفة
- ٤ - كلاً من موضوعات المراجعة والموضوعات الحالية متضمنة في التعيينات .
- ٥ - كلاً من الموضوعات الحالية والموضوعات غير المألوفة محتواه في التعيينات .
- ٦ - كلاً من موضوعات المراجعة والموضوعات غير المألوفة متضمنة في الواجب .
- ٧ - كل الموضوعات الثلاثة : المراجعة ، الحالية ، والغير مألوفة تعتبر جزءاً من تعيينات الواجب .

ويعتمد اختيار أى من هذه المجموعات السبع من الموضوعات لكى تتضمن في تعيين الواجب على تفضيل المعلم وغرض الواجب . ان تعيينات الواجب التى تحتوي على كل موضوعات المراجعة عادة ماتعطى للطلاب لإعدادهم لاختبار وحدة أو الامتحان النهائى أو لتوجيه انتباههم للموضوعات الرياضية المطلوبة والتي سوف يحتاج إليها في تعلم موضوعات جديدة . أما التعيينات المقصورة على الموضوعات الحالية فإنها تستخدم لاعطاء الطلاب ممارسة في تحليل وتركيب وتقويم الموضوعات الرياضية والتي تعطى خلال حصص الدراسة وهدف هذه التعيينات هو مساعدة الطلاب في تعلم واستيعاب الحقائق والمهارات والمفاهيم والمبادئ التى تقدم آنيا بواسطة المعلم . ويفضل كثير من المعلمين أن يألف الطلاب أولاً الموضوعات الجديدة وذلك عن طريق قراءتها أو القراءة عنها في الكتاب الدراسى ودراستها بشكل مستقل قبل أن تقدم أو تُناقش في الفصل وفي هذه الحالة فإن الأنشطة الخاصة بإعداد الطلاب لتعلم موضوعات غير مألوفة تعطى كتعيينات واجب وتعين ازواج من موضوعات المراجعة والموضوعات الآتية والموضوعات الغير مألوفة كواجب وذلك من أجل تأكيد الطبيعة المتسلسلة للرياضيات والتفاعل بين الموضوعات وبناء النظم الرياضية . إن ربط موضوعات المراجعة والموضوعات الحالية في تعيينات الواجب قد يقرر من الموضوعات الرياضية السابق تعلمها ويبرز علاقاتها وتطبيقاتها في الموضوعات الحالية التى تدرس في الفصل .

وعادة ماتربط الموضوعات الحالية والموضوعات الغير مألوفة في التعيينات التى تصمم لمساعدة الطلاب في استخدام واثراء الأفكار المألوفة في عمل اكتشافات لمفاهيم ومبادئ رياضية . وإذا كانت موضوعات المراجعة قد تنسى من قبل الطلاب فإن هناك بعض المخاطرة في خلط موضوعات المراجعة

بموضوعات غير مألوفة على أمل جعل الطلاب يكتشفون مفاهيم ومبادئ جديدة . وفي معظم الحالات فإنه من المناسب تجنب اعطاء الواجبات التي تتضمن خليط بحث من موضوعات المراجعة والموضوعات غير المألوفة . إن الاحباط والاضطراب المترتب عن محاولة اكتشاف الجديد أثناء استرجاع القديم قد يكون له تأثير سلبي على اتجاهات الطلاب نحو مقرر الرياضيات ومن المحتمل أن معظم الارتباطات الفعالة للموضوعات بفرض توضيح الطبيعة الهرمية للرياضيات لا بد أن تتضمن مزيج من موضوعات المراجعة والموضوعات الحالية والموضوعات الغير مألوفة في كل واجب .

وكثير من كبار المعلمين يؤكدون دائماً على معالجة درس الأمس ودرس اليوم ودرس الغد سوياً في تعيين واجب اليوم ولا يبرز ذلك الاجراء الطبيعة المتسلسلة للرياضيات فقط بل أيضاً يعتبر ذلك أسلوباً تعليمياً وتدريبياً جيداً . ففى كل تعيين للواجب فإن الطلاب يراجعون ويفرزون الأفكار السابق تعلمها تلقائياً ويستوعبون المادة الحالية التي يدرسون . ويعدون للمادة الجديدة بأسلوب تنظيمى مقدماً إلى حدما .

إن هذا الربط لموضوعات المراجعة والحالية والغير مألوفة في تعيين الواجب يعتبر طريقة ممتازة لمساعدة الطلاب بشكل ذو معنى في استيعاب وتكليف مجموعة متنوعة من الموضوعات الرياضية في صيفهم المعرفية .

اعطاء تعيينات الواجب للطلاب

كيف يمكن عمل تعيين واجب :

هناك طرقاً صحيحة وغير صحيحة لاعطاء واجبات للطلاب أثناء الحصة الدراسية فهناك بعض المدرسين ينظرون إلى أن يعلن الجرس انتهاء الحصة ويخطفون كتبهم وباستعجال يبحث عن صفحة تمارين في الكتاب ويمر عليه بنظرة سريعة وباختصار وفي الوقت الذي يتجه فيه للخروج يقول « اعملوا المسائل ذات الأرقام الفردية » ليس من المستغرب أن نرى طلاب هؤلاء المعلمين يعطون اهتماماً قليلاً للواجبات وعندما يوضح المعلم للطلاب من خلال اعدادته واجراءاته لتعيين وتقييم الواجب . كيف أن تعيين الواجب يعد أمراً هاماً في تعلم الرياضيات فإن هؤلاء الطلاب يحتمل أن يؤثر فيهم اتجاه المعلم نحو الواجب وهم يقومون بتكلمته ويمكن استخدام النسق التالى من الخطوات لاعطاء تعيينات الواجب كمؤشرات (ارشادات للمعلم) :-

- ١ - قبل عمل التعيينات تأكد أنك جذبت انتباه كل طالب .
- ٢ - اعط دائماً سبب (أوحدد أهداف) للواجب .
- ٣ - اعط شروحات دقيقة لما يجب اتباعه في تكملة الواجب .
- ٤ - اخبر الطلاب عندما يتعين عمل الواجب أى الصيغ تستخدم في كتابته .
- ٥ - اسمح بالوقت في الفصل لاجابة أسئلة الطلاب حول الواجب .

ولعمل التوضيحات المناسبة والتغيرات الضرورية إن القائمة التالية من الاستراتيجيات والأنشطة الخاصة التي يجب أن تدرس عند عمل واجبات يمكن أن تستخدم كمجموعة من الاقتراحات للواجبات . وقد تحتاج إلى الاستعانة ببعض هذه الاقتراحات كجزء من كل واجب بينما قد تكون الأخرى مناسبة فقط لأنواع معينة من الواجب تلك هي :

- ١ - لانتدفع في الواجب ، خطط الوقت في بداية ووسط ونهاية الحصة لكي تنفذ الواجب وتناقشة مع الطلاب في الفصل .
- ٢ - شجع الطلاب على طرح أسئلة حول الواجب .
- ٣ - ضم التمارين والأنشطة في بداية كل واجب يمكن أن يكتمل بنجاح بواسطة كل طالب . وإذا لم يستطع طالب أن يحل أول مسألة فقد لا يحاول حل أى مسألة أخرى .
- ٤ - اعط حلولاً لبعض من التمارين المعينة حتى يكون لدى التلاميذ مجموعة من المراجع لعملهم .
- ٥ - اعط لمحات واقتراحات للأنشطة والتمارين الأكثر صعوبة .
- ٦ - اجعل الطلاب يبدأون كل واجب أثناء الحصة . فإن هذا الإجراء يسمح لكل طالب بأن يبدأ وأيضاً يسمح لك بتحديد الصعوبات التي قد تكون لدى طلاب معينين في الواجب .
- ٧ - تجنب إعطاء كل تمارين الممارسة والتدريب والأنشطة الروتينية الأخرى كواجبات ولاحظ أن الالعب المسلية والالغاز والأنشطة العملية يجب أن تتضمن في الواجب .
- ٨ - اعط بعض الواجبات المفتوحة النهاية حيث يختار الطلاب المسائل والتمارين والأنشطة الأخرى من قوائم من أعمال مقترحة .
- ٩ - اسمح للفصل كله ولطلابهم فرادى بإقتراح بعض واجباتهم الخاصة .
- ١٠ - بعض الواجبات يمكن أن تكون اختيارية لطلاب معينين .
- ١١ - اعط واجبات مختلفة للطلاب طبقاً لقدراتهم ومستويات تمكثهم من المادة الرياضية السابقة .
- ١٢ - أحيانا قد يسمح للطلاب أو يشجعوا على عمل واجبات في شكل ثنائيات أو جماعات صغيرة .
- ١٣ - حاول تشجيع الاشتراك المتساوى في العمل الجماعى في الواجبات .
- ١٤ - اعط بعض الواجبات التي سوف يجدها الطلاب هامة بالقدر الكافى للمشاركة فيها مع آباؤهم .

تقويم وتقدير الواجب :

بغض النظر عن كيفية اعداد التعيينات وإلى أى مدى قد نفذها الطلاب بأمانة فإن مميزاتها الكلية لا تتحقق إن لم يقوم المعلم بعناية عمل الطلاب في الواجبات ببحثه عن نماذج الأخطاء ومشكلات

تعليمية محددة . ولأنه من المعتاد أن يدرس المعلم خمسة أو ستة فصول (من ٢٠ إلى ٤٠ طالب) كل يوم فقد لا يكون من الممكن تقويم مجموعة من أوراق الواجب لكل فصل كل يوم .

وعادة ما يكون من الأفضل إعطاء واجبات يومية قصيرة وتقوم أوراق الطلاب كل يوم وذلك بقراءة والتعليق بشكل انتقائي على نشاط واحد أو تمرين واحد على الأقل يكون ممثلاً لنوع من المسائل وبهذه الطريقة فإنه يمكن إيجاد نماذج الأخطاء وتصحيحها قبل أن تفرز بسبب الاستخدام المتكرر . وأحياناً ما يناقش المصلحون تعيينات الواجب في الفصل في اليوم الذى يتعين عملها فيه ويقوم الطلاب بعملهم الخاص ويكتشفون ويصححون أخطاءهم أثناء المناقشة ويسمح هذا الاجراء للمعلم بأن يعطى مساعدة فردية لهؤلاء الطلاب الذين يكون لديهم مشكلات خطيرة . إن تقويم المعلم لعمل الطلاب في واجباتهم يخدم أيضاً كتقويم لفاعلية استراتيجياته في التعليم والتعلم . إن الحقيقة في أن معظم الطلاب لديهم متاعب بخصوص واجب معين تشير إلى أنهم اما أن يكونوا قد فشلوا في التمكن من المتطلبات أو أن موضوع الواجب يجب أن يدرس مرة أخرى باستخدام استراتيجية مختلفة أو بمستوى أقل من التجريد وايا ما كان سبب الصعوبة التى تكون لدى الطلاب في الموضوع ، فإنه يعتبر انتاجاً عكسياً أن يستمر أو ينتقل الطلاب لموضوعات جديدة حتى يفهموا المادة الحالية .

وبالرغم من أن الأسباب الرئيسية التى يعطيها المعلمون لتعيين الواجب هى أنه يساعد الطلاب في تعلم الرياضيات ويعطى معلومات للمعلم عن مدى تمكن الطالب من المادة فإن كثيراً من المعلمين يستخدمون الواجب جزئياً لتحديد مستويات الطلاب .

ويشعر بعض المعلمين أن هذه المستويات تعطى حافزاً للطلاب لعمل الواجبات وانهم قد يكون لديهم مبرراً ملموساً لعمل الواجب في غياب هذا النظام من المكافأة والعقاب . وحتى التهديد بالمستويات الدنيا سوف لايسبب أن يؤدي بعض الطلاب الواجب ومن المأمول فيه أن بعض الطلاب سوف يتعلمون تقييم الواجب فيما يتعلق باسهاماته الداخلية في التعلم . وفي حين أن المستويات يمكن أن تكون حافزاً فعلاً لعمل الواجب فإن التشجيع والمزايا الخاصة يمكن أن تستخدم لحفز الطلاب على عمل واجباتهم وإذا اتبعت الخطوات لتعيين الواجب وقائمة الاعتبارات الخاصة في عمل التعيينات التى اعطت سابقاً فقد لا يكون من الضروري استخدام نظم مكافأة خارجية دقيقة لحفز الطلاب على عمل الواجب . ومهما كانت النتائج الداخلية والخارجية المترتبة على عمل الواجب يجب أن يكافأ الطلاب على محاولة عمل الواجب ويجب إلا يعاقبوا بسبب الوقوع في أخطاء نتيجة عملهم .

وهذه الأخطاء وإن كانت غير مرغوبة فإنها تعطى معلومات للمعلم والطالب عن طبقة وسبب الصعوبات عند تعلم الرياضيات وعند تضخم الواجبات في مقرر الرياضيات فيجب أن يكون المعلمون قادرين على تبرير واجباتهم للطلاب وأولياء الأمور ومديرى المدارس . وبما أن معظم أولياء الأمور يقيمون الواجب لأطفالهم فإنهم سوف يتجهون إلى المساعدة في أعطائك واجباً هاماً ومفيداً بالنسبة لأطفالهم وسوف يشجعون أطفالهم في تكميل واجبات الرياضيات ومع ذلك فإنه من

المناسب أن نذكر أن أولياء الأمور قد يكونوا تعلموا بطرق مختلفة كيفية حل المسائل الرياضية غير التي تدرسها لأطفالك ، وبالتالي فإن قليلاً من الدبلوماسية قد تكون ضرورية عندما تقوم واجب الطلاب الذي نفذ بمساعدة أولياء أمورهم .

فبدلاً من أن تقول « طريقة والدك خاطئة » قد يكون من الأفضل أن تقول « هنا طرقاً عديدة لمعالجة معظم المسائل وأنا أفضل أن تتعلم كيف تعالج هذه المسائل باستخدام هذه الطريقة .

رابعاً : تطوير استراتيجيات جيدة للسؤال داخل حجرة الدراسة

واحد من أهم الأنشطة في تعلم . وتعلم الرياضيات هو تقديم السؤال ولقد تناولنا في فصل سابق توضيح كيفية تكوين وبناء السؤال للإستخدام في تقويم نجاح الطلاب وفي مدى تحقق الأهداف المعرفية والوجدانية . وفي كل من الفصلين السابقين من هذا الكتاب نجد أن أهمية تقديم السؤال الجيد قد تأكدت عن طريق الإكتشاف ، برهنة النظرية ، نماذج التعليم / التعلم بالإستقصاء وفي الحقيقة فإن توجيه السؤال يعتبر بمثابة نشاط مركزي في معظم استراتيجيات وتقويم التعليم والتعلم وقد أكدت كتب جورج بوليا George poly في حل المشكلات والإكتشاف الرياضى عن إستراتيجية توجيه السؤال في تعلم الرياضيات وكذلك في كونها مصدر جيد في تقديم استراتيجية السؤال الجيد لكل من المعلم والتلميذ أثناء دراسة الرياضيات .

أهداف استراتيجية توجيه السؤال في حجرة الدراسة

إن إستراتيجية توجيه السؤال يمكن أن تكون خير معين في مواجهة أهداف التعلم المتنوعة سواء في حالة التعلم الفردي أو الجمعي .

إن أنشطة التعلم الجمعي تشتمل على المناقشات ، والإستقصاءات ، والأنشطة العملية التي تتطلب تفاعل طالب مع طالب وتفاعل طالب مع المعلم في شكل اسئلة وأجوبة وحتى تصل مجموعة ما لحل مسألة أو إلى اتفاق جماعي ، فإن الأفراد في هذه المجموعة يجب عليهم إعادة حل القضايا العامة المتعلقة بالإجراءات والإستراتيجيات والإجابة على أسئلة رياضية خاصة مرتبطه بموضوع القضية المطروحة للمناقشة .

إن معظم برامج التعليم الفردي تتطلب قياساً قليلاً لتحديد مستوى إتقان الطالب في الموضوعات الرياضية الأساسية ، وقياساً بعدياً لمعرفة مدى تقدم الطالب في البرنامج وفقاً لأهداف نوعية معينه للتعلم . كل هذه القياسات تنفذ عن طريق تقديم الأسئلة ، إما بصورة شفوية أو بصورة تحريرية ، وإذا كانت هناك رغبة في تنمية مستريات عليا من الأهداف المعرفية والوجدانية فإن استراتيجية تقديم السؤال ذات المستوى الأعلى يجب أن تستخدم في قياس نجاح التلاميذ لتحقيق هذه الأهداف .

وتعلم الرياضيات ، فإن الطلاب يجب أن يأخذوا دروساً فعلاً في عمليات التعلم والتعليم . إن الأسئلة التي يصيغها المعلم يمكن أن تشجع الطلاب على المشاركة في المناقشة داخل حجرة الدراسة وأنشطتها ، ويمكن أن تساعد الطلاب في الشعور بأن لهم دور هام ومتكامل في حجرة الدراسة . وإحدى أهم المشكلات المشتركة أن المعلمين عند تقديمهم للموضوعات الرياضية لفصول كبيرة من الطلاب يعانون من عدم انتباه الطلاب إليهم . إن المعلم الموجه للسؤال والإجابة والمناقشة يمكن أن يشجع الطلاب وذلك بأن يبين طلابه إلى الأهداف التعليمية والأنشطة التي يقدمها المعلم أما استراتيجية السؤال التي تأتي على صورة العاب أو الغاز وأنشطة إكتشافية أيضاً فإنها تجعل الرياضيات أكثر فاعلية وممتعة مما يزيد بدوره من دافعية الطالب نحو تعلم الرياضيات كثير من المعلمين الذين يستخدمون تداول السؤال والإجابة بطريقة فعالة جداً لمراجعة الموضوعات والوحدات يعد تعلمها . وقد تستخدم تداولات المراجعة هذه لإعداد الطلاب للإختيارات أو لتأكد من إتقان الأساسيات المتطلب معرفتها قبل البداية في وحدة جديدة وإذا أعطى المعلم العناية الكافية لتنمية السؤال الجيد بحيث يشرك كل تلميذ في توجيه وإجابة الأسئلة ، ويشجع المناقشة داخل الفصل ، فإن استراتيجية توجيه السؤال يمكن أن تكون ذات إجراءات جيدة لمراجعة الموضوعات الرياضية .

استراتيجيات السؤال تستخدم كذلك في تقديم ومناقشة موضوعات جديدة . فالحقائق ، المهارات ، المفاهيم ، الأساسيات والتعميمات الرياضية يمكن تعلمها من خلال استخدام أسلوب أسئلة ملائم . ومع ذلك ، فإن مؤشرات البحث تدل على أن معظم المعلمين يؤكدون على معرفة الحقائق في أسئلتهم ولا يعطون اهتماماً كافياً للأهداف ذات المستوى الأعلى مثل التحليل والتركيب والتطبيق والتقييم للمفاهيم والأساسيات إن الأسئلة التي تعكس كل من المستويات الست لتصنيف بلوم للأهداف المعرفية - المعرفة ، وإدراك ، والتطبيق ، والتحليل والتركيب ، والتقييم يجب أن تسهم في تعليم الرياضيات وتقييم تعلمها .

إن الاسئلة التي تبنى على الجوانب الوجدانية من الأهداف التربوية وهي الإهتمام أو الإنتباه ، والإستجابة ، والقيمة ، والتنظيم ، والتمييز بين القيم المختلفة يجب أن تستخدم في تدريس الرياضيات .

إن استراتيجية جيدة للسؤال من الحتم استخدامها في نماذج الاكتشاف ، والإستقصاء ، وحل المشكلات ، ويرهنة النظرية في تدريس الرياضيات .

ويجب أن يستخدم المعلم أسلوب الأسئلة لتشخيص صعوبات التعلم ولتقويم إتقان الطالب للمحتوى الرياضى . والأسئلة مثل التي سنعرض لها بعد قليل ، يمكن أن تساعد المعلم في التعرف على ماإذا كان الطالب قد اكتسب المهارات ، والمفاهيم ، والأساسيات الرياضيه وصار قادراً على استخدامها في تطبيقات متنوعة أم أنه لم يصل إلى هذا المستوى بعد .

- لماذا تضع العوامل (س - ٤) ، (س + ٢) [(x - 4) and (x + 2)] مساوية للصفر عند حلنا للمعادلة (س - ٤)(س + ٢) = صفر ؟ [(x - 4)(x + 2) = 0?]
- لماذا يكون حاصل ضرب عددين ساليين عدد موجب ؟
- في أى استخدام يمكن استخدام الأعداد التخيلية ؟
- ما سبب برهنة النظريات في الهندسة ؟
- هل الدوال المثلثية لها استخدام آخر غير استخدامها في حل المثلثات ؟
- ماذا نعني بالمساحة في الرياضيات ؟
- ما الفرق بين الأعداد التخيلية والأعداد الصحيحة ؟

إن كل معلمى الرياضيات في المدرسة الثانوية على وجه التقريب يستخدمون استراتيجيات السؤال لتحديد مستوى الطلاب من خلال الإختبارات ، ومع ذلك فإن بعض المعلمين يستخدمون أسئلة الإختبار لقياس التعلم . ولكنهم يفشلون في استخدامها في تشخيص أنماط الأخطاء . أما إجراءات الأسئلة لتقديم عمل الطالب في الرياضيات يجب ألا تستخدم في تلخيص آدابهم فقط ، ولكن يجب أن تستخدم أيضا لمساعدتهم لتصحيح أخطائهم والتعرف عليها، وبالإضافة إلى ذلك فإن إجابات الطالب لأسئلة المعلم تخدم كوسيلة لتقويم فعالية إستراتيجيات التعليم/ التعلم المستخدمه .

أنواع الأسئلة :

إن أنواع الأسئلة التى يستخدمها المعلم والطالب داخل حجرة الدراسة هى التى ترتبط ارتباطا وثيقا بالأهداف المعرفيه والوجدانية لمادة الرياضيات وأثناء اعداد الدرس يجب على المعلم اعداد الأسئلة للطلاب كجزء من تقويمهم القبلى وتقويمهم البعدى للأنشطة ، كذلك يجب عليهم اعداد أسئلة بديلة لإستخدامها كجزء من استراتيجيات التعليم/ التعلم . وأثناء اعداد المعلم للدرسة أيضا فإنه يجب عليه أن يسأل نفسه أسئلة تتعلق بالأهداف والمحتوى الرياضى للدرس وبالتالي فإنها سوف تعينه على تدريس الدرس ، وسوف تساعد المعلمين على توقع مشكلات الطلاب فى تعلم الدرس . وأثناء إعداد الدروس أحيانا فإن معظم المعلمين يسألون أسئلة لأنفسهم حول المحتوى الرياضى للدرس ما ويجدون أنهم غير قادرين على إجابة هذه الأسئلة (الأسئلة التى قاموا بوضعها) وحدث ما مثل ذلك يجب أن يكون بمثابة تقويم لمعرفة بالموضوعات الرياضية وليأخذ رد فعل ملائم نحو تحسين معرفته وفهمه لتلك الموضوعات الرياضية على نحو أفضل . وهناك عدد قليل من معلمى الرياضيات بالمرحلة الثانوية هم الذين يعرفون كل شيء حول الموضوعات الرياضية التى يقومون بتدريسها . وسوف نجد (أيها المدرس) كثيرا من الأسئلة التى تسألها لنفسك أثناء اعداد الدرس وسوف تسأل أيضا بواسطة الطلاب فى حجرة الدراسة أثناء تدريسك لهذا الدرس .

القائمة التالية توضح أنواع الأسئلة التي يمكن أن تستخدم في تدريس الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم أو الأساسيات لقياس مستويات المعرفة ، والإدراك ، والتطبيق ، والتحليل ، والتركيب ، وتقويم الأهداف المعرفية : -

- ١ - معرفة حقيقية = ما الثلاث طرق المستخدمة في تمثيل أو في التعبير عن $\frac{2}{3}$ مقسومة على $\frac{3}{4}$ ؟
- ٢ - معرفة مهارة ما : ما الخطوة الأولى في تحديد (تبرير) المقام للكسر $\frac{3}{27}$
- ٣ - معرفة مفهوم ما : ما تعريف العملية الرياضية ؟
- ٤ - معرفة أساسيات : ما الصورة العامة لقياس حجم الكرة ؟
- ٥ - إدراك حقيقة ما : لماذا تعرف س $[x]$ على أنها الواحد عندما س $[x^0]$ لا تساوى الصفر ؟
- ٦ - إدراك مهارة ما : لماذا يكون ناتج 0.34×9467 هو نفسه ناتج 9467×0.34
- ٧ - إدراك مفهوم ما : لماذا تكون ص = س $[v = x]$ دالة بينما ص = ٢ س $[y^2 = x^2]$ ليست دالة ؟
- ٨ - إدراك أساسيات : ما سبب أن عملية القسمة غير معرفة على الصفر
- ٩ - التطبيق على حقيقة ما : ما هو ناتج $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$ ؟
- ١٠ - التطبيق على مهارة ما : الشراء الأفضل : رطل من التفاح بثمان ١٧٩ ر ١ جنيه أم ١٢ أوقيه من نفس التفاح بثمان ١٩ ر ١ جنيه ؟
- ١١ - التطبيق على مفهوم ما : أى من الأشكال التالية تعتبر معينات $\square \triangle \circ \diamond$
- ١٢ - التطبيق على أساسيات : أى من المساحتين أكبر : مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٠٠ سم ، ومثلث متساوى الساقين طول أحد الساقين ١٠٠ سم وقاعدته ٨٠ سم .
- ١٣ - تحليل حقيقة ما : ما سبب هذه التقارير الرياضية لو. $3 = 125$ ، $3 = 25$ ، $125 = 25$
- ١٤ - تحليل مهارة ما : ما سبب كون الخطوة الأولى في إيجاد ناتج $\frac{3}{4} \div \frac{7}{8}$ عادة تعطى على الصورة $\frac{3}{4} \times \frac{8}{7}$ ؟
- ١٥ - تحليل مفهوم ما : ما سبب كون دالة هي أيضا علاقة ؟
- ١٦ - تحليل الأساسيات : ما سبب إعتبار أن كل مثلث متساوى الأضلاع هو أيضا مثلث متساوى الزوايا ؟
- ١٧ - تركيب الحقائق : أحمد أطول من حسام ، حسام أطول من سوزان فمن أطول أحمد أم سوزان .

١٨ - تركيب المهارات : مالشراء الأفضل قطعة قماش نسبة الصوف بها ٦٥٪ طولها ثلاثة أمتار بسعر إجمالي ٢٠ جنية ، أم قطعة قماش أخرى نسبة الصوف بها ٨٥٪ بسعر المتر الواحد ٨٩٠ جنيها ؟

١٩ - تركيب المفاهيم : وضع لماذا تكون مجموعة الأعداد الصحيحة تحت عمليتي الجمع والضرب عبارة عن حقل ؟ .

٢٠ - تركيب الأساسيات : ماسبب أن المنحنى $y = x^3 - 1$ س٣ - ١ = قيمه حرجة واحدة .

٢١ - تقويم الحقائق : بعد دراسة الإسهامات التي قام بها المصريون القدماء ، والإغريق ، واليابليون للتقدم الرياضي ، فأى حضارة تعتقد أنها قد قدمت اسهاماً ؟

٢٢ - تقديم المهارات : أى من الطرق الآتية أكثر فائدة في حل نظام من المعادلات الخطية : الرسم البياني ، الجمع ، الطرح والتعويض .

٢٣ - تقويم المفاهيم : المفاهيم الرياضيه للشكل ، الحجم ، الطول ، والمساحة يمكن أن تعرف باستخدام الحقائق والأفكار من الجبر أو حقائق وأفكار من الهندسة . أى من هذه الطرق التي تستخدم في تعريف كل من الشكل ، الحجم ، الطول ، المساحة وتعتبر ذات قيمة عظمى واكثر استخداماً في الرياضيات . التعريفات الجبرية للمفاهيم أم التعريفات الهندسية ؟ أى نوع من التعريفات يعتبر أكثر فائدة لتطبيق الرياضيات في العلوم والهندسة ؟

٢٤ - تقويم الأساسيات : نحن نستخدم أساسيات منطقية مختلفة لبرهنة النظريات الرياضية - البرهان المباشر ، والبرهان غير المباشر ، والبرهان باستخدام عكس المعكوس ، والبرهان بنفي النفي ، وبرهان الوجود ، والبرهان عن طريق إيجاد مثال ومثال مضاد ، والبرهان باستنفاد جميع الحالات الممكنة ، والبرهان بالإستنتاج الرياضي .

قوم وقارن هذه الطرق المختلفة للبرهان ووضح أى منها يعتبر أكثر فائدة وأى منها يعتبر أكثر جفافاً وصعوبة ؟ وماالسبب ؟

تطوير استراتيجيات السؤال الفعال

بالإضافة إلى المقترحات المقدمة في الفصول السابقة لتنمية استراتيجيات توجيه السؤال داخل حجرة الدراسة فإن الأساسيات العامة التالية تعتبر غاية في الأهمية حيث أنها تساعد في استخدام أسلوب السؤال الملائم أثناء عملية التعليم/ التعلم داخل حجرة الدراسة .

وإذا كان الطالب غير قادر على إجابة معظم الأسئلة المعطاه له فإنه سوف يعتبرها بمثابة احباط شخصي له أكثر من اعتبارها وسيلة تعليمية ذات قيمة هامة في عملية التعلم . والأسئلة التي توجه إلى طلاب معينين يجب أن تكون على مستوى صعوبة قدراتهم مع قدراتهم الرياضية . فالطلاب الضعاف

في الرياضيات يجب أن توجه إليهم أسئلة قد تتطلب معرفة الحقائق والمهارات قبل أن تقدم لهم أسئلة تتعلق بالمستويات المعرفية العليا المتعلقة بالمفاهيم والأساسيات . والطلاب ذو المستوى الأفضل (الأعلى) في الرياضيات يجب أن تقدم لهم أسئلة تتطلب استخدام المستويات العقلية العليا . وإن سؤالا عاماً واحداً قد يظهر استجابة صحيحة ذات مستوى أعلى من طالب رياضيات متميز ، في الوقت الذي نجد فيه أن أسئلة متتابعة من أسئلة نوعية (معينة) ضرورية للحصول على إجابة صحيحة من الطالب الأقل قدرة في الرياضيات ، وعلى سبيل المثال ، فالطالب ذو المستوى الأعلى في الرياضيات يمكنه إعطاء إجابة فورية للسؤال : ما مجموعة الحل للمعادلة .

٢س٢ + ٥س - ٣ = ٠ ؟ [$2x^2 + 5x - 3 = 0$] ؟ بينا الطالب الأقل كفاءة في الرياضيات قد يحتاج إلى متسلسلة تشابة الأسئلة التالية من أجل الوصول إلى الإجابة الصحيحة تلك هي :

حل هذه المعادلة نحتاج إلى تحليل المقدار ٢س٢ + ٥س - ٣ [$2x^2 + 5x - 3$] إلى عوامله ، ما العوامل الممكنة للعدد ٢ معامل س [x^2] ، وما عوامل العدد - ٣ العدد الثابت ؟

العوامل الثنائية الممكنة للمقدار ٢س٢ + ٥س - ٣ [$2x^2 + 5x - 3$] والتي يمكن تكوينها من العاملين ٢ ، - ٣ أى من هذه العوامل تعطى الناتج ٢س٢ + ٥س - ٣ [$2x^2 + 5x - 3$] والآن قد توصلت إلى عوامل المقدار ٢س٢ + ٥س - ٣ [$2x^2 + 5x - 3$] فما الذي ستفعله بعد ذلك ، بعد وضع ٢س - ١ مساوية للصفر [$2x - 1 \text{ equal to } 0$] ، س + ٣ مساوية للصفر [$x + 3 \text{ equal to } 0$] ، فما حل معادلة الدرجة الثانية موضع السؤال ، والتي يمكن إيجادها عن طريق حل المعادلات الخطية ٢س - ١ = صفر [$2x - 1 = 0$] س + ٣ = صفر [$x + 3 = 0$]

وعندما تستخدم استراتيجية سؤال معينة عند تقديمنا لدرس في الرياضيات ، حاول أن تشرك كل طالب داخل حجرة الدراسة في إعطاء الإجابة عن السؤال الذي تقوم بتوجيهه وإنه لمن السهل جداً أن نسمح على نحو مختلف للطالب الأفضل والمنبسط أن يسود الفصل ، بينا الطالب الأقل قدرة والأكثر انطواءً مهملياً في الفصل . إن الأسئلة الموجهة لكل طالب أثناء الدرس ومحاولة سؤال كل طالب الأسئلة التي في مقدوره الإجابة عليها . وكذلك تأكد من إعطائك الوقت الكاف لكل طالب لصياغة (وتكوين) إجابته حتى لا يشعر بالإخفاق في اجابته .

وأثناء تداول السؤال للإجابة عليه داخل الفصل فإنه من المرغوب فيه أن يشجع المدرس الطلاب على توجيه الأسئلة إليه ، وإلى زملائهم الآخرين . وهذه النتائج تظهر في بيئة الفصل الدراسي المفتوحة والغير شكلية والتي تعطى أيضاً معلومات أكثر للإستخدام في تقويم معرفة الطلاب وفهم الموضوعات موضع المناقشة ، ومع ذلك تأكد من أنك لم تترك مجموعة قليلة من الطلاب يسودون

المناقشة عن طريق حديث بعضهم إلى البعض الآخر ، بينما الطلاب الآخرون في الفصل قد إستبعدوا تماما من المناقشة داخل حجرة الدراسة نتيجة لذلك .

وبعناية تامة ضع في الإعتبار استجابتك إلى جانب إجابات الطلاب لأسئلتك وإجاباتك على أسئلتهم قبل استجابتك دون تفكير فإن استجابات المعلم القائمة على التنازلات أو التهديد ، فإنها سوف لاتشجع الطالب على المشاركة في اسئلة - اجابات الدرس .

اطرح أسئلة تغطي كل أنواع الموضوعات الرياضية وكل مستويات الأنشطة المعرفية حتى لاتقع في الخطأ الذى يقع فيه بعض معلمى الرياضيات وذلك بتحديد كل أسئلتك وجعلها قاصرة على المعرفة والفهم للحقائق والمهارات ، وبالرغم من أنه من الواضح أن بعض الأسئلة ينبغى أن تطرح حول الحقائق والمهارات عند المستويات المعرفية الدنيا .

وأيضاً اطرح أسئلة تتعلق بالأهداف التربوية الوجدانية التى يمكن أن تحسن من اتجاهات الطلاب نحو الرياضيات وبإيجاز فإن طرح الأسئلة يعتبر استراتيجية فعالة للإستخدام فى تدريس الرياضيات وتقديم تعلم الطالب ومع ذلك فإنها تتطلب تخطيطاً دقيقاً قبل دخول الفصل وأن تدرس بعناية من قبل المعلم أثناء الدرس وذلك حتى يستفيد كل طالب من استعمالها

خامس : تشخيص وحل صعوبات التعلم

إن إحدى الأنشطة اليومية الكثيرة التى يجب أن يقوم بها معلم الرياضيات هو تشخيص وحل المشكلات التى يعانى منها الطلاب فى تعلم الرياضيات فبعض الطلاب يعانون من مشكلات ثانوية غير متكررة فى تعلم الرياضيات ، بينما يوجد آخرون لهم مشكلات مستمرة تمثل عوائق خطيرة للتعلم وهناك عدد كبير من الكتب والمقالات عن التدريس (لبطىء التعلم) والتدريس للطلاب الذين لديهم عوائق تعلم والتدريس للطلاب غير المتميزين ، والتدريس العلاجى تختبر بالفعل شمولية ومغزى الصعوبات التى يعانى منها الطلاب فى تعلم الرياضيات ففى معظم فصول الرياضيات التى تضم ٢٠ طالباً أو أكثر ، من المحتمل أن يجد المعلم طالبا واحداً على الأقل له مشكلة خطيرة فى تعلم الرياضيات وعديد من الطلاب الآخرين لديهم مشكلات ثانوية مستمرة وعلى معلم الرياضيات تقع مسئولية تحديد صعوبات التعلم المحدوده الخاصة التى قد يجدها الطالب ويتخذ الإجراءات التى قد تساعد فى حل هذه المشكلات .

ويمكن تصنيف صعوبات تعلم الرياضيات إلى ثمانى فئات هى : المشكلات الحسية ، العيوب العقلية ،، المشكلات الإنفعالية ، نقص الدافعية ، العيوب الثقافية ، المشكلات الإجتماعية ، مشكلات القراءة ، ومشكلات داخل النظام التربوى ، فالمشكلات الخاصة فى تعلم الرياضيات التى تندرج تحت كل فئة من هذه الفئات ستم مناقشتها فى هذا الجزء ويمكن للمعلم أن يقوم بتحديد وحل بعض هذه المشكلات فى حين أن هناك مشكلات أخرى تتطلب مساعدة هيئة (كوادرن) مدربة متخصصة مثل الأخصائين النفسيين ، والأطباء والأخصائين الإجتماعيين ، والمستشارين .

- ومن الخطوات التي تساعد الطلاب على حل صعوباتهم في تعلم الرياضيات مايلي :
- ١ - ينبغي أن يكون كل من الطالب والمعلم على وعى بوجود صعوبة التعلم .
 - ٢ - يجب أن يحاول الطالب والمعلم تحديد تمثيلات (تفاصيل) معينة لهذه الصعوبة .
 - ٣ - يجب أن يحاول الطالب والمعلم تحديد أسباب صعوبة التعلم ، التي يمكن أن تتطلب توليد (انتاج) generating واختبار الحدسيات .
 - ٤ - يجب على المعلم أن يطلب معونة الطالب في تطوير إجراءات حل صعوبة التعلم .
 - ٥ - يجب على الطالب ، بمساعدة المعلم ، أن ينفذ الاجراءات التي تم تطويرها لمساعدة في حل صعوبة التعلم .
 - ٦ - يجب على المعلم أن يقوم بتقويم نجاح الطالب في حل صعوبة تعلمه ، ويجب أن يقوم بتقويم الاجراءات التي استخدمت لحل مشكلات التعلم .

وسوف نناقش في هذا الجزء أسباب صعوبات التعلم وأساليب تشخيص وإجراءات حل هذه الصعوبات . وتندرج كل هذه الأنشطة تحت الإجراء العام للخطوات الست السابقة لمساعدة الطلاب على حل مشكلات التعلم في الرياضيات .

أسباب صعوبات التعلم

قد يعاني الطلاب من مشكلات في تعلم الرياضيات نتيجة أوجه قصور حسية أو عقلية أو إنفعالية أو دافعية أو ثقافية أو اجتماعية أو تدريسية أو خاصة بالقراءة .

الأسباب الحسية والأسباب المتعلقة بالكلام .

يفشل بعض الطلاب في الأداء الجيد في برامج الرياضيات لأنهم يعانون من عيوب بصرية أو سمعية أو خاصة بالكلام فالطالب الذي يعاني من ضعف الرؤية البصرية قد يفشل في فهم مفاهيم وأساسيات الرياضيات لأنه غير قادر على قراءة التعريفات والأمثلة والرسومات (الأشكال) التي يقوم المعلم بكتابتها على السبورة أو على جهاز العرض العلوي . والطلاب الذين يعانون من صعوبات في السمع قد يبدوون غير منتبهين لأنهم غير قادرين عن السمع جيداً . بحيث يميزون التعليمات والأسئلة التي يقوم معلم الرياضيات بإلقائها . والطلاب الذين لديهم عيوب في الكلام (الحديث) قد يتسمون بالخنجل وعدم الإستجابة لأنهم يترددون في الإجابة عن الأسئلة والمشاركة في مناقشات الفصل خوفاً من أن يسخر منهم الطلاب الآخرون ومن أن يوتجهم المعلم للبطء في الإستجابة وعلى الرغم من أن هذه المخاوف قد يكون غير مسموح بها في كثير من الحالات . إلا أنها مخاوف بالنسبة للطلاب الذي يعاني من عيوب في الكلام وقد يسهم في هذه العيوب ذاتها فالطالب الذي لديه أى من هذه المعوقات - سمعية أو بصرية أو شفهوية - قد يبدو بطيئاً ، غير منتبه ، منطوياً ، غير مستجيب وليس لديه دافعية في حصة الرياضيات . وفي واقع الأمر ، إن أى عيب جسمي كامن أو ظاهر قد يعوق قدرة الطالب أو دافعيته لتعلم الرياضيات .

نواحي القصور العقلية :

هناك بعض الطلاب الذين قد يكونون غير قادرين على إتقان المهارات ، المفاهيم ، والأساسيات (المبادئ) الرياضية لأنهم يعانون من نواحي قصور عقلية ترجع إلى عيوب الولادة والتشوه الثانوي للمخ ، أو القدرات العقلية المحدودة للتعامل مع المجردات وهناك طلاب آخرون ، خاصة طلاب المدارس العليا وقد يكون لديهم مشكلات في تعلم الأفكار الرياضية المجردة والعامية لأنهم لم يصلوا بعد إلى مرحلة الإجرائية الشكلية للنضج العقلي اللازم للتعامل مع المجردات والتعميمات .

ويفترض نموذج تركيب العقل لجيلفورد ١٢٠ قدرة عقلية متميزه ، بعضها قد لا يكون ناميا لدى الطلاب في المدارس العليا الذين يعانون من صعوبات عند تعلم موضوعات رياضية معينة ، فعلى سبيل المثال الطالب العاجز عن أن يميز بالرؤية مجموعات الأشكال في الفراغ في مواضيع مختلفة قد يكون لديه مشكلة في بعض موضوعات الهندسة ويجب على المعلم أن يتوقع أن الطالب « العادي » أيضا يعاني من صعوبات في موضوعات معينة في الرياضيات لأن كل القدرات العقلية لاتنمو في وقت واحد في جميع الناس كما أن بعض الناس قد لا يبلغون أبداً بعض القدرات العقلية المائة والعشرين .

الأسباب الإنفعالية :

يعانى كل الطلاب . من صعوبات إنفعالية ثانوية قد تتدخل مؤقتا في تعلم الرياضيات كما أن عددا من الطلاب لديهم مشكلات إنفعالية خطيرة لها تأثير خطير ومستمر على قدرتهم على التعلم في المدرسة فالكثافة السكانية المتزايدة ، والتلوث البيئي والقيم الإجتماعية المتغيرة والأنماط الأسرية المتفككة كل هذه العوامل تجمعت لتخلق مستويات عالية من الضغط على كثير من المراهقين . ونتيجة لذلك يبدو أن هناك مستوى أعلى من سوء التوافق الانفعالي بين الطلاب عما كان عليه منذ عدة سنوات فعندما يظهر الطالب الجيد علامات دافعية ضعيفة وعجزاً عن تعلم الرياضيات قد يكمن السبب في عوامل خارج حجرة الدراسة تسبب مشكلات انفعالية لهذا الطالب .

الأسباب الدافعية :

إن نقص الدافعية لتعلم الرياضيات قد يكون سببه مشكلات تعلم أخرى أو قد يكون نتيجة الخبرات غير السارة في محاولة تعلم الرياضيات وهناك بعض الطلاب الأصحاء جسمياً ، وعقلياً وانفعالياً قد يكونوا منخفضي التحصيل في الرياضيات ، على الرغم من أنهم يؤدون جيداً في مواد أخرى . وهناك بعض الطلاب الذين يجدون أن المواد الأخرى أكثر جاذبية (تشويقاً) من الرياضيات ويرى طلاب آخرون فائدة قليلة في بذل الجهد العقلي المطلوب لتعلم الرياضيات ، فهي مادة لاتبدو مناسبة لأهدافهم المهنية أو الحرفية وبعض الطلاب الذين يبذلون جهداً بالفعل لتعلم الرياضيات قد يفشلون في إتقان المادة لأن لديهم اهتمامات عقلية سالبة تعزى إلى مرات الفشل

والإحباط السابقة في حصص الرياضيات فالعقاب والأحداث السلبية الأخرى المتعلقة بتعلم الرياضيات يمكن أن تجعل فصل الرياضيات مكاناً غير محبب حتى بالنسبة للطلاب الأكثر قدرة .

الأسباب الثقافية :

لقد بذلت المؤسسات الثقافية والتربوية والوحدات الحكومية والإجتماعية جهوداً كبيرة لمحاولة علاج المشكلات التي يعاني منها الناشئة الذين يعجز آباؤهم عن توفير فرص وموارد التعلم في ظل نظامنا التربوي فبعض الطلاب لديهم مشكلات تعلم في المدرسة لأن الثقافة التي يتلقونها في بيوتهم ليست مثل الثقافة التي يحصلونها في مدارسهم . فهؤلاء الطلاب قد يصادفون عقبات في تعلم الرياضيات نتيجة طريقه استخدامهم للغة الإنجليزية ، والتأكيد على التعليم الشكلي الذي توليه ثقافتهم ، واهتمامها ، والموارد المتاحة في بيوتهم لدعم (تعزيز) تعلمهم في المدرسة ، كما أن الغايات والأهداف والقيم الخاصة بالنظام التربوي قد تختلف عن تلك التي توجد في ثقافتهم وفي بعض الحالات قد لا تكون اللغة الإنجليزية المستخدمة في المدارس هي اللغة الأصلية للطلاب فيجب أن يفهم كل معلم أن بعض طلابه قد يشبون (يكبرون) في بيوتهم ويعكسون بذلك قيماً ثقافية مختلفة في النظام المدرسي .

الأسباب الإجتماعية :

يعاني بعض الطلاب من مشكلات في تعلم الرياضيات لأنهم غير قادرين على التوافق مع النظام الإجتماعي للمدرسة أو الفصل . فقد يكون أصدقاؤهم غير موجودين معهم في فصول الرياضيات ، أو في مدارس مختلفة (أخرى) أو يكونون قد تسربوا من المدرسة . وهناك آخرون من الطلاب يتسمون بالإنطواء الإجتماعي ويتجنبون الأنشطة الجماعية والتفاعلات الإجتماعية الأخرى داخل حجرة الدراسة . كما أن الطلاب الذين يتم نقلهم حديثاً للمدرسة جديدة قد يكون لديهم مشكلات تعلم في الرياضيات لأنه ليس لهم أصدقاء في الفصل ولا يشعرون أنهم جزء من التركيب الإجتماعي للمدرسة أو فصل الرياضيات ولا يحفلون بالمشاركة فيه ، مما يمكن أن يكون له أثر سلبي على رغبة الطلاب في تعلم الرياضيات وعلى إلتباههم لأنشطة التعلم المصممة لإتقان الموضوعات الرياضية .

صعوبات القراءة :

على الرغم من أن القراءة في كتب الرياضيات المدرسية والمواد الأخرى المطبوعة تعتبر واحدة فقط من استراتيجيات كثيرة لتعلم الرياضيات ، إلا أن مشكلات القراءة العامة وعدم القدرة على قراءة وفهم الشروح والتوضيحات الخاصة بالأفكار الرياضية يمكن أن تجعل لدى الطلاب مشكلات تعلم في الرياضيات ويمكن أن يكون للغة المستخدمة في تقديم المفاهيم والأسس (الأساسيات) الرياضية تأثير ذات دلالة على قدرة الطلاب على فهم هذه الأفكار . كما أن أهمية القراءة في حل المشكلات اللفظية في الرياضيات واضحة .

ولقد أجريت عديد من الأبحاث لتحديد أثر عوامل اللغة على تعلم الرياضيات وقياس الإرتباطات بين القدرة القرائية والقدرة الرياضية للطلاب وتشير الأبحاث إلى أن أختيار اللغة والمصطلحات يؤثر بالفعل في إتقان الطلاب للرياضيات ، وأن القدرة القرائية والقدرة الرياضية مرتبطان ارتباطاً كبيراً فالطلاب ذو الدرجات العالية في القراءة يحرزون درجات عالية في الرياضيات والطلاب ذوو الدرجات المنخفضة في القراءة يميلون إلى احراز درجات منخفضة في الرياضيات .

أوجه القصور التعليمية (التدريسية) :

بينما تعتبر كثير من مصادر المشكلات في تعلم الرياضيات نتيجة سمات الطلاب الجسمية ، والعقلية ، والإنفعالية ، والإجتماعية والدافعية ، إلا أن النظام المدرسي والمعلم قد يكونان السبب في مشكلات تعلم معينة فالإمكانات المادية الضعيفة داخل المدرسة ونقص الموارد والمواد التعليمية يمكن أن يكون له أثر سلبي على التعلم فالمعلمون الذين لديهم اهتمام ضئيل بالتدريس يمكن أن يكونوا سبباً في وجود صعوبات التعلم لدى الطلاب ، كما أن المعلمين الذين يستخدمون استراتيجيات تعلم/ تعلم أو يضعون أهداف تعلم ذات مستوى منخفض يمكن أن يتوقعوا أن يعانى طلابهم من مشكلات في تعلم الرياضيات فعندما تكون المحاضرات هى استراتيجية التدريس الرئيسية ، وعندما يشجع الإستظهار من خلال الأهداف والإختبار Testing ، فمن المحتمل ألا يفهم الطلاب المهارات والمفاهيم والأساسيات الرياضية التى تقدم لهم فلكى يتعلم الطالب تطبيق وتحليل وتكوين (التآليف) ، وتقويم الأفكار الرياضية ، ينبغى أن يعطى تدریباً فى استخدام هذه العمليات المعرفية العليا . فالطالب لن يتعلم إثبات النظريات وحل المشكلات إلا إذا كان معلمو الرياضيات يعالجون هذه العمليات كلوغاريتمات يتم استظهارها وتطبق على أنواع المشكلات المختلفة فمعظم طلاب المدرسة العليا ، إن لم يكونوا جميعهم ، يحتاجون إلى التعامل مع شروح محسوسة لمفاهيم وأساسيات مجردة ليفهموها بطريقة ذات معنى .

أساليب تشخيص صعوبات التعلم

ويوجه عام يعتبر المعلم اليقظ ، المهتم الذى يناقش باستمرار مشكلات التعلم مع الطلاب وينمى ويقوم الإختبارات والتعيينات المنزليه بإهتمام وإخلاص هو الذى يكون ناجحاً فى تشخيص مشكلات التعلم لدى الطلاب غالباً . أما المعلم الذى « يدرس للفصل » أو « للطلاب المتوسط » بينما لا ينتبه كثيراً من الطلاب كأفراد ، ليس من المحتمل أن يكتشف مصادر صعوبات تعلم لدى الطلاب .

وهناك بعض المعلمين الذين يتوقعون أن هناك نسبة من الفصل تؤدي أداء جيداً ، ونسبة أخرى تؤدي أداء متوسطاً ونسبة ثالثة تؤدي أداء ضعيفاً مثل هؤلاء المعلمين يميلون إلى التأكد من خلال تدريسههم وأساليب إختيارهم وتقديرهم على أن طلابهم يقابلون أو يفون بتوقعات أدائهم وعلى الرغم من أنه قد يكون من غير الممكن أن نحول الطلاب الفاشلين إلى طلاب ممتازين إلا أن كل معلم تقع عليه مسئولية مساعدة كل طالب فى أن يصل إلى أقصى قدرة ممكنة له وأن ينجح فى إتقان الرياضيات

بمستوى ملائم لقدرته فإذا إرتبت في أن طالباً مالديه نوع ما من القصور بسبب درجات التحصيل المنخفضة يجب أن نلاحظ في اطار علامات (اشارات) تدل على وجود صعوبات التعلم عنده تلك التي تم مناقشتها فيما سبق .

تشخيص أوجه القصور الجسمية :

يمكن إكتشاف أوجه القصور البصرية ، والسمعية ، والخاصة بالكلام بملاحظة الطلاب فرداً فرداً والتعامل معهم فإذا اعتاد طالب أن ينظر إلى السبورة بعينين شبه مغمضتين أو أن يسأل المعلم أن يقرأ ماكتبه على السبورة ، فإن الطالب قد يكون لديه مشكلة في الرؤية . وتوضح مشكلات الرؤية أيضا عندما يقرأ للطالب وأنفه قريبة من الصفحة أو يمسك بالكتاب قريبا من ذراعه عند القراءة ، أما الطالب الذى يبدو دائما مغرقاً في أحلام اليقظة ويستجيب في العادة لأسئلتك (هه) قد يكون لديه مشكلة سمع فإذا أرتبت في أن طالبا يعانى من أى من هذه المشكلات ، تحدث إليه حديثا خاصا ، ولكن قم بصياغة أسئلتك بطريقة دبلوماسية فبدلاً من أن تسأل أسئلة صريحة مثل « هل هناك عيب في أذنيك » أو « ألا تستطيع أن تقرأ ما أمام وجهك ؟ » وسأل أسئلة خاصة مثل (هل ترى أنني لاأتحدث بصوت مرتفع بدرجة كافية في الفصل ؟) فمثل هذين السؤالين الأخيرين لايمثلان تهديداً للطالب وليس من المحتمل أن ينتزعا استجابات دفاعية .

أما أوجه القصور الخاصة بالكلام (الحديث) فهي واضحة ويجب معالجتها بأسلوب لطيف ويتعاطف .

تشخيص أوجه القصور العقلية :

إذا حاول طالب جيد أن يتعلم الرياضيات ويبدل جهداً مخلصاً في أداء الواجب المنزلي وشارك في أنشطة الفصل لكنه لايزال غير قادر على إتقان الرياضيات ، فربما يكون هذا الطالب لديه قصور عقلي فالطلاب الذين لديهم مشكلات قاسية في إتقان الرياضيات قد يحتاجون مواد وبرامج تعليمية خاصة ، فإذا فشل الفصل ككل في فهم مفهوم أو أساس جديد ، فإن السبب قد يكمن في مدخلك (طريقتك) للموضوع ، على أى حال إذا كان هناك عدد قليل فقط من الطلاب لديهم مشكلات فإن ذلك ربما يكون بسبب أنهم ليست لديهم القدرة العقلية النوعية لتعلم هذا الموضوع المحدد (النوعى - الخاص) بالطريقة التى قمت بتقديمها .

إن أفضل طريقة لتشخيص مشكلات التعلم النوعية والتي تحدث من وقت لآخر تكون من خلال الاختيار الواعى للتمارين المنزلية وأسئلة الاختبارات والتحليل الواعى لعمل كل طالب والذى أدى إلى إجابة خاطئة ويمكن اكتشاف كثير من أنماط الأخطاء لتحليل اللوغاريتمات الخاطئة للطلاب عند توضيحها بالأمثلة في حلول الطلاب لتمرين الفصل والتمارين المنزلية وعليك أن تحاول أن تبحث عن السبب الدقيق لكل إجابة خاطئة . وسوف تجد عادة أن واحداً أو اثنين من التصورات الخاطئة أو

الإجراءات غير الصحيحة هي المسئولة عن الإجابات غير الصحيحة لفئة كاملة من المشكلات وهناك طريقة أخرى جيدة لإكتشاف أنماط الأخطاء التي يرتكبها طلاب معينون ألا وهي أن يطلب من الطالب أن يحل مسائل وهو جالس في مكانه أو على السبورة ويمكن لك أن تنظر من فوق كتف الطالب لتلاحظ كل خطأ نوعي يرتكبه .

وهناك أخطاء معينة قد ترجع إلى سوء الفهم الشائع ، وأخرى قد تحدث لأن الطالب ينقصه أحد الإستعدادات العقلية المائة والعشرين لجيلفورد وهناك أخطاء أخرى قد تعزى إلى أوجه قصور عقلية خطيرة فإذا كان الطالب يرتكب نفس نوع الخطأ باستمرار على فئة كلية لمشكلات مختلفة لكنها مرتبطة أو إذا كان يفشل باستمرار في إتقان المواد التي تحتاج إلى نوع معين من الإجراء العقلي فإنه من المحتمل أن يكون قاصراً في واحد أو في عديد من الإستعدادات التي حددها جيلفورد . أما الطالب الذي يبدو في حيرة تامة في تعلم الرياضيات ، مهما كانت محاولته الجدية ، قد يكون لديه مشكلة عقلية أكثر خطورة أما صعوبة التعلم المنفصلة (المنعزلة أو التي تحدث من حين لآخر ليست سبباً أو مدعاة للإنزعاج ، ويمكن حلها من خلال مساعدة المعلم الفردية للطلاب عند حدوث هذه المشكلات الثانوية .

تشخيص المشكلات الإنفعالية :

بينما نتوقع المزاج الحاد أو سوء السلوك من آن لآخر من جانب طالب ما إلا أن الإكتئاب المزمن أو الإنسحاب أو سوء السلوك قد يشير إلى مشكلة انفعالية أكثر خطورة . فالمشكلة الإنفعالية الخطيرة ، التي يمكن أن تتدخل في قدرة الطالب على التعلم في المدرسة ، يمكن أن تسببها مجموعة مختلفة من المواقف ومن بين المواقف التي يمكن أن تسبب مشكلات إنفعالية ، نقص النوم ، التغذية أو الوجبات غير الملائمة ، وأنواع معينة من الأمراض ، والصور الذاتية الرديئة بسبب الفشل أو النقد ، والمشكلات الشخصية الخطيرة ، والمشاركة في أنشطة كثيرة جداً ، والضغط للأداء الجيد في المدرسة ومسئوليات المنزل . فالتغير الجوهري في السلوك الذي يستمر لمدة اسبوع أو أكثر قد يشير إلى مشكلة انفعالية خطيرة يعاني منها الطالب .

تشخيص المشكلات الدافعية :

إن الغياب المتكرر عن المدرسة ، والإنقطاع عن الفصل ، والفشل في أداء تعيينات الواجبات المنزلية ، ورفض المشاركة في الفصل ، تعتبر كلها مؤشرات لمشكلة انفعالية أو اجتماعية خطيره قد تنسب إلى نقص الإهتمام والدافعية في تعلم الرياضيات فإذا كان الطالب الذي لايعاني من مشكلة جسمية أو إنفعالية أو اجتماعية يبدي اهتماماً غير كاف بالرياضيات فمن المحتمل أن يكون مفتقراً للدافعية . فالمشكلات الدافعية يمكن أن تسببها مرات الفشل المتكررة في محاولة تعلم الرياضيات ، وكذلك الخبرات غير السارة في حصص الرياضيات وعدم التوافق في الشخصية بين الطالب والمعلم والفشل في إدراك أى غرض لتعلم الرياضيات . فالطالب الذي تنقصه الدافعية لتعلم الرياضيات سوف يظهر عدم اهتمامه بالإنسحاب من المشاركة في الفصل وأنشطة التعليم/ التعلم .

تشخيص المواقف الثقافية للتعلم :

حينما يكون لدى الطالب مشكلة في تعلم الرياضيات ولكن يبدو أن العوامل الجسمية أو الإنفعالية أو العقلية أو الإجتماعية ، أو العوامل المتعلقة بالمدرسة هي السبب الذي أدى إليها فربما تكون المشكلة ناتجة عن عوامل ثقافية منعكسة على حياة الطالب المنزلية . فالطالب قد يأتي من بيت غير متميز ثقافيا تكون فيه الأمور التي تقوم المدرسة بتدريسها ليست ذات قيمة ولا ترحب بها أسرته فالثقافة التي يمثل الطالب جزءاً منها قد لا تعتبر المدرسة بوجه عام والرياضيات بوجه خاص طريقه مناسبة للإعداد للحياة . ويرى جون ويلسون John Wilson ومايلدرن Mildred في فصل بعنوان (تشخيص صعوبات التعلم) نشرة ويلسون عام ١٩٧١ أن : كل جماعة عريقة معينة each ethnic group لها مميزات ثقافية تميزها كجماعة فهذه الأنماط الثقافية يتعلمها الطفل قبل أن يدخل المدرسة . كما أن تقاليد أى شعب يمكن أن تصبح غير ذات ميزه إذا أصبحت طرق مختلفة أو جديدة من طرق الحياة مرغوبة فالعيب الثقافي هو منع التبادل الثقافي بين الشعوب ، سواء رجعى ارتدادى أو أمامى تقدمى بشأن موقف تعلم حالى .

وهناك بعض مجالات التعلم الموجهة ثقافياً تكون أكثر إحتتالاً لأن تصبح عوائق للتغيير أكثر من غيرها فاللغة الطائفية عندما تكون مختلفة عن اللغة القومية ، تتدخل على نحو متزايد كلما تقدم الفرد في العمر قبل بداية تعلم لغة جديدة ويسبب الرغبة في إنجاز الدافع لتفسير الديمقراطية في الولايات المتحدة ، فإن هناك مبالاً لإستبعاد أو حتى تحطيم حواجز (قيود) اللغات الطائفية من أجل تدريس اللغة الإنجليزية فالنبيذ الإجبارى للغة شخص ما ، سواء كانت طائفية (خاصة) باللهجات أو أجنبية قد يجعله يشعر بأن ثقافته ككل منبوذة وأنه محتقر

وهناك بعض الجماعات العريقة (ذات الأصل) التي رغبت في التكامل ورفضت أساليباً للدولة قديمة ولكن هناك آخرين ، ومعظمهم من الهنود الأمريكان ، أرادوا أن يحتفظوا بهويتهم الثقافية في بيئة معادية . ولقد حدث مؤخراً أن عمل كثير من الزوج على استبعاد أنفسهم من البوتقة المنصهرة للوحدة القومية وحاولوا بناء هوية ثقافية خاصة تشمل كل جماعات السود ولكن العداء الحالى تجاه الأغلبية الأساسية من المحتمل أن يتدخل في جداول تدعيم (تعزيز) أخرى فعالة في المدرسة فالعيب الثقافي يمكن أن ينشأ عن أى انحراف عن التيار الرئيسى الإجتماعى أو الإقتصادى فإذا كان لديك طلاب في فصلك لديهم مشكلات تعلم في الرياضيات وهم أيضا خارج التيار الإجتماعى أو الإقتصادى الرئيسى فهناك إمكانية (احتمال) أن تكون مشكلاتهم جزئياً ، متسببة عن مؤثرات ثقافية فعلى الرغم من أن هذه المؤثرات الثقافية قد تكون إيجابية جداً ولها قيمة للفرد ، إلا أنه قد يكون لها أثر سلبى في محاولات هذا الفرد للتعلم في مدرسة مبنية على مجموعة مختلفة من القيم الثقافية .

تشخيص المشكلات الإجتماعية فى التعلم :

يتأثر المراهقون فى المدارس الثانوية تأثراً عميقاً بالتفاعلات الإجتماعية بعضهم مع البعض الآخر فرغبتهم لإستحسان (رضا) الرفاق قد تتدخل فى بعض الأحيان فى تعلمهم فى المدرسة . فالطلاب

العاجزون عن كسب إستحسان طلاب آخرين وغير المقبولين كجزء من الجماعة الإجتماعية في المدرسة قد ينسحبون من أنشطة الفصل لأنهم لايشعرون أنهم يتمشون مع البناء الإجتماعي بالمدرسة . وهناك بعض الطلاب الذين قد يمثلون مشكلات خاصة بالنظام في محاولتهم لجذب انتباه المعلم أو الطلاب الآخرين ، هناك آخرون يؤدون عن عمد - أداءً سيئاً في الرياضيات لأن أصدقاءهم ليسوا طلاباً ذوى مهارة في هذه المادة فالرغبة في الانتماء لجماعات رفاق اجتماعية وفي السلوك بنفس الطريقة التي يسلك بها الآخرون يمكن أن تؤثر على اتجاه الطلاب وأدائهم في حصص الرياضيات وتعلمها بصفة عامة فالطالب الذى لديه مشكلات إجتماعية قد يحاول أن يحتكر انتباه المعلم أثناء فترات الغذاء ، وفي أوقات الفراغ وفي حالات الدراسة كى يصبح صديقاً للمعلم ليعوضه عن نقص الأصدقاء بين الزملاء من الطلاب . فالطلاب الذين يتباهون بعدم أداء تعيينات الواجبات المنزلية وبعدم الدراسة (الإستذكار) للإختبارات ويحاولون عادة أن يكسبوا إستحسان الآخرين من الطلاب . فالطلاب الذى يحاول التشويش على الفصل ، ويُبعد المعلم عن المادة ، أو يحتكر مناقشات الفصل وحصص المعلم قد يحاول إجتناب انتباه واستحسان الطلاب الآخرين من خلال هذه التصرفات بدلاً من أن يكون ذلك من خلال التحصيل العلمى وهناك آخرون من الطلاب يشعرون بضغط إجتماعية عديدة للإمتياز العلمى لدرجة أنهم يدفعون أنفسهم دفعاً لنيل التقدير والإستحسان من المعلم إلى الحد الذى يمكن به أن تؤثر دراساتهم في نموهم الإجتماعى والإنفعالى ، وصحتهم العقلية والجسمية في بعض الحالات . وهناك اعتبارات إجتماعية لها تأثيراً خطيراً في تعلم الطلاب لبرامج الرياضيات . وبوجه عام فالطالب شديد الانسباط أو شديد الإنطواء في حصص الرياضيات قد يكون بذلك مستجيباً لضغوط إجتماعية من طلاب آخرين أو من آبائهم في بعض الحالات .

تشخيص مشكلات القراءة :

على الرغم من أن معظم طلاب المدرسة الثانوية قادرون على قراءة الكلمات الموجودة في كتبهم المدرسية إلا أن بعض هؤلاء الطلاب لديهم بالفعل مشكلة في قراءة الكلمات في كتب الرياضيات المدرسية . وهناك آخرون عاجزون عن فهم مايقروأون . ويمكنك تحديد ماإذا كانت صعوبة الطالب في تعلم الرياضيات يمكن أن تعزى ، جزئياً لمشكلات قراءة أم لغيرها وذلك بأن تطلب من الطالب أن يقرأ فقرات من الكتاب المدرسى بصوت مرتفع تشرح المهارات والمفاهيم والأساسيات وأن يفسر كل جملة عند قراءتها عندئذ ستجد أن بعض الطلاب قادرون على قراءة الكلمات بطريقة صحيحة لكنهم لايفهمون ماتعنيه هذه الكلمات . فعند قراءة مسائل وشروح تقريرية ، سواء جهرأ أو بطريقة صامتة يُسقط بعض الطلاب كلمات أو عبارات رئيسية أو يضيفون معلومات غير مطبوعة في القطع التى يقرأونها وأن أفضل طريقة بالنسبة لمعلم لتحديد ماإذا كانت صعوبات طلابه في الرياضيات ناتجة عن مشكلات القراءة والفهم هى أن يطلب المعلم من طلابه أن يقرأ وفقرات من الكتاب المدرسى جهر أو يفسروها سطرأ سطرأ وبهذا تصبح كثير من مشكلات القراءة والفهم واضحه تجليه للمعلم النابه .

تشخيص أوجه القصور التعليمية :

عندما يكون لدى معظم الطلاب في الفصل مشكلة في موضوع ما في الرياضيات قد يكمن السبب في إستراتيجيات التدريس التي يستخدمها المعلم ، وعندما يكون هناك عدد قليل من الطلاب يفشلون في تعلم موضوع معين ، قد يكون السبب وراء ذلك كافيًا في استراتيجيات التدريس فربما تكون الطرق المستخدمة لتدريس المادة غير ملائمة لأساليب تعلم معينة لبعض الطلاب . وإن سلسلة متوالية من أسئلة الإختبارات وأنشطة التعلم المبنية بوعي قد تعطي بعض المعلومات بشأن التفاعلات بين سمات تعلم الطالب وطرق التدريس كما أن الاجتماعات الفردية مع الطلاب قد تساعد أيضا في تشخيص أوجه القصور الخاصة بالتدريس وأن الأسئلة التي يطرحها الطلاب في الفصل والإجابات الشفوية لأسئلتك كمعلم يمكن أيضا أن تساعد في تحديد أوجه القصور الخاصة في طرق التدريس (الخاصة بك كمعلم) وعندما يطلب الطلاب بإستمرار أمثلة إضافية لمفاهيم وأساسيات ربما يكون ذلك لأن شروحك وأمثلتك على درجة عالية جداً من التجريد بالنسبة لهم بحيث لا يستطيعون فهمها .

إجراءات (خطوات) حل صعوبات التعلم :

إن معظم الأنظمة المدرسية تستخدم الآن كوادر (هيئة) مدربة تدريباً خاصاً للتعامل مع مشكلات التعلم الأكثر خطورة والتي لا يكون معلم الفصل مدرباً على التعامل معها وعلى أية حال ينتظر من المعلم أن يشخص معوقات تعلم خطيرة لدى الطلاب وأن يعطي مساعدة خاصة عند الحاجة إليها وأن كثيراً من مشكلات التعلم الأقل خطورة يمكن تشخيصها وحلها عن طريق معلم المدرسة الثانوية .

التعامل مع المشكلات الحسية ومشكلات الكلام :

يمكن للمعلمين أن يساعدوا الطلاب في مشكلات السمع والرؤية يجعل الطلاب الذين يعانون من هذه الحالات يجلسون بالجزء الأمامي من الفصل (بالقرب من السبورة مثلاً) ويجب على المعلم أن يتحدث بدرجة معقولة وكافية من الصوت ويشجع الطلاب على التحدث بصوت عال وعلى نحو مميز ، حتى يمكن للطلاب الذين يعانون من مشكلات سمع أن يسمعون ما يقال في الفصل . وعندما يجد المعلم أن الطالب لديه مشكلة سمع مزمنة فإنه يجب أن يقوم بإشارة لجذب انتباه الطالب قبل توجية أسئلة ويجب أن يتحدث مباشرة تجاه الطالب الذي لديه هذه المشكلة كما أن الفصل جيد الإضاءة يمكن أن يساعد الطلاب الذين يعانون من مشكلات بصرية كما يجب ألا يجلس هؤلاء الطلاب في أركان مظلمة من حجرة الدراسة ويجب أيضاً أن يتأكد المعلم أن التعليقات التي يكتبها في (كراسات) الطلاب والمعلومات المكتوبة على السبورة أو على جهاز العرض العلوي كبيرة وواضحة وعند استخدام موارد سمعية - بصرية مايجب أن تكون الأفلام مركزه ويجب أن يكون الصوت مميزاً وعلال نسبياً ولكن ليس عالياً جداً بحيث يؤدي سمع الطلاب الذين ليس لديهم مشكلات سمع كما يجب

معالجة المشكلات الثانوية للكلام بصبر وفهم فالطلاب الذين يتلعثمون أو لديهم مشكلة في تكوين الكلمات يحتاجون إلى وقت إضافي للإجابة على الأسئلة والقيام بالتعليق في الفصل . وإن محاولة تعجل استجابات هؤلاء الطلاب سوف يزيد من حدة صعوباتهم لاغير . فإذا كان الطالب الذى لديه عيوب في الكلام يبدو مرتبكا بسبب مشكلته فقد يكون من الأجدر الا أن يخبره على الإستجابة شفويا في الفصل .

أما مشكلات الرؤية والسمع الحادة يجب أن تستولى على انتباه المختص الإجتماعى للمدرسة الذى يتصل بآباء الطلاب وفي بعض الأحيان قد يكون المتخصصون في تعاملهم مع كل مشكلة قادرين على تخفيف الصعوبة أو مساعدة الطالب في التسامى على مشكلته .

التعويض عن أوجه القصور العقلية :

ربما يكون أفضل نصيحة يمكن أن تعطى لمعلم الرياضيات بشأن معالجة لطلابه الذى تنقصهم بعض القدرات العقلية المطلوبة في تعلم الرياضيات هي ألا توبخ الطلاب على قدراتهم العقلية المحدودة فعلى الرغم من أن المجتمع الحديث قد تعلم كيف يعامل المعوقين جسميا بشفقة ورحمة ، إلا أن كثيراً من الناس (حتى بعض المعلمين منهم) مازالوا يميلون إلى التعامل مع ذوى القدرات العقلية المحدودة كما لو كانت لهم يد في بطئهم في التعلم . فبطئو التعلم في الرياضيات يجب أن يعطى لهم وقت إضافي لإتمام تعيينات الواجبات المنزلية كما تجب مساعدتهم في وضع أهداف التعلم التى سيكونون قادرين على تحقيقها فيما بعد ويجب أن تعطى لهم شروح (أمثلة) محسوسة كثيرة للأفكار الرياضية المجردة فتعيين الواجبات الفردية وأنشطة للفصل ، وأدوات القياس القبلى والبعدى قد تكون ضرورية لمساعدة بطيء التعلم على بلوغ الحد الأدنى للتمكن من مهارات الرياضيات .

وممكن لمستشارى التوجيه ، والأخصائيين النفسيين والمتخصصين في الإختبارات أن يساعدوك في تحديد واستخدام الإختبارات المصممة للتعرف على القدرات العقلية النوعية (الخاصة) وقياسها وذلك يعد أن تكون قد تعرفت على المشكلات العقلية الخاصة للطلاب بطيء التعلم وتوجد طريقتان للتعامل مع الموقف إما أن تساعد الطالب على تحسين قدراته الضعيفة وإما تعمل على أن تصمم أنشطة تعليم/ تعلم لتعويض أوجه القصور العقلية أو التغلب عليها لديه وفي معظم الحالات يكون ترابط هاتين الطريقتين هو الأكثر فعالية لمساعدة الطلاب في التغلب على المشكلات التعليمية . ويمكن إعداد تمارين وأنشطة خاصة في الرياضيات لمساعدة هؤلاء الطلاب في تقوية القدرات العقلية المحدودة لديهم في حين يمكن تصميم أنشطة أخرى حتى يمكن للطلاب استخدام قدراتهم العقلية الأقوى في تعلم الرياضيات . فعلى سبيل المثال ، الطالب الذى لديه مشكلة في التعامل مع سمات عديدة لمفهوم رياضى في وقت واحد يجب إعطاؤه تدريباً في التعرف على الأبعاد المناسبة (المتصلة) وغير المناسبة (غير المرتبطة) لكثير من مفاهيم الرياضيات المختلفة فالطلاب غير القادرين على التعامل مع تجريدات رياضية يكونون قادرين على تعلم مهارات ومفاهيم وأساسيات الرياضيات بالتعامل مع شروح

(أمثلة) محسوسة لهذه الموضوعات . وهناك بعض الناس الذين لديهم معوقات عقلية خطيرة فمثل هؤلاء الطلاب قد تعين لهم برامج خاصة تدرس لهم بوساطة معلمين معدين أعداداً خاصاً ليساعدهم في تعلم مهارات أساسية وهناك بعض الطلاب الذين يكونون على درجة عالية من الذكاء في مواد معينة ، لكنهم لا يمتلكون بعض القدرات المنفردة المطلوبة من الرجل الرياضي (المتخصص في الرياضيات) وقد تكون النتيجة أن هؤلاء الطلاب غير محتاجين لسلسلة كاملة من برامج الرياضيات في المدرسة الثانوية ولا يجب اعطاؤهم إياها فتمكن من المهارات الحسائية الأساسية قد يكفي لبعض الطلاب التعساء الذين لديهم احباط وغير الناجحين في برامج الرياضيات ذات المستوى الأعلى .

التغلب على المشكلات الإنفعالية :

إن الطلاب المضطربين إنفعالياً على نحو خطير قد يحتاجون إلى استشارة ومعونة خاصة خارج الفصل ، ومع ذلك فهناك أمور كثيرة يمكن أن يقوم بها المعلمون لمساعدة الطلاب الذين يعانون من مشكلات إنفعالية معتدلة حيث أن معظم المشكلات الإنفعالية يسببها الضغط ، ومن هنا يجب علينا أن نحمي الطلاب من الضغط المتزايد . في الفصل وتتيح لهم أنشطة جذابة ومرضية أما الضغوط والمشكلات المتعلقة بالمدرسة فإنها تزيد فقط من الإضطراب والإنفعال للطلاب وعندما تجد أن طالباً لديه مشكلة إنفعالية فإنه من الأفضل أن تسمح له بأن يتأخر في تسليم الواجبات المنزلية أو يتم اختباره عندما يكون مستعداً لذلك . ومن هنا فلا ينبغي علينا أن نضغط . إن كثيراً من الطلاب القادرين جسمياً ، وإنفعالياً ، وعقلياً يؤدون أداءً منخفضاً في حصص الرياضيات لأنهم ليسوا مهتمين بالرياضيات ولا يرون قيمة كبيرة في تعلم الرياضيات وعلى الرغم من أن عدداً من الطلاب قد أصبحوا مقترين جداً عن المدرسة لدرجة أننا لا يمكن أن نفعل إلا القليل لإثارة دافعيتهم لتعلم الرياضيات ، فإن معظم الطلاب الذين لم تستثار دافعيتهم يمكن مساعدتهم على تذوق الرياضيات وتقييمها بكفاءة شيقة ومفيدة كما أن كثيراً من موارد التعليم/ التعلم لفصول ومعامل الرياضيات تصمم لزيادة دافعية الطلاب . وبوجه عام ، فإن معظم الطلاب يمكن إستثارة دافعيتهم لتعلم الرياضيات إذا كان معلمهم يهتمون بكل طالب منفرداً ، ويتحمسون للرياضيات ، ويختارون أنشطة مسائل جذابة ليستخدما الطلاب في تعلم الرياضيات ويجب أن يظهر المعلمون للطلاب تطبيقات ، شيقة للرياضيات ويجب أن يعطوا طلاب مجموعة متنوعة من نماذج التعليم/ التعلم في تقديم الدروس كما يجب أن يظهرها نوعاً مامن السيطرة على الأنشطة المستخدمة في تعلم الرياضيات وأيضاً المعلمون الذين يتبعون إقتراحات تخطيط درس الرياضيات الموجودة في الفصل الرابع والذين يستغلون نماذج التعليم/ التعلم (الموجودة في أن معظم طلابهم لديهم دافعية على نحو إيجابي لتعلم الرياضيات .

الاستجابة للمؤثرات الثقافية على التعلم :

نادراً ماتكون أوجه القصور في ثقافات معينة هي السبب في المشكلات المتعلقة بالثقافة في التعلم بالمدرسة ، فهي عادة ناتجة عن فشل المعلم في فهم وتقييم ثقافات طلابه فمعلم الرياضيات عليه أن

يقبل حقيقة واقعه هي أن الناس الذين تعكس أساليب حياتهم ثقافات متنوعة لديهم طرق مختلفة للتعبير عن أنفسهم ، ويستخدمون أنماط كلام متعددة (متنوعة) ويسلكون بطريقة غير عادية ، ولديهم اتجاهات وقيم مختلفة . أما محاولات معلمى الرياضيات لفرض قيمهم الثقافية على طلابهم يمكن أن يكون لها آثار سلبية على اتجاه الطلاب نحو تعلم الرياضيات ومن هنا يجب على المعلم أن يحترم الاختلافات الثقافية من الطلاب ويجب أن يستغل هذه الاختلافات في تدريس الرياضيات على الرغم من أن تمييز المعلم لجماعات ثقافية معينة قد يظل غير محدد أو مقرر يمكن أن يؤدي إلى عدم احترام متبادل بين المعلم وهؤلاء الطلاب مما يجعل الطالب ينمى اتجاهات سلبية نحو تعلم الرياضيات وأفضل طريقه لتجنب خلق مشكلات تعلم نتيجة اختلافات ثقافية أو أختلافات عرقية هي معاملة كل الطلاب نفس المعاملة ، بمعنى أن تعامل كل طالب باحترام ، وإخلاص وإهتمام .

ولقد طورت مؤسسات حكومية وفيدرالية معينة برامج لمساعدة الطلاب المنتمين لاسر محرومة إقتصادياً واجتماعياً ولمساعدة الطلاب الذين تتدخل اختلافاتهم الثقافية ، مثل اللغة ، في تعلمهم بالمدرسة فكثير من المدارس التى يأتي طلابها من أسر ذات دخول منخفضة يحق لها أن تحصل على إعانات مالية من أجل تحسين نوعية التعليم لهؤلاء الطلاب . وقد تكون قادرة على الحصول على هذه الإعانات ، من خلال الحى الذى تقع فيه المدرسة ، لشراء موارد التعليم المستخدمة في برامج الرياضيات لأبنائها من الطلاب .

التعامل مع المشكلات الاجتماعية :

إن الطلاب غير المتألفين مع التركيب الإجتماعى لفصل الرياضيات قد يكونوا منغزلين وغير مستجيبين في الفصل ، في حين أن الطلاب الذين يعملون على جذب الانتباه الخاص من جانب المعلم - فيجب عليك - كمعلم - أن تحاول بالتحدث معهم ، وتوجيه الأسئلة إليهم ، وتشجيعهم على الإستجابة لإجاباتهم وتؤكد من اعطاء هؤلاء الطلاب نصيبهم من التشجيع العلنى لهم على الواجبات المنزلية أو أوراق الإمتحانات المكتوبة على نحو جيد . وفي بعض الأحيان قد تكون قادراً على تشجيع الطلاب الذين يتسمون بالحجل الاجتماعى لإكمال مشروعات مثل بناء نماذج رياضية ، وحل مشكلات منطقية أو بناء معينات بصرية يراها الطلاب الآخرون شيقة ، وكثير من هؤلاء الطلاب المتسمين بالهدوء لديهم مواهب واهتمامات وهوايات خاصة قد يريد طلاب آخرون أن يشتركوا فيها فيجب أن تحاول جعلهم يشعرون أن لديهم مكانا بالفعل في التركيب الإجتماعى للفصل ولكى تبعد الطالب زائد النشاط عن تشويه الأداء المنظم لحصص الرياضيات ، قد يكون من الضرورى أن نتحدث معه بسرية . وفي بعض الأحيان قد تكون قادراً على توجيه طاقات الطالب إلى أنشطة جذب الانتباه البناءة مثل مشروعات الرياضيات الخاصة التى تجعله ينال استحسان زملائه من الطلاب .

وقد يكون من الضروري طلب معونه المختص الإجتماعى بالمدرسة للتعامل مع طالب غير متوافق إجتماعياً . مثل هؤلاء الطلاب يحتاجون إلى الفهم والتوجيه وليست الضغوط لجعلهم يتوافقون تلك التى وتصعد مشكلاتهم الإجتماعية .

التعامل مع مشكلات القراءة لدى الطلاب :

يصل الطلاب إلى المدرسة الثانوية أحياناً دون تعلم فى كتبهم وفى بعض الأحيان يكون من المستحسن أيضاً أن تقرأ لطلابك من الكتاب المدرسى وتفسر كل فكرة جديدة وتوضحها وانت تقرأ لهم وسوف تجد أنك عندما تطلب من الطلاب أن يقرأوا شروحاً ومسائل لفظية بصوت مرتفع من الكتاب فسوف يساعدهم ذلك على تحديد صعوباتهم الخاصة بقراءة وتفسير كتب الرياضيات ثم اطلب من الطلاب أن يقرأوا الكتب ببطء وأن يتوقفوا ويفكروا فى كل مفهوم أو أساس جديد ، وأن يستخدموا الورقة والقلم لعمل تفاصيل لأمثلة التمارين والبراهين وذلك عن طريق إضافة خطوات جديدة لتوضيح طريقه عرض الكتاب المدرسى . ويجد بعض المعلمين أن القدرة القرائية للطلاب يمكن تتحسن وذلك بإعطاء تعيينات واجب تتطلب من الطالب أن يكتب شرحاً لفكرة رياضية يمكن لطلاب آخرين أن يقرأوها لمساعدتهم فى فهم الفكرة بشكل أفضل .

تصحيح أوجه القصور الخاصة بالتدريس

إن المعلم الذى يقوم فعالية كل درس سوف يجد أوجه قصور فى طرق التدريس التى يتبعها بمجرد ظهورها . وفى هذا الصدد ، فإن التقويم المنظم والمستمر ومراجعة خطط الدروس هو المدخل الأكثر فعالية لتصحيح أوجه القصور هذه . وقد ناقشنا تقويم فعالية التدريس فى الفصول ٤ ، ٥ ، ٦ وسوف نذكر الكثير من التفاصيل عن ذلك فى الأجزاء القادمة . وعندما يكون الطالب غير قادر على فهم وإتقان موضوع الرياضيات فى الفصل فإنك يجب أن تسأل السؤال الأتى : ما عيوب طرق التدريس التى استخدمتها ؟ قبل أن تسأل « ما عيوب طلائى ؟ »

الإنضباط داخل الفصل

هناك اعتبار هام فى تدريس وتعلم الرياضيات وهو تحقق النظام بالنسبة للطلاب داخل حجرة الدراسة وتعتبر مشكلات النظام سبباً رئيسياً لعدم فعالية كثير من المعلمين الذين يدعون مهنة التدريس لأنهم غير قادرين على تحقيق نظام فى حجرة الدراسة واحدى الاهتمامات الرئيسية للمعلمين عديمى الخبرة هى قدرتهم على تحقيق النظام بالنسبة للطلاب داخل فصولهم وبصفة خاصة فإن الطلاب المعلمين معينين بإمكانية أو احتمالية حدوث مشكلات متعلقة بالنظام . وعلى وجه العموم فإن النظام داخل حجرة الدراسة يشتمل على أداء أنشطة جديدة فى حصة دراسية وذلك حتى يمكن للطلاب أن يتعلموا الرياضيات بطريقة فعالة ومؤثرة كما وردت عن هايم صفوت (١٩٧٢) فى كتابة « المعلم والطفل » المقولة التالية لكى يوضح مدخاً جيداً فى تناول مشكلات شديدة متعلقة بالنظام .

(كان هناك معلم على وشك أن يعطى درسة الأول في مدرسة للأولاد الجانحين . وكان يعتبره)
الخوف جداً ذلك لأن النجاح والفشل كانا معلقين على لقائه الأول . وبينما كان المعلم يحطو متأثر نحو
مكتبة تعثر ودفع . فانفجر الفصل كله في ضحك شديد عال . ونهض المعلم ببطء وبعد أن انتصبت
قامته قال هذا أول درس لي اليكم إن الشخص يمكن أن يسقط منكفئا على وجهه وينهض مرة أخرى
وسكت الفصل كله ، ثم صفق له ، فقد فهم اتلاميذ الدرس الذي أراده معلمهم .

مدخلات للنظام

إن الأهداف الواجبة التي ينبغي مواجهتها من خلال حجرة دراسة الرياضيات جيدة التنظيم يجب
أن تكون واضحة ونسبة التعليم تقل كثيرا في الفصل الفوضوى والتعلم الذى سيحدث لا يكون من
المحتمل أن يرد إلى أهداف المعلم المعرفية والوجدانية للدرس . فتعلم الرياضيات يتطلب التفاتا
وتركيزاً واشتراكاً من جانب الطالب في كل درس . فالفصول الشديدة الفوضى وغير محددة
المستويات والغير منتظمة لاتعتبر مواقف جيدة للطلاب تساعد على تعلم الرياضيات وهناك أيضاً
عدة أهداف مجتمعة يمكن بل يجب أنه تتحقق من خلال فرص النظام في المدارس ويضيف أوزابل
(١٩٦١) أهداف النظام هذه بقوله :

يعتبر النظام ظاهرة عالمية ثقافية تخدم بوجه عام أربع وظائف هامة عند تدريب الصغار أولها .
يعتبر ضروريا بالنسبة للتطبيع الاجتماعى أى لتعلم مستويات السلوك المقبولة والمعترف بها في أى ثقافة
وثانيها : يعتبر ضرورياً بالنسبة للنضج السوى الشخصية بمعنى اكتساب خصائص الشخصية
الناضجة مثل الاعتماد على النفس ، والتحكم الذاتى ، والاصرار ، والقدرة على تحمل الاحباط ،
وهذه الجوانب من النضج لاتحدث تلقائياً ولكن كاستجابة لحاجات وتوقعات اجتماعية مستمرة
ثالثها : يعتبر ضروريا لاستدخال مستويات والتزامات اخلاقية تتيح الفرصة لثبو الضمير ومن الواضح
أن المستويات لايمكن أن تستدخل إن لم تكن توجد في شكل خارجى أيضاً حتى بعد ما تستدخل
بشكل فعال فإن الخبرة الثقافية العالمية تفترض أن الظروف الخارجية لازالت مطلوبة من أجل
الاستقرار للنظام الاجتماعى وأخيراً فالنظام يعتبر ضرورياً للأمن الانفعالى للأطفال فبدون التوجيه
الذى توفره عناصر تحكم خارجى غامضة فإن الصغار يغلب عليهم الشعور بأنهم مترددين وخائفين
فالعيب الملقى على قدرتهم المحدودة على التحكم الذاتى كبير جداً وهناك مدخلان متميزان لتناول
النظام احدهما مدرسة فكرية يمثلها بها يم جينوت (١٩٧٢) ننادى بالتجنب الكامل للعقاب عند
التعامل مع مشكلات النظام قال جنوت إن أصل النظام هو إيجاد بدائل فعالة للعقاب فعندما تعاقب
طفلا فإن ذلك يعنى اثارته واغضابه وجعله غير قابل للتعليم . فيصبح اسيرا للعداء ودافعاً للحقد
وسجيناً للضعف وتحت ظروف التشبع بالغضب فريسة الامتلاء بالحقد والضعف لا يوجد هناك وقت
أو عقل للدراسة .

وثانيها يمثله ديفيد أوزابل (١٩٦١) بأن الأشكال السلبية للنظام تعتبر ضرورية في تعليم الاطفال . فيقول « طبقاً لمقولة مقبول بشكل كبير فإن الأشكال » الموجبة فقط للنظام تعتبر بناءً وديمقراطية . ومن المؤكد أن الاطفال يجب أن يوجهوا بالمكافأة والاستحسان وأن التوبيخ والعقاب يعتبران من الأمور السلطوية التي تؤدي للضغط وتعبيرات انعكاسية لعداء الكبار . التي تترك مخاوف انفعالية دائمة على شخصياتهم وما يختار هؤلاء المنظرون ليتجاهلوه هو حقيقة ومن المحتمل أن يتعلم الأطفال ماهو غير مقبول وذلك ببساطة عن طريق التعميم بشكل عكسي من التقبل الذي يتلقونه عن السلوك المقبول وعن طريق المكافأة على الأمانة والسلوكيات الحسنة فقط لا يمكن لأحد أن يعلم الأطفال على سبيل المثال أن عدم الأمانة والوقاحة يعتبران من الخصائص غير المقبولة اجتماعياً حتى الكبار من الواضح أنهم غير قادرين على تعلم واحترام حدود السلوك المقبول إن لم يتضح أن التمييز من ماهو غير مقبول وماهو مقبول قد تفرز بالعقاب وأيضاً بالثواب وبالإضافة الى ذلك هناك سبباً وجيهاً للاعتقاد بأن التسليم بالتصرف الخاطيء وقبول العقاب تعتبر جزءاً من تعلم المسؤولية الأخلاقية ونحو ضمير حي وهناك القليل جيداً من الأطفال الذين يعتبرون ضعافاً جداً حد أنهم لا يستطيعون تقبل التوبيخ والعقاب الواجب ص ٢٨ - ٢٩ وفي تعليم وتعلم رياضيات المدرسة الثانوية وجرت أن التعزيز اكثر للسلوكيات المرغوبة يعتبر طريقة أفضل لتحقيق النظام من العقاب على السلوك غير المناسب ومع ذلك فهناك أمثلة كثيرة في المدارس حيث يكون من الضروري فرض العقاب على الطلاب الذين يعوقون التدريس والتعلم باستمرار في حجرة الدراسة .

ومن سوء الحظ أن أوزابل يبدو على حق في ملاحظته أن بعض الناس غير قادرين بشكل واضح على تعلم واحترام حدود السلوك المقبول إن لم يتعزز التمييز بين ماهو غير مقبول وماهو مقبول عن طريق العقاب والثواب أيضاً أثناء التعامل مع فصل للرياضيات هناك نوعان من المواقف يمكن أن يؤدي إلى مشكلات نظام . فقد تصبح التلميذ أما مشتركاً في سلوكيات غير مرغوبة أو قد يتمتع عن الاشتراك في أنشطة مرغوبة أو قد يمنع عن الاشتراك في أنشطة مرغوبة . وفي كلا الحالتين هناك ضرورة للاستجابة من المعلم ففي الموقف الأول فإن وظيفة المعلم هو أن تجعل الطالب يكف عما يفعله ، وفي الموقف الثاني يحتاج المعلم إلى أن يشغل الطالب في عمل شيء ما لا يكون الطالب فاعلاً له حيثئذ . وقد حدد الباحثون التربويين ستة عوامل لإستجابة المعلم وهو الوضوح ، والحزم ، والخشونة ، والخبرة ، والتركيز ، ومعاملة الطالب كقدوة .

الوضوح: يشير إلى كم المعلومات التي يعطيها المعلم في استجابته فيجب على المعلم أن يكون حريصاً عند اعطاء تعليمات تتعلق بالكف أو الاشغال مباشرة للطلاب أو لمجموعة من الطلاب كما يجب أن يفعل بالضبط فأحدى التعليمات مثل « سوزان » يمكن أن تكفي عن التحدث إلى هيرب وابدئ العمل في واجباتك وهذا عادة ما يكون اكثر فعالية من أن تقول « حسن كل منكم يبدأ عمله » .

الحزم : هو درجة التحديد والأمر به التي يتخذها المعلم عند معالجته لمشكلة سلوكية إن أتجاه المعلم وتعبيرات وجهه ونغمة صوته تشير إلى هل يعنى المعلم حقيقة ما يأمر به الطلاب أم لا وهناك بعض المعلمين عند محاولتهم تهدئة فصل مليء بالضوضاء يضع دقائق دون تأثير ملحوظ على درجة الضوضاء ومع ذلك فإن عبارة مباشرة مثل « لأرى إن لم تلتفت وتبدأ في العمل في واجبك بمفردك فسوف توقع نفسك في متاعب » سوف تجعل لارى عادة يهدأ على الأقل مؤقتاً .

الخشونة : تشير إلى درجة الغضب والاحباط والسخط التي تحدث للمعلم أثناء الأمر بالكف أو الاشغال . إن تغيير الوجه الحاد والصوت الغاضب والتهديد أو العقاب الفعلي تعتبر أمثلة لأنواع مختلفة ودرجات للخشونة إن درجة الخشونة المستخدمة في تأنيب طالب يجب أن تعتمد على مستوى حساسية الطالب ومدى خطورة الفعل المستهجن وطبيعة الاستجابة المتوقعة من الطالب .

الحدة : هي مستوى جذب الانتباه لعمل المعلم وقدرته على السيطرة على الفصل فإذا لم يكن من الممكن تمييز المعلم للضوضاء العادية في الفصل فإن حدة الأمر تكون ضعيفة اما اذا حذبت استجابة المعلم انتباه الفصل كلية فإنها تكون ذات حدة شديدة . إن الاستجابات المنخفضة في حدتها والتي سوف لاتعلق طلاباً آخرين تعتبر مناسبة تماماً لتحقيق النظام بالنسبة لطلاب واحد يكون قد ارتكب عيباً بسيطاً وكذا الإستجابات عالية الحدة تعتبر أكثر فعالية عند التعامل مع مشكلات نظام أكثر خطورة متضمنة عدداً كبيراً من الفصل .

التركيز : يشير إلى ما يركز عليه المعلم في تكليفة بعمل الكف أو الأشغال فهل يركز المعلم على تصرف أو عمل يجب أن يوقف أو نشاط يجب أن يبدأ ؟ هل يوجه المعلم الاهتمام إلى الموقف المتأق من اخطاء الطالب السلوكية أو هل يركز على سمات الطالب الشخصية وينادى جيبوت (١٩٧٢) بالتركيز على آثار مشكلته نظامية بدلاً من التركيز على شخصيته المخطئ فعلى سبيل المثال عندما يتحدث تلميذ باستمرار في الفصل ويشوش على درسك أو على أنشطة التلاميذ الآخرين فمن الأفضل أن تقول « بول » من فضلك أهدأ فأنت تشتت انتباهي وتتدخل في محاولات الآخرين لفهم هذه الفكرة « بدلاً من أن تقول « أخرج يا بول فأنت عل الصوت متهتر إن الاستجابة الأولى تركز على تأثيرات غير مرغوبة لسلوك بول بينما تركز الاستجابة الاخيرة على شخصية بول والتي يمكن فقط أن تسبب نفور وتعزز من كراهية بول للرياضيات .

معاملة الطالب : تشير إلى كيف يتم تعويد الطالب على النظام من جانب المعلم هل تعامل المدرس مع الطفل كصديق عند عمل خطأ وعند تعويد الطلاب عمل صائب كقلوه عندما يكون مصدراً لكثير من المتاعب ؟

التعامل معهم كجائحين أو كمصدر متاعب غير قابلين للتقويم وكما ترى فإن هذه المتغيرات الست في استجابات المعلمين لمشكلات النظام متداخلة فالوضوح والحزم والخشونة والحدة والتركيز

ومعاملة الطالب المتضمنة في استجابة معلم فالواقعة سلوكية سيئة سوف تعتمد على مدى خطورة المشكلة النظامية .

أسباب مشكلات النظام

إن الموضوع السابق في هذا الفصل يتناول تشخيص صعوبات تعلم الطلاب ، وأى من المشكلات الثمانية المتعلقة بالتعلم التي توقشت هناك والتي يمكن أن تكون سبباً لمشكلة نظام . كما أن العوائق الحسية للطلاب كالفصير العقلي والمشكلات الإنفالية ، ونقص الدافعية ، والعيوب الثقافية والمشكلات الاجتماعية يمكن أن تتدخل في تعلمه للرياضيات . إن الطلاب الذين لديهم مشكلات في التعلم يعتبرون عرضة لمشكلات نظام وأن الطالب الذى يجبط لأنه غير قادر على التعلم في المدرسة قد يثور على النظام التعليمى وذلك بأن ينغمس في سلوك غير مقبول مثل ازعاج الفصل وسب المعلمين وكسر المقاعد واتلاف ممتلكات المدرسة .

إن التهديدات من قبل المعلم أو تصديه للطلاب قد تثير ذاتيتهم الأمر الذى يؤدى إلى ردود فعل دفاعية تؤدى إلى كراهية وثورة على المعلم . وعندما يتهم طالب من قبل المعلم أمام طلاب آخرين ، فإنه يجب أن يثار لنفسه بأن يكسب الجولة مع المعلم من أجل أن يحقق ذاته في الفصل .

وإذا لم يضع المعلم قواعد متسقة ومستويات للسلوك ويفرضها بحزم ، فقد يرد الطلاب بمحاولة اختبار مدى تحمل المعلم للسلوكيات السيئة باستمرار وإذا فشل المعلم في أن يستخدم تقويم واجراءات قياس عادلة وجيدة فإن الفصل كله قد « يثور » ضده وبالرغم من أن الطلاب أحياناً ما يتقدمون بلا عقلانية وعدم أساق وعدم صلاحية فإنهم يتوقعون إن المعلمين يكونون منضبطين ومتسقين وعادلين في كل الأوقات في تعاملهم معهم وعندما لا يتم التعامل في الحال مع مشكلات النظام الصغيرة وعدم الالتزام بالقواعد فإنها قد تكبر وتصل إلى مشكلات سلوكية خطيرة يكون من الصعب اصلاحها . وأيضاً ينظر إلى المعلم على أنه قدوة في السلوك والمستويات التى لا يتوقع أن يجدها الطلاب من الأنشطة التى ينغمس فيها المعلم أو فعل أشياء لايفعلها . كما يجب على المعلم الا يحاول أن يفرض نظاماً في الزى أو مستويات السلوك على الطلاب إن لم يلتزم هو بنفس المستويات فإن مدخل أفعال مألوف لا لا أفعال . لسلوك الطالب ليس طريقاً مؤثراً للتعامل مع مشكلات النظام .

ولكى تكون العقوبات مؤثرة لتنجية السلوكيات الغير مرغوبة فإنها يجب أن تكون متناسقة مع السلوك السئ . وإذا مازاد المعلم وقسا في عقوبته على خطأ بسيط فقد ينفس الطالب عن غضبه واحباطه من خلال سلوكه بخروجه عن القواعد بطريقة أكثر خطورة . وبنفس المبدأ فإن المعلمين الذين يضعون اما مستويات أكاديمية أو سلوكية تكون أعلى بكثير على طلابهم إلى حد أنهم لا يستطيعون تحقيقها فإنهم قد يسبون غضباً أو احباطاً لدى الطلاب الأمر الذى يؤدى إلى مشكلات نظام « إن الفصول الموجهة توجيهها فاشلاً » هى عادة فصول تعاني من مشكلات نظام . ويجب

التأكد من التفرقة بين الطلاب الذين يكونون مجرد مشاغبين بهدف جذب الانتباه هؤلاء الطلاب القليلون صناع المتاعب الخطر من أن الطالب المشاغب يمكن التعامل معه بلطف وبالزحاح ومع ذلك فإن الطالب الذى عنده مشكلة سلوكية خطيرة قد يحتاج مساعدة مهنية قد تكون اكبر من قدرتك كمعلم للرياضيات وهناك بعض مشكلات النظام التى تنشأ عن طريق التدريس الضعيف والمعلمين غير ذوى اليقظة الكافية ومع ذلك فإن مشكلات نظام تنتج عن مشكلات شخصية وخصائص طلاب تكون أكبر من التحكم المباشر للمعلم . إن أسباب معظم مشكلات النظام عادة ماتوجد فيما بين هذين النقيضين . فكل الطلاب يعتبرون فى واقع الامر جيدين ولكنهم يتصرفون تصرفاً غير سليم لأن لديهم معلمين سيئين وعندما تحدث مشكلة نظام يكون التلميذ دائماً على خطأ .

منع مشكلات النظام

يواجه كل المعلمين مشكلات نظام من حين لآخر فى فصولهم وهناك عدد من الاساليب التى يمكن أن تستخدم للإقلال من حدة هذه المشكلات لأدنى حد ممكن فاللقاء الأول لفصل جديد يعتبر أفضل وقت لتأسيس نمط السلوك الذى تتوقعه من الطلاب فى فصلك وذلك لأن هناك الكثير من الأنشطة الغير تعليمية التى ينبغى القيام بها فى اليوم الأول من الدراسة فإن بعض المعلمين يحاولون تدريس الرياضيات . فهم يقضون اليوم الأول للفصل فى استعراض للكتب الدراسية وجمع المعلومات عن الطلاب ، وتنظيم الفصل وملء السجلات بينما لا يكون هناك الكثير للطلاب يمكنهم القيام به . وحينئذ فالمرهقون الممتلئون بالطاقة ، الذين يجلسون فى جماعة كبيرة فى فصل صغير لمدة ٤٥ دقيقة يصبحون قلقين وذلك مما يدفعهم للبحث عن طريق لشغل وقت فراغهم وهم سوف يتحدثون بعضهم مع البعض ، ويتصارعون فى الفصل ، ويخلقون قلاقل صغيرة يحاولون أن يضايقوا المعلم بها ويتحركون عبر حجرة الدراسة خارجين منها وداخلين اليها ومع أنه ليس فى هذه الأنشطة ما يؤدى إلى مشكلات نظام خطيرة فإن الطلاب كجماعة يميلون إلى تأسيس نوع من النظام ليس بالضرورى هو ماتريده أنت فى فصلك .

ومن الأفضل كثير أن تقضى أول لقاء فى تدريس الرياضيات بتقديم أفكار رياضية جديدة وجعل الطلاب يناقشون الرياضيات ويتدربون على بعض التمارين الرياضية وهم فى أماكنهم أو على السبورة . واذا أعددت ودرست أول درس فى كل مقرر لكى تجعل كل طالب مشغول فى عمل وحل التمارين الرياضية فإنك تكون قد أسست فصلك كمكان حيث يتوقع لكل من فيه أن يعمل ويجد ويستجيب لتعلم الرياضيات . وأيضاً من المناسب أن تعين واجباً دراسياً يجب أن يمهد للقاء التالى واذا ملت إلى تدريس الرياضيات فى أول يوم للدراسة فإن الطلاب سوف يعلمون أنك ستكون جيد الاعداد لكل فصل ولك حصة وإن فصلك يعتبر مكاناً يتوقع أن تحدث فيه أنشطة تعليمية جادة ومن الأفضل أن تكون الأسابيع الأولى حازمة ومليئة بالعمل عند كل مقرر جديد فى الرياضيات . وذلك لكى تجعل الطلاب كلهم مندمجين بشكل فعال فى تعلم الرياضيات وبذلك سوف يجدون احساساً بالأهمية

تفرضه أنت على تدريس وتعلم الرياضيات وذلك لانهما أن تصادق طلابك أثناء اللقاءات القليلة الأولى وذلك بأن تظهر لهم وأنت شخص « مرح » وأن فصلك مكان « للهو » أو « للراحة » وخلال الاسبوع الأول من الدراسة يجب أن تكتسب احترام طلابك لأنك مدرس رياضيات كفؤ وأنت بهذا سوف تكتسب اعجابهم وصدقاتهم فيما بعد . وأحيانا ما يظن بعض المعلمين الذين لا جدة لهم أنهم يمكنهم « أن يكسبوا الطلاب » بأن يروحو عنهم بالفكاهات ويلعبوا بعض الألعاب المسلية ويسمحوا لهم بأن يفرضوا - مستويات من السلوك مخالفة داخل الفصل . وهكذا فإن مدخل « دعه يعمل » في التدريس عادة ما يؤدي إلى فصل غير منظم ومشكلات سلوك للطلبة ومستوى أدنى من التعليم . وإن حدث وسمحت للطلاب أن يؤسسوا أى يحدث لهم تعلماً ضعيفاً وانماطاً سلوكية معينة فإن كثيرا من الوقت والجهد يكون مطلوباً لإزالة هذه الانماط غير المناسبة واحلال الانماط المنظمة للسلوك محلها .

وهناك مسائل ادارية روتينية يجب تناولها في الحصص الدراسية فيها أن نتناول مسائل الإبداع وأنشطة جمع المعلومات وحفظ السجلات بسرعة وبفاعلية حتى يدرك الطلاب أنك لاتعتبر مثل هذا العمل أقل أهمية من قضايا الرياضيات . وفي بعض الفصول يبدو من سوء الحظ أن المسائل الاجرائية تأخذ أفضلية على المسائل الاكاديمية وأن تعليم وتعلم الرياضيات يجب أن يضغظ فيما يتبقى من زمن بعد ما يوجد الاهتمام إلى مسائل أقل أهمية .

وكمعلم فأنت لست بالضرورة أفضل من طلابك ومع ذلك فإن دورك يختلف عن أدوار طلابك . إنهم يتوقعون منك أن تكون قائد لهم حتى تكون بمثابة القدوة وإن تضع مستويات للسلوك الطلابي فأنت لست مجرد فرد من المجموعة في الفصل وأنت يجب ألا تحاول أن تتبوأ هذا الدور ولكي تجعل الطلاب يتجهون اليك للاستشارة والمساعدة في تعلم الرياضيات وطلباً لمستويات السلوك عليك إن تقبل موقع السلطة وتكتسب احترام طلابك . وإن كنت لست في حاجة إلى ذلك وينبغي ألا تصيح دكتاتوراً غير مرن تنصرف كما لو كنت تعتبر نفسك معصوماً من الخطأ . إن لمسة مرح والاستعداد للتوفيق عندما يكون التوفيق لا يعطل النظام تعتبر سمات أو خصائص ضرورية للمعلمين الذين يجب أن يحققوا فصلا منظما وبيئة تعليمية فعالة ويجب أيضاً أن تكون على ألفة وبشكل دقيق بكل قواعد ومستويات سلوك المعلم والتلميذ التي توضع من قبل مجلس التربية والادارة في نظامك المدرسي إن معظم المدارس بها نشرة مطبوعة تنص على حقوق وواجبات الطلاب كما أن هناك نشرة أخرى تتضمن حقوق ومسئوليات المعلمين . وإذا كان المعلمون في مدرستك يمثلون هيئة معينة (كاتحاد المعلمين) في التعامل بشكل جماعي مع مجلس وإدارة المدرسة فإن كثيراً من التنظيمات المتحكمة في سلوك المعلمين يمكن أن تتضمن في شكل عقد بين مجلس المدرسة وتنظيم المعلمين واذا كانت الكثير من مشكلات النظام تحدث من الطلاب من غير خطأ من المعلمين فإن هناك مشكلات أخرى يمكن أن تمنع اذا ما اتبع المعلمون قواعد قليلة بسيطة للسلوك في التعامل مع الطلاب .

إن القائمة التالية من « افعل » « ولا تفعل » يمكن أن تستخدم من قبل المعلم الذي يريد مؤشرات لمنع مشكلات النظام في فصلا .

- ١ - كن مستعداً جيداً لكل من فصولك ١ - لا تحاول أن تضع الوقت في فصولك بتكليف الطلاب مهام غير مفيدة
- ٢ - استخدم أنشطة تدريسية وتعليمية تدور حول الطالب ٢ - لا تضع قواعد إصطلاحية وغير مفيدة لتظهر سلطتك أو لتعاقب الطلاب
- ٣ - ضع قواعد عادلة ومعقولة وافرضها على طلابك ٣ - لا تعاقب الطالب المخطيء على مشاجرة في الفصل.
- ٤ - اشرك الطلاب في قواعدك و اشرح السبب وراء كل منها ٤ - لا تعاقب الفصل كله بسبب سوء تصرف للبعض .
- ٥ - اشرك الطلاب في وضع قواعد السلوك في الفصل ٥ - لا تكن قاسياً وغير مرن في وضع النظام
- ٦ - كن على استعداد للتوافق ٦ - لا تكن حقوداً وتكن الضغائن
- ٧ - استخدم تنوعاً من الأنشطة التدريسية والتعليمية في فصولك ٧ - لا تحاول أن تتساهل مع الطلاب عند أشياء لك بأشياء قالوها أو فعلوها لك
- ٨ - اعط الطلاب فرصاً للتحدث والتحرك والتعبير عن أنفسهم في الفصل ٨ - لا تفقد صبرك أو تحكمك في نفسك
- ٩ - انشغل بسلوك مهني راقى المستوى في كل الأوقات ٩ - لا تستخدم عقوبات بدنية (كثير من المدارس تمنعها والآباء يعترضون عليها)
- ١٠ - تعلم أسماء طلابك بسرعة وخطاب كل منهم بإسمه ١٠ - لا تبالغها في الجدية لدرجة الخطأ
- ١١ - اهتم بإخلاص بأنشطة الطلاب خارج المدرسة . ١١ - لا تنتظر من الناظر أو الموجه أن يتعامل مع مشكلاتك النظامية
- ١٢ - اشترك في أنشطة إضافية للمنهج تتعلق بالطالب ١٢ - لا تهذب بما لا تستطيع
- ١٣ - استخدم تعزيزاً مخلصاً وإيجابياً ١٣ - لا تسخر من الطلاب
- ١٤ - اصبر على الطلاب عندما يخطئون من حين لآخر ١٤ - لا توقعهم في الحيرة
- ١٥ - استخدم التعزيزات الإيجابية الممنوعة ١٥ - لا تعط عقوبات يعتبرونها ثواب
- ١٦ - كن متسقاً في معاملتك للطلاب ١٦ - لا تتورط في مجادلات مع الطلاب
- ١٧ - نذكر أن المراهقين يمتلكون بالطاقةويمكن أن يكونوا متحمسين أحياناً ١٧ - لا تعطى عقوبة تكون غير مناسبة لسلوك شيء
- ١٨ - أخير أولياء أمور الطلاب عن نجاح أبنائهم ١٨ - لا تبحث عن المتعاقب

- ١٩ - أسس روتينات وقواعد للسلوك في ١٩ - لا تستخدم الاختبارات والواجبات كعقاب
- ٢٠ - اعط اهتماماً فردياً لكل طالب ٢٠ - لا تكن ودوداً مع الطلاب بشكل أكثر من اللازم
- ٢١ - اعترف بأخطائك ٢١ - لا تصطنع من الطلاب مجموعة مدللة
- ٢٢ - تأكد من أن كل تلميذ لديه ٢٢ - لا تصرخ في الطــــلاب
- ٢٣ - حاول أن تضىف لمسة مرح على طلابك ٢٣ - لا تتوقع دائماً أن الطلاب سيكونون هادئين أثناء دراسة وتعلم الرياضيات
- ٢٤ - تلمس احترام وتعاون طلابك ٢٤ - لا تسمح لنفسك بالارهاق والضييق
- ٢٥ - اجعل مزاجك رهناً بتحملك ٢٥ - لا تستخدم التهديد كأسلوب وحيد للسيطرة على الطلاب .
- ٢٦ - افرض تنظيمات المدرسة ٢٦ - لا توقع العقاب وأنت غضبان
- ٢٧ - عامل الطلاب برقة واحترام ٢٧ - لا تتوقع أن يعاملك الطلاب باحترام إن لم تحترم مشاعرهم

كيف تتعامل مع مشكلات النظام

بالرغم من أنك تبذل قصارى جهدك تمنع مشكلات النظام فإن بعض الطلاب سوف يسعون للتصرف من حين لآخر ويخالقون السلوك المنظم في فصول الرياضيات التي تعمل بها ويمكن استغلال اجراءات بسيطة عادة في التعامل مع مشكلات نظام صغيرة . ومهما كانت المشكلات خطيرة فإنها قد تتطلب أشكالاً درامية للعقاب أو الاصلاح وفي مقالة هنرى ماتشليد (١٩٦٤) في دورية التعليم الثانوى يقدم طرقاً للتعامل مع مشكلات النظام التي جمعها من مصادر عديدة وقد حدد الأنواع التالية من الاجراءات التصحيحية :

التحكم البسيط ، مؤتمرات فردية مع الطلاب ، التعاون والتنسيق بين المدرسة والبيت ، التعويض والاصلاح ، فقدان الميزة ، المكافآت والمنح ، الحجز بعد المدرسة ، الطرد من الفصل والانعزال ، العقاب الجماعى ، المهام الاضافية ، الاعتذارات المفروضة ، الإقلال من التقديرات ، العقاب البدنى ، والحرمان المؤقت من المدرسة وأخيراً الطرد من المدرسة .

التحكم البسيط : يشمل إجراءات مثل النظر مباشرة إلى الطالب الذى يسئ التصرف ، (العبوس) وتكشيرة عدم الموافقة ، توجيه سؤال للطالب ، تأنيب رقيق ، قدر من الصمت ، الوقوف بجانب الطالب ، نقل الطالب من مكانة في الفصل الإقلال شغل الطالب في نشاط آخر . وتعتبر إجراءات التحكم البسيط مفيدة في التعامل مع مشكلات صغيرة لأنها لاتضايق الطالب المسئ

ولا تقطع أنشطة المعلم والطلاب بشكل واضح ومع ذلك فإن فاعلية اجراءات التحكم البسيط تعتمد على شخصية المعلم والطلاب المسئء وقد يكون لها تأثير دائم على السلوك المعنى وقد لا يكون لها تأثير عاجل على محاولات ومخالفة القواعد والنظام الأكثر خطورة بالنسبة لسلوك الفصل .

المؤتمرات الفردية مع الطلاب : تعتبر جلسات خاصة بين الطالب الذى يسئ التصرف والمعلم وهذه الطريقة فى تناول مشكلات النظام عادة ماتكون ذات فعالية وذلك أن الطالب لا يجد عادة بقية الطلاب موجودين فى الفصل لكى يساندوا سلوكه الغير مرغوب فيه . إن المناقشة الخاصة المفتوحة بمجدية بين المعلم والطالب تعتبر أفضل مدخل للتعامل مع مشكلة نظامية صغيرة مستمرة أو اساءة تصرف اكثر خطورة من حين لآخر فيكون لدى المعلم الوقت بين حدوث المشكلة والمناقشة مع الطالب لكى يفكر فى طرق بديلة للتعامل مع الطالب ولكى يسيطر على الأعصاب المفقودة فى الوقت الذى يكون فيه الطالب أيضاً قادراً على مناقشة المشكلة بدون أن يظهر سلوكاً غير مرغوب فيه أو يثيره بشكل معين أمام بقية الطلاب لكى يحافظ على مكانته فى الفصل والمؤتمر الخاص قد يبرز أيضاً أسباب مشكلات الطالب النظامية بينما التصرف على الملأ فى مشكلة قد يعالج فقط الاعراض ولكن لا يصل إلى الأسباب بالحل .

التعاون والتنسيق بين المدرسة والبيت : فى تناول مشكلات نظام أكثر خطورة قد يوفر للمعلم وأولياء الأمور معلومات جديدة عن المشكلة وكذلك فإن الجهود التعاونية بين المعلم وولى الأمر يمكن أن تكون أكثر فعالية فى حل المشكلة ومع ذلك لا بد أن يكون أولياء الأمور مستعدين لقبول حقيقة أن إبتهم أو ابنتهم يسئ التصرف فى المدرسة ولا بد أن يعاونوا المعلم فى محاولاته للتعامل مع الطالب وهناك بعض الطلاب الذين يكونون ماهرين تماما فى اقناع والديهم أن مشكلة النظام لا توجد أصلاً وأن المعلم فقط « متربص » بالطالب وهناك قليل من أولياء الأمور يشعرون أيضاً أن سلوك أطفالهم فى المدرسة هو مسئولية المعلمين ويرفضون أن يتعاونوا مع المعلمين فى تناول مشكلات النظام . وإن لم تكن المشكلة خطيرة إلى حد كبير أو أن لم تكن أنت كمعلم على صلة جيدة بأولياء الأمور فمن الأفضل أن تتعامل مع مشكلات النظام بدون أن تشرك أولياء الأمور معك .-

وإن أرسلت خطابات اليهم عن مشكلات أطفالهم فى المدرسة فيجب أيضاً أن تهتم بإرسال خطابات بمدى نجاح الاطفال إلى أولياء الأمور . إن الخطابات الشخصية يمكن أن تبعد فكرة أن المعلم دائماً ضدى وبعض المعلمين يتعاملون مع مشكلات النظام الخطيرة إلى حد ما بإرسال خطاب شخصى موجه للطالب فى المنزل . عندئذ فإن دهشة وخوف الطالب من اشراك والدية فى النزاع أو المشكلة قد يؤدى إلى حل سريع للمشكلة وسوف تجد أنك يمكن أن تكسب احترام وامتنان ومساعدة معظم الطلاب لو كنت تتعامل مع مشكلات السلوك بشكل خاص (أى شخصى) وتعلن نجاح كل طالب على الطلبة الآخرين والوالدين .

التعويض والاصلاح : تعتبر طرق عادلة وفعالة لمعاقبة الطلاب على اتلاف ممتلكات الآخرين وتعويض المعتدى عليه عما وقع عليه من عدوان فعندما يتعين على طالب أن يصلح الخسائر التي نتجت عن تصرفاته فإن هذا الطالب يتعلم أن يربط الأفعال غير السليمة بالعقاب العادل غير التمييز وغير الانفعالي ومع ذلك فإن التأثيرات طويلة المدى للتعويض والاصلاح على سلوك الطالب تعتبر أكثر ايجابية اذا كان الطالب مخلصاً في التعويض عن افعاله . إن التعويض المفروض قد يؤدي إلى كراهية أو نفور وتصميماً على الحصول على القول . وأيضاً في بعض المواقف قد يكون الطالب غير قادر على تعويض الخسائر التي حدثت نتيجة أفعاله .

فقدان التميز : وهذا النوع من العقاب مألوف لدى معظم الطلاب لأنه يستخدم في المنزل على يد أولياء الأمور ويجب أن يتأكد المعلم إن « الميزة » التي ستفقد ترى فعلاً كميزه من جانب الطالب ، فعدم السماح بالذهاب إلى معمل الرياضيات لمدة أسبوع قد يكون ذا تأثير قليل بالنسبة لطلاب معينون وكذلك قد يكون الحرمان من مميزات المكتبة غير هام لطلاب آخرين وأن أيضاً من المناسب تحاشي استبعاد المميزات التي يمكن أن تتدخل في قدرة الطالب على تعلم الرياضيات . ومثل هذا العمل يمكن أن يكون غير منتج .

المكافآت والجوائز : تعتبر طرقاً مؤثرة لمنع مشكلات النظام لأنها تدعم الاتجاهات الايجابية في الطلاب إن المكافآت مثل المدح والاعتراف الخاص بالتفوق والسلوك الحسنة يجب أن تكون مخصصة ويجب أن تمنح فقط للطلاب الذين اكتسبوها ومع ذلك فإن الطلاب الذين لايتلقون مكافآت قد تنمو لديهم اتجاهات سالبة يمكن بالفعل أن تزيد من مشكلات النظام . وبما أن كل الطلاب لديهم مجالات قوة فلا بد أن تهتم بمكافأة أنشطة عديدة وذلك حتى يستفيد كل طالب من حين لآخر من نظام مكافآتك وجوائزك . وهنا لا بد من اضافة تحذير : وهو أن بعض الطلاب قد يصبحون من مدفوعين لتعلم الرياضيات من أجل الحصول على جائزة لاغير وقد لا تكون هناك الفوائد الداخلية للتعلم من أجل المعرفة والاشباع الذاتي .

الحجز بعد الدراسة : يستخدم هذا الأسلوب لمعاقبة الطلاب على المخالفة المتكررة للقواعد أو على إساءة تصرف أكثر خطورة ومن الأفضل عادة ربط الحجز بمؤتمر المدرس/ الطالب حتى يمكن مناقشة مشكلة النظام أثناء الحجز فعندما يجبر الطلاب على البقاء بعد الدراسة لعمل تمارين في الرياضيات فقد يكونون رأياً في تعلم الرياضيات على أنه لون أو نوع من العقاب . وإبقاء الطلاب بعد الدراسة قد يتدخل أيضاً في أعمالهم (Pant- time- gols) أو في الأنشطة التي خططها أبائهم .

وفي معظم الحالات فإن الآباء الذين يتوقعون عودة أولادهم من الدراسة يجب أن يخطروا عندما يحجز طفل بعد الدراسة ومن سوء الحظ أن حقيقة البقاء بعد الدراسة لمدة نصف ساعة إضافية تعتبر نوعاً من العقاب بعد انعكاساً سيئاً لنظرتنا واحترامنا لنظامنا التعليمي فمن الناحية المثالية فإن الوقت الاضافي في المدرسة لا بد أن يكون ميزة لاعقابا .

الطرد من المدرسة أو العزل : له تأثير التخلص مؤقتاً من مصدر المتاعب حتى لايشوش بعد ذلك على عملية التعليم والتعلم في الفصل . وفي بعض المواقف فإن الطرد من الفصل قد يكون الطريقة الوحيدة العاجلة للتعامل مع طالب مزعج . ومع ذلك فإن طرد طالب من الفصل قد يعطيه تعاطف أو اهتمام الاقران المطلوب . وسوف يتدخل في تعليم الطلاب للرياضيات وقد يجتذب العقاب واهتمام الناظر ونظرة إلى المعلم على أنه غير قادر على التحكم في الطالب داخل الفصل .

وفي بعض الحالات فإن المعلم الذي يطرد طالباً من الفصل قد يشترك في المسؤولية عن تصرفات الطالب خارج الفصل مثل أتلاف الممتلكات ، أو ايداء طالب آخر ، أو جرح نفسه في حين أنه مفروض أن يكون تحت اشراف المعلم فعندما يستبعد طفل من الفصل يجب أن يوضع تحت اشراف موظف آخر في المدرسة . وعادة مايكون من المفضل عزل الطالب في مؤخرة الفصل بدلاً من طرده خارجه .

العقاب الجماعي : له ميزة وحيدة ممكنة هي أن الجماعة قد تثور ضد الطالب أو الطلاب الذي تسبب سلوكه أو سلوكهم في العقاب .

وهناك كثير من النتائج السلبية الممكنة الحدوث للعقاب الجماعي الأمر الذي يجب بناء عليه استبعاده دائماً . أولاً فقد يؤدي إلى جموح معظم الفصل في معارضتهم للمعلم ثانياً : فإن العقاب الجماعي يعتبر غير عادل بشكل كبير للطلاب الذين ليس لهم دخل ولم يشتركوا في اسائه التصرف ثالثاً : إن الطلاب الذين يعاقبون بلا مبرر كنتيجة التصرف ضد الفصل ككل قد يبلغون آباءهم بهذا التصرف فيقومون بدورهم بمساءلة الناظر والمدرس . والنتيجة النهائية لهذه الأحداث قد تكون تدهوراً في الثقة بين الناظر والمدرس من جهة وبين أولياء الأمور من جهة أخرى رابعاً : عادة مايؤدي العقاب الجماعي إلى فقدان المكانة والاحترام بالنسبة للمدرس . والموقف الوحيد الذي يكون فيه العقاب الجماعي له مايرره هو عندما يسئ كل فرد في الجماعة السلوك بنفس الطريقة حتى في هذه الحالة فإن المعلم يكون لايزال غاضباً من الفصل ككل .

الاعمال الإضافية : ليست بالطريقة الفعالة جداً في التعامل مع مشكلات النظام واذا لم يرتبط العمل أو المهمة بالعمل المدرسي فقد يراه الطالب نزهة سارة بعيداً عن روتين الفصول ولكن لو ارتبط العمل أو المهمة الاضافية بالرياضيات فقد تعزز حينئذ انطباع الطالب إن تعلم الرياضيات شيء غير سار .

الاعتذارات الاجبارية : قد ترضى ذاتيه المعلم وتفرز مشاعره واحساسيه بالسلطة ولكنها أيضاً تخرج الطلاب ، وتسبب الكراهية والنفور بين الطلاب والمعلم وتدعم عدم الأمانة والتفاق بين الطلاب . إن الاعتذار المفروض يعتبر طريقة سيئة جداً للتعامل مع مشكلة النظام ويجب على المعلمين أن يستخدموا طرقاً أخرى للتعامل مع اسائه السلوك التي قد تؤدي إلى اعتذارات طلابية مخصصة .

الاقفال من التقديرات : تعتبر طريقة سيئة لفرض النظام على الطلاب لأنها تعتبر عقاباً خالصاً له اسهامات اصلا-ية قليلة . إن الأقلال من تقدير بسوء سلوك غير الغش يعتبر ظلماً وقد يسبب الكراهية وعدم الاهتمام بتعلم الرياضيات لدى الطالب الذى يعاقب بهذا الأسلوب وكثيراً مايكره أولياء الأمور الاقلال من التقديرات لنوع من العقاب وذلك لأن هذا الاقلال قد يكون له تأثير على فرض الأبن أو الأبنة عند الالتحاق بالكلية أو الحصول على وظيفة . وكثير من مديرى المدارس والمعلمين ينظرون إلى المعلم الذى يستخدم التقديرات لضبط الطلاب كمعلم ضعيف .

العقاب البدنى : يشمل الضرب ، والاعاقبة البدنية أو التخويف وتمنع كثير من المدارس وبشكل مطلق أى شكل للعقاب البدنى . ومعظم المدارس التى تسمح به تطلب أن يتم فى حضور معلم آخر أو ادارى . إن العقاب البدنى يعتبر شيئاً درامياً يخرج طلاباً معينين ويكون أحياناً فعالاً فى استبعاد السلوك الغير مرغوب فيه .

ومع ذلك فإن العقاب البدنى له مساوئ ضعيفة . فقد ينفر أولياء الأمور وقد يودى إلى هجوم شخص على المعلم فى محاولة الطالب الدفاع عن نفسه وقد يسبب كراهية وعداء ضد السلطة ، وفى بعض الأماكن فإن انواعاً معينة من العقاب البدنى تعتبر ضد القانون . واذا كان لا بد من استخدامة فإنه يجب أن يستخدم فقط للتعامل مع اعتداءات خطيرة وأن يتم بموافقة ولى الأمر وأن يتم سرأ مع وجود شخص كبير كشاهد ويجب الا يكون قاسياً .

الحرمان من المدرسة أو الطرد منها : تعتبر اجراءات متطرفة تستخدم كإجراء أخير فى التعامل مع مشكلات نظام خطيرة أو مشكلات سلوك بسيطة تكررت مرات كثيرة ولا يمكن التحكم فيها عن طريق اصلاح الطالب بإستخدام اجراءات اصلاحية أقل حدة . والحرمان يمكن فقط أن يتم بوساطة مديرى المدرسة أو مجلس التربية ، ومعظم النظم المدرسية تتطلب موافقة مجلس المدرسة عندما يتعين استبعاد طالب من المدرسة وقبلما يستبعد طالب من المدرسة فإن حقوقه الدستورية تتطلب عقد جلسة استماع . وفى حالة الطرد فإن جلسة الاستماع تكون مطلوبة ويمكن أن يمثل الطالب بوساطة مستشار قانونى . إن الطلاب يستبعدون من المدارس العامة عندما يمثل وجودهم خطراً على ممتلكات المدرسة أو مصلحة المعلمين أو الطلاب الآخرين . ان الطرد يمكن المدرسة من أن تتخلص من الطلاب اللذين يتسببون فى متاعب سلوكية خطيرة . ومع ذلك فإن مثل هؤلاء الطلاب عادة ما يتطلبون مساعدة مهيئة لكى يجددوا أسباب مشكلاتهم السلوكية وكيفية اصلاحها .

ويعطى باتشيلدر (١٩٦٤) ملخصاً ممتاز للاعتبارات العامة فى التعامل مع مشكلات النظام .وبعض من مبادئه المتعلقة بالإجراءات التصحيحية والتي يمكن أن تستخدم فى المدارس تعرضها فيما يلى :

- إن الاجراءات الإصلاحية يجب أن تقوم على فهم للطلاب وللإجراءات الارشادية جيداً .
- إن عرض أى إجراء تصحيحى هو تحسين توافق الفرد أو المجموعة .

- لا بد أن تتخذ إجراءات من أجل مصلحة الفرد ومصلحة الجماعة . إن الاجراء المطبق على فرد ما يجب الا يكون مدمراً لشخصية الطالب ولاقتناع الجماعة .
- عند استخدام العقاب فإن الاجراءات البسيطة يجب أن تستخدم قبل اللجوء إلى الأكثر شدة .
- إن العقاب يجب أن يجرى بشكل غير شخصى وبموضوعية وبدون انفعال وفي سرية .
- إن الاجراء الاصلاحى يجب أن يناسب المخطىء والخطأ . كما أن قصر المخطىء يجب أن يؤثر على اختيار الاجراء الاصلاحى . يجب أن يتم العقاب بسرعة بالرغم من أنه احيانا يصادف تأخراً قليلاً قد يكون فعالاً لتمكن الطالب من التفكير في تصرفاته .
- يجب أن يتذكر المعلمون أن معظم العقاب لا يوجه اليهم بشكل شخصى بالرغم من أنه يبدو وكذلك على السطح .
- الاجراءات التصحيحية المرغوبة تشمل التحكم البسيط فى الفصل ، المؤتمرات الفردية ، التعاون مع أولياء الأمور ، التعويض والاصلاح ، فقدان المزايا واستخدام المكافآت .
- إن الاجراءات غير المرغوب فيها أو الجدلية هى الحجز بعد الدراسة ، والطرده من الفصل والارسال إلى المكتب ، وعقاب الجماعة ، والمهام الإضافية ، والاعتذارات الاجبارية ، والتقليل من الدرجات ، والاهانة الشخصية ، والتهديدات والتحذيرات ، والاهانة ، والسخرية والاستهزاء ، الاغضاب ، والتوبيخ ، والحرمان من المزايا .
- العقاب البدنى والحرمان من الدراسة والطرده مستخدم فى مواقف متطرفة فقط وحينئذ مع اعتبارات مناسبة من قبل مديرى المدرسة .

سابعاً : الإختبارات وتقييم الطلاب

اسباب اختبار الطلاب

إن السبب الرئيسى لأختبار الطلاب هو عملية التقييم التشخيصى ، التقييم الشكلى ، التقييم الكمى . التقييم التشخيصى للطلاب يستخدم فى تحديد خصائص التعلم لدى كل طالب على حده ، وحضور أو غياب ، متطلبات المهارات الأساسية السابق تعلمها ومستويات الإتقان السابقة لموضوعات رياضية معينة ، وتحديد الأسباب لصعوبات المتعلم . أما التقييم الشكلى للطلاب فإنه يأخذ مكانه أثناء دراسة الطالب وتعلمه لموضوعات جديده وكذلك يستخدم لتحديد أنماط الأخطاء لديه ليعرف الطالب مدى تقدمه فى التعلم واقتراح النقاط التى تحتاج إلى تدريس علاجى حتى يصبح التعليم والتعلم الفورى والمتتابع أكثر فاعلية وأما التقييم الكمى أو النهائى فإنه يستخدم حينما ينتهى الطالب من دراسة لوحددة دراسية معينة للحكم على مدى انجازه فيها والحكم على مدى فاعلية التدريس ، وتقييم طرق التدريس المستخدمة ومنهج الرياضيات بصفة عامة .

فالتقويم التشخيصي عادة ، ولكن ليس دائماً يحدث قبل تعلم وحدة جديدة أما التقويم الشكلي فإنه يحدث أثناء تقديم ودراسة وحدة ما وأما التقويم الكمي أو النهائي ينفذ في نهاية دراسة وحدة ما في الرياضيات . ومع ذلك فإن هناك بعض التداخلات بين التقويم التشخيصي والشكلي ، والكمي ومن هنا فإن اختبارة واحداً في الرياضيات يمكن أن يستخدم لقياس هذه الأنواع المختلفة من التقويم . وبصفة عامة فإنه يتم اختبار الطلاب من أجل تقويمهم ، لتقدير مدى تقدمهم في الأهداف المعرفية والوجدانية للمنهج ، لمعرفة مدى تذكرهم الجيد لموضوعات رياضية سبق تعلمها ، وتستخدم الإختبارات أيضاً في زيادة انتباه الطلاب داخل حجرة الدراسة لحفزهم على عمل تعيينات الواجب المدرسي ، ولتجميعهم على تنظيم ومراجعة الموضوعات الرياضية الموجودة في وحدة الدراسة . وتفيد درجات الإختبار المعلم في تحديد مستوى الطالب داخل المجموعة وإدارة المدرسة والوالدين ومقارنة كل الطلاب بعضهم البعض الآخر .

أنواع الإختبارات ومفرداتها

يمكن أن تفرغ الإختبارات ومفرداتها إلى فروع عديدة إذا ما نظرنا إلى الغرض من الإختبار ، والطرق المستخدمة في مقارنة الطلاب ، وأهداف التعلم المقاسة وصيغة الإختبار ونوع مفرداته والمصادر المستخدمة في الاجابة عنه .

وكما سبق مناقشته نقول إن أغراض الإختبار في الرياضيات قد تكون للتقويم التشخيصي ، والتقويم الشكلي ، والتقويم الكمي ، وقياس مدى الإحتفاظ بالمادة الرياضية التي تحقق أهداف التعلم ، وتحديد مستويات التحصيل من أجل الحصول على تقدير لكل طالب .

الإختبارات أيضاً يمكن أن تصنف على حسب مدى استخدامها في مقارنة الطلاب بعضهم بالعض الآخر ولأنفسهم والاختبارات جماعية المرجع Norm- Referenced Tests تستخدم لتحديد مستوى أداء الطالب بالنسبة إلى الطلاب الآخرين في مجموعته ، وأن درجة في الإختبار تزيد وتقل عن المتوسط والتقدير في الإختبارات جماعية المرجع يمكن أن يوضع على صورة حروف فالحرف « أ » يشير إلى درجة تزيد عن المتوسط ، « د » أو « ف » يشير إلى درجة تقل عن المتوسط بكثير ، ودرجة الاختبار قد تشير أيضاً إلى نسبة معينة تظهر بدورها النسبة المئوية للطلاب الذين تقل درجاتهم عن درجات طالب معين في المجموعة فإذا وقعت درجات هذا الطالب عند نسبة ٦٠٪ ، فإن ذلك يعني أن ٦٠٪ من الطلاب في المجموعة المقارنة لم يؤديوا جيداً كما أدى هذا الطالب .

الإختبارات معيارية المرجع

ويستخدم هذا النوع من الإختبارات في تقدير مدى إتقان الطلاب أو تقدمهم نحو هدف ما . ودرجات الطالب في الإختبار يمكن أن تكتب على صورة نسبة مئوية من الإجابات الصحيحة للإختبار فتقدير ٨٠٪ يشير إلى أن الطالب قد حل أكثر من ٨٠٪ من المسائل والتمرينات في

الإختبار - كما أن أداء الطالب في الإختبارات معيارية المرجع قد تشير أيضاً إلى مدى مستوى الإلتقان وعلى سبيل المثال قد نجد أن طالب الصف الثامن قد يصل فقط إلى مستوى الصف التاسع من الإلتقان في الرياضيات ، بينما نجد أن طالبا في الصف الرابع يكون قادراً على التعامل مع حل المسائل الرياضية الخاصة بالصف الثامن .

الاختبارات ميدانية المرجع

ويركز هذا النوع على التقييم التشخيصي وإلى حد ما على التقييم الشكلي وبعد التعرف على نتائج الإختبارات ميدانية المرجع فإن كل طالب سوف يكون على علم بنقاط القوة أو نقاط الضعف أو مدى التقدم الذي حققه في دراسته لوحدة الرياضيات موضع الدراسة . ومن هنا فإن الهدف من هذا النوع من الاختبارات هو قياس نقاط القوة ونقاط الضعف لدى طالب ما وتحديد الإجراءات اللازمة لتصحيح نقاط الضعف الموجودة عنده .

إن مفردات الإختبارات الجماعية والإختبارات الفردية يمكن أن تصنف على حسب الأهداف المعرفية أو الوجدانية وأيضاً الموضوعات الرياضية الموجودة في الإختبار والمراد قياسها عن طريق الاختبارات ومفرداتها يمكن أن تقيس إتقان الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم ، والأساسيات في مستويات الأهداف المعرفية : للتذكر ، والإدراك والتطبيق ، والتحليل ، والتركيب ، التقييم ويمكن ان تصمم أسئلة الإختبار لقياس الأهداف الوجدانية ومستوياتها الفرعية المشار إليها سابقاً .

ويمكن أن يصنف الإختبار طبقاً لشكل المفردات المراد استخدامها فيه فهناك شكل أسئلة الصواب والخطأ والاختيار من متعدد ، وحل المسائل والتمرينات ، وبرهنة النظريات ، وتعريف المصطلحات والرموز ، والأسئلة التي تتطلب إجابات قصيرة أو اجابات طويلة ، أسئلة المقال . وفيما يلي مجموعة من الأمثلة على هذه النوعيات من الأسئلة :-

الصواب والخطأ : إذا كان s ، v $[x \text{ and } y]$ عددين حقيقيين ، فإن $s^2 = v^2$ ؟
 هي دالة فوق الأعداد الحقيقية .

الأختبار من متعدد : أي من الأزواج التالية يعتبر حلاً للمعادلة $s + v = -1$ ؟
 $[2x + y = -1?]$

(أ) (٣ ، - ٨) (ب) (٢ ، - ٥)

(ج) (- ١ ، ٤) (د) (٠ ، ٠)

حل تمرين ما : حلل كثير الحدود $s^3 + ٨s - ٣$ $[3x^2 + 8x - 3.]$

حل مسألة : أوجد طول القطر الداخلي لحجرة أبعادها ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٤ $[7 \text{ m by } 8 \text{ m by } 4 \text{ m}]$
برهنة نظرية : برهن قانون الجيب ؟

تعريف مصطلح رياضى : ما المجموعة الرياضية ؟

سؤال مقيد الإجابة : لماذا أن ٣٢ للأساس ٥ تساوى ٢٥ للأساس ٦ ؟

سؤال طويل الإجابة : اشرح لماذا أن مجموعة الأعداد الصحيحة تحت عمليتي الجمع والضرب هى حقل ؟

سؤال مقال : ناقش أوجه الاختلاف والتشابه بين الهندسة المستوية والهندسة التحليلية (الإحداثية) وتطبيقات كل هذين الفرعين للهندسات ؟

وفي خاتمة المطاف فإن الإختبارات يمكن أن تصنف طبقاً للمصادر المسموح للطالب باستخدامها أثناء الإجابة على الإختبار ويمكن للإختبارات أن تكون مغلقة على الكتاب المدرسى موضع الدراسة حيث يسمح للطلاب باستخدام الورقة والقلم ، وذاكرتهم وقدراتهم العقلية فى الإختبارات (المنزلية) حيث يسمح للطلاب بالعمل والإجابة سوياً ويستخدمون أية مصادر يرغبون فيها مثل الكتب ، والمكتبة أو معمل الرياضيات . إن بعض المدرسين يفضلون إعطاء اختيارات الكتاب المفتوح Open book عندما يكون الغرض من الإمتحان هو تقويم قدرات الطلاب فى التطبيق ، والتحليل ، والتركيب ، والتقويم للمفاهيم والأساسيات فى حل المشكلات ، وعندما يكون الغرض من الإختبار هو قياس تذكر الطالب وإدراكه للحقائق والمهارات فإن معظم المعلمين يفضلون الإختبار الذى لايسمح فيه باستخدام الكتاب Closed Book

انتقاء وبناء الإختبارات

يبنى عادة معلمو الرياضيات اختباراتهم ، بأنفسهم ومع ذلك فهناك مصادر أخرى للإختبارات الجاهزة لإستخدام كثير من كتب الرياضيات تحتوى على عينة من الإختبارات فى نهاية كل فصل أو الإختبارات فى نهاية كل وحدة ، وهناك بعض الناشرين يضعون هذه الإختبارات فى كتاب دليل المعلم . وهناك بعض الإختبارات المقننة والاختيارات المقننة هى اختيارات مصممه لعينة من الأنواع الخاصة للأداء الفردى الذى يمكن تفسيره بالرجوع إلى مفردات الاختيار المقنن التى تشتق فى ضوء الدراسات التجريبيه المتعلقة بالصدق والثبات . ويعبر ثبات الإختبار عن مدى الإتساق الداخلى فى قياس ماتدل على قياسه إحدى طرق الحصول على ثبات الاختبار وذلك بإعطاء إلى عدد كبير من الطلاب ، ذوو قدرات متباينة ، والذين يدرسون المادة موضع الإختبار وبعد فترة زمنية قصيرة لنفس الطلاب اختياريًا مكافئًا للإختبار الأصيل ، وبحسب معامل الإرتباط بين درجات الطلاب فى الإختبار الأول ودرجاتهم فى الإختبار الثانى فإذا كان معامل الإرتباط يقترب من الواحد الصحيح فإن ذلك يعنى أن الإختبار ثابت ، وذلك لأن ذوى الدرجات العالية فى الإختبار الأول هم الذين حصلوا على الدرجات العالية فى الإختبار الثانى وبالعكس فإن الطلاب ذوى الدرجات المنخفضة فى الإختبار الأول هم الذين حصلوا على الدرجات المنخفضة فى الإختبار الثانى ، وإذا كان معامل الإرتباط

يقرب من الصفر ، فإن الإختبار يكون غير ثابت وذلك لأنه ليس متسقا في قياس المهارات أو القدرات التي صمم من أجل قياسها .

صدق الإختبار : يعنى به مدى قياس الاختبار لما وضع لقياسه (والغرض من الإختبار) بثلاثة أنواع للصدق هى صدق المحتوى والصدق المعيارى الإرتباطى ، والصدق الإنشائى ، الصدق المتعلق بالمعاير (الصدق المرجعى) .

الصدق الإنشائى : لإختبار مايدل على مدى صلاحيته لقياس صفة عامه أو مكون وهى شئ محدد يوضح لايمكن ملاحظته بل يستدل عليه من بعض النواحي والسلوك المصاحب مثل التفكير .

الصدق المرجعى : لإختبار ما يستخدم إما [لقياس مدى أتقان درجات هذا الإختبار مع درجات اختبار آخر يقيس نفس الشئ] أو لفائدته في التنبؤ بقياسات معيارية محددة .

صدق المحتوى : ويقصد به مدى قياس الإختبار لمحتوى المادة المراد تغطيتها في إختبار . الإختبار الذى يحتوى على صدق محتوى عال في وحدة معينة من الرياضيات سوف يتصف بالتوازن ومفردات ممثله تمثيلاً جيداً من الوحدة كشكل . وكمثال لعدم صدق الإختبار في أغراض معينه ، فإن اختبار في البرهان الهندسى قد يكون غير صادق لتقديم المهارات الحسائية ، واختبار المهارات الحسائية قد يكون غير صادق في تقدير القدرة على بناء البرهان الهندسى ومع ذلك فإن كل من هذين النوعين من الإختبارات سوف يكون صادقاً لقياس القدرات التي صمم لقياسها .

اشتقاق اختبار مقنن لغرض معين ، فإنه يمكن موازنه الرياضى الذى وضع على أساسه الإختبار . وإذا كانت المفردات في الإختبار لم تغطى المادة المناسبة في المقرر ، واحتوت على معلومات إضافية غير مرتبطة بالوحدة موضع الدراسة فإن الإختبار يكون غير صادق للأغراض التي وضع من أجلها . وحيث أن المعلمون عادة يصممون اختباراتهم والوحدات التدريسية فإن هناك مجموعة من الإشارات التي ينبغى على المعلم الأخذ بها بهدف الوصول إلى اختبار ثابت وصادق .

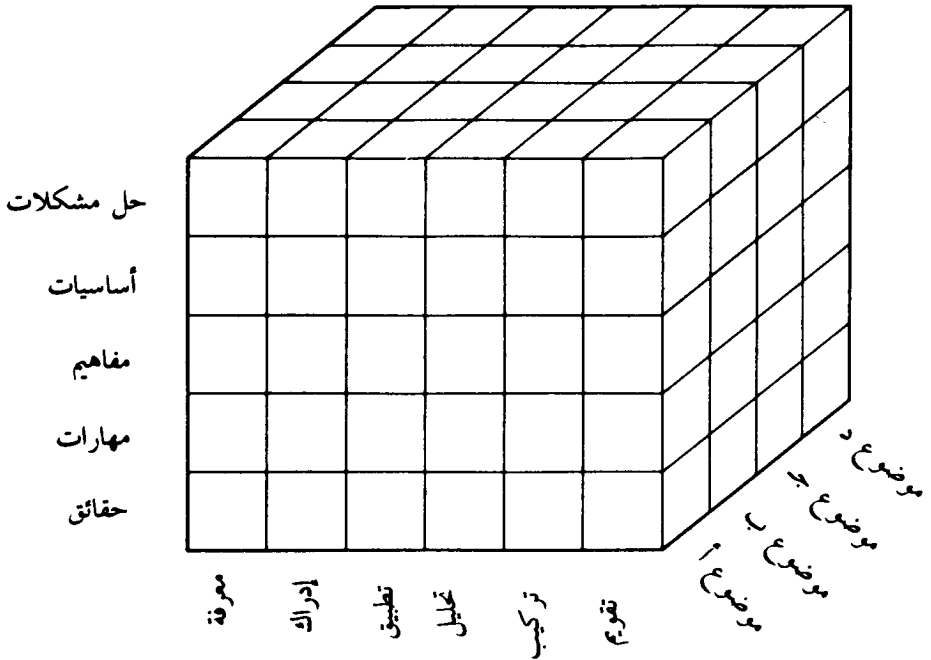
أولاً: حتى يكون الإختبار صادقاً فإنه يجب أن يكون شديد الإرتباط بالمحتوى الرياضى المراد قياسه وذلك بأن :

- ١ - المصطلحات والرموز المستخدمة في الإختبار يجب أن تكون هى نفسها المستخدمة بوساطه المعلم أثناء التدريس .
- ٢ - مفردات الإختبار يجب أن تحتوى على نفس المحتوى الرياضى السابق دراسته في الكتاب المدرسى ، والمقدم بوساطه المعلم ، والسابق تعلمه بوساطه الطلب .
- ٣ - التوجيهات المعطاه في حل المسائل والتمرينات يجب أن تكون هى نفس التوجيهات السابق للطلاب التدرب عليها في تعيينات الواجب المنزلى أثناء دراستهم للموضوع أو الوحده .

٤ - يجب أن تستخدم الأهداف المعرفية والوجدانية التي تُنمى أثناء تدريس الوحدة أو الموضوع في انتقاء مفردات الإختبار فإذا تم التركيز والإدراك أثناء التعليم/ التعلم للمادة فإنه لايجب التركيز على التحليل والتركيب في الإختبار .

ثانيا : مفردات الإختبار يجب أن تتنقى لقياس أنشطة معرفية وموضوعات رياضية متنوعه وعندما يكون الغرض من الإختبار قياس المهارات والحقائق في كل من مستوى التذكر والإدراك فقط ، ومع ذلك فإنه عند تدريس المعلم للمفاهيم والأساسيات في المستويات المعرفية العليا مثل التحليل والتركيب والتقويم فإنه يجب ألا نعتنى بتصميم مفردات الإختبار التي تتطلب تذكر الحقائق وتطبيق المهارات في حل التمرينات فقط .

وعندما نبني الإختبار فإنه من المرغوب فيه أن نعد مصفوفه ثلاثية البعد : التصنيفات الرياضية ، والمستويات المعرفية (أو الوجدانية) والموضوعات الرياضية وعلى ذلك فإنه يمكن تكوين مفردة



شكل (٣ - ١)

اختبار أو مجموعة من المفردات لكل خلية بحيث تكون مناسبة لأهداف التعلم/ التعلم في الوحدة المردياسها . والشكل ٣ - ١ يوضح هذه المصفوفة التي تشمل على أربعة موضوعات رياضية وفي النهاية فإنه يجب التأكد من أنه قد تم استخدام محتوى رياضى سليم في الإختبار ، حيث تكون كل مسأله قابلة للحل وأن التوجيهات والتعليمات يجب أن تكون واضحة وأن تلقى بدقه واحكام على الطلاب وأن تعليمات الإختبار السريعة وغير المقننه ، ومفردات الإختبار الضعيفة والتي لاترتبط بأهداف المادة بدون شك كلها عوامل سوف تؤدى إلى إختبار غير صادق وغير ثابت .

وبصفة عامة إذا اتبعنا التعليمات السابق الإشارة إليها للحصول على إختيار صادق ، فإن الإختبار سوف يكون ثابتاً وهناك طرق احصائية عديدة وبسيطة لحساب معامل ثبات الإختبارات ولقد قدمت مارسليم سيدام (١٩٧٤) في كتابها تقويم الرياضيات داخل حجرة الدراسة المقترحات التالية لكتابة مفردات الإختبار .

١ - تخير اسلوب القياس الأكثر فعالية لقياس الأهداف الخاصة .

٢ - استخدام جمل واضحة ، بسيطة واستخدام اللغة التي يفهما الطلاب .

٣ - صمم كل مفردة بحيث تقيس هدفاً ما من أهداف تدريس الوحدة أو المادة .

٤ - أفحص المفردة من حيث جدول مواصفات جدول مواصفات الإختبار مثل المصفوفة المشار إليها سابقاً للتأكد من أن الإختبار يحتوى على مفردات متنوعة تقيس أهداف متنوعة الصعوبة .

٥ - راجع مع معلم آخر أو مجموعة من المعلمين مفردات الإختبار .

٦ - احسب معامل صعوبة كل من مفردة في الإختبار بالنسبة للمفردات الأخرى وكذلك بالنسبة للغرض من الإختبار .

٧ - في البداية ، تذكر أنك قد تحتاج إلى كتابة مفردات أكثر من التي تحتاجها في الصورة النهائية للإختبار ، حتى تجعل هناك فرصة للإستبعاد المفردات الضعيفة .

٨ - اجعل كل طالب يجب على أسئلة الإختبار من نسخه معطاه له ، فذلك أفضل من كتابه جميع الأسئلة على السبورة .

٩ - رمم كل مفردات الإختبار بطريقة تتابعية من المفردة الأولى حتى المفردة الأخيره .

١٠ - تجنب وضع جزء من السؤال في نهاية صفحة ما والجزء الباقي في بداية الصفحة التالية .

١١ - إذا كانت مفردات الإختبار غير متجانسه مع بعضها البعض ، استخدم عينه من المفردات للمساعدة في توضيح التوجيهات . اعط بعض الوقت لتعليم الطلاب كيفية الإجابة عن الأسئلة .

١٢ - قدم كل مجموعة من المفردات بجمل بسيطة وواضحة توضح للطلاب كيفية الإجابة الصحيحه .

- ١٣ - وعندما تريد من الطالب اظهار حساباته أو حل للمسائل ، عليك يترك فراغ مناسب بورقة الإجابة وأمام هذه المفردة .
- ١٤ - أبدأ الاختبار بمجموعة من المفردات على صورة أسئلة المقال .
- ١٥ - فى كثير من الأحيان قد تحتاج إلى وضع أسئلة على صور متعددة الشكل ... وفى هذه الحالة عليك بتجميع ووضع كل مجموعة متجانسة من الأسئلة معاً .
- ١٦ - تجنب وضع الاجابات الصحيحة بطريقة منتظمة فى اتماط متتابعة فهذا يسهل على الطالب معرفة الإجابة الصحيحة دون معرفة حقيقية للمادة المقدمة فى السؤال .
- ١٧ - تميز بقدر الإمكان مكونات السؤال غير المرتبطة به
- ١٨ - قدم التعليميات للطلاب واضح و بسيطة وكاملة .
- ١٩ - صمم مفتاح تصحيح يحتوى على كل الإجابات الموجودة فى الإختبار .
- ٢٠ - بعد انتهاء الاختبار ادرسه مره ثانية مع طلابك ، حيث يمكنهم طلب توضيح نقاط الغموض وبعض الأخطاء الأخرى ، وهذا يساعدك على تحسين مفردات اختبارك للاستخدام فى المستقبل .
- ٢١ - حلل استجابته الطالب لكل مفردة من مفردات الاختبار وذلك لأغراض التشخيص .

إعطاء الإختبارات للطلاب

بعض الطلاب يكونون مضطربين بسبب انخفاض درجاتهم بصفة متتابعة فى اختبارات الرياضيات . وهذا الخوف من الاختبارات يمكن أن يؤدي إلى أداء منخفض أثناء الاختبار رغم أنها قد اعدوا إعدادا حسنا للاختبار .

الاختبارات معياريه المرجع

هى بمثابة مواجهة خاصة لذوات الطلاب لأن الطلاب قد وضعوا فى موضع موازنة كل منهم بالآخر . ورغم أنه من غير الممكن استئصال الخوف من الاختبارات نهائيا الا أن المعلم يستطيع أن يسلك بطريقة تخفف من التهديد الذى يلحق بالطلاب بسبب الاختبارات وذلك .

أولا : إن بعض الاختبارات يجب أن تعطى بهدف التشخيص ، وأن المعلمين يجب أن يشاركوا الطلاب هذه الحقيقة ، والطلاب قد يسمح لهم بالمشاركة فى تصحيح أخطائهم بعد أداء الاختبار وتقويمه (وتصحيحه من قبل المعلم اولا) أو قد يكونوا قادرين على القيام بإعادة الاختبار بعض توضيح اتماط الأخطاء لهم فيه . وهذا مايدفعهم إلى اعادة قراءة وفهم المادة التعليمية المتعلقة بهذا الخصوص مرة ثانية .

ثانياً : إن الخوف المؤقت الذى ليس له مبرر من الاختبارات يسبب عادة الخوف من المجهول . وعندما يصمم المعلمون الاختبارات طبقاً لأهداف التعلم ووفقاً لخبرة الفصل المدرسى السابقة والكتاب المدرسى وتعيينات الواجب المنزلى فإن الطلاب سوف يتوقعون ماأتى لهم فى كل اختبار ، وبالتالي فإن كثيراً من الخوف من المجهول يجب أن يستبعد من موقف الاختبار .

ثالثاً : إذا ما كان المعلمون يعتبرون عملية الاختبار كنشاط آخر فى عملية التعليم/ التعلم ، فإن اتجاههم الهادىء نحو الاختبار سوف ينعكس على أداء طلابهم أثناء أخذهم للاختبار .

ومن أجل الوصول إلى أداء عمل أمثل فى الاختبارات ، فإن معظم الطلاب يحتاجون إلى بيئة مناسبة هادئة داخل حجرة الدراسة . التى سيأخذون فيها الاختبار . والحجرات الدراسية المزعجة (وغير جيدة التهوية) تسبب أداءاً تحصيلياً أقل فى الاختبار ، وقبل أن يبدأ الطلاب فى الاختبار افتح نوافذ الحجرة ودع الهواء الطلق النقى يدخل إليها .

المقاطع المتتابعة بواسطة المعلم أو بواسطة طلاب آخرين قد تؤثر على تركيز الطلاب أثناء الاختبار وتحدث مثل هذه المقاطعات بسبب أن المعلم يعطى تعليمات غير واضحة فى اختبار الورقة . ومن الأسئلة التى تؤدى إلى ارتباك الطلاب . الأسئلة الغير صحيحة ، أو الأسئلة غير الصالحة للاستخدام . وعلى المدرسين أن يحلوا كل مفردة فى الاختبار قبل تقديمه للطلاب بهدف التأكد من إزالة الغموض فى كل سؤال . والتأكد من عدم وجود مسائل مستحيلة الحل ويجب أيضاً عدم تشجيع الطلاب على الحديث أثناء تأدية الاختبار وعدم ازعاج الآخرين . وإذا اراد طالب أن يسأل أثناء الاختبار فإن عليه رفع اليد والانتظار إلى أن يذهب المعلم إليه حتى مقعده ويسأل المعلم عما يريده بهدوء شديد وعندما يسمح بمكان متسع فإن الطلاب يجب أن يجلسوا فى صفوف متبادله أثناء الاختبار وأن يتحركوا صفاً دون أن يجلس به أحد ... وهكذا وهذا يقلل من الازعاج ويعطى كل طالب الخصوصية فى تحديد اجابته حيث أن هناك رغبة فى الأداء الجيد للاختبارات بسبب أن ينسى بعض الطلاب قيمهم ، فإن الغش يسبب مشكله أثناء الاختبار وإذا فشل المعلم فى حفظ نظام الامتحان وضع الغش كثيراً من الطلاب يضطرون إلى محاولة الغش بسبب أن المعلمين يتيحون المواقف التى تشجع على الغش أو (التى يكون الغش عن طريقها ميسورا) . وعندما يجلس المعلم بعيداً نسبياً أثناء الاختبار ، فإن فرصة الغش تصبح متاحة . وعلى المعلم أيضاً أن يقف أو يجلس فى موضع متوسط بحيث يرى من خلاله وجه كل تلاميذ الفصل وعندما ينظر طالب ما إلى أعلى لأى سبب من الاسباب فعلى المدرس فى هذه الحالة أن ينظر مباشرة إلى أعين الطالب ويؤدى ذلك إلى أن يتأكد الطالب أن المدرس يراقبه تماماً خلال الاختبار ولايجب أن يستغل المدرسون وقت الاختبار فى اعطاء درجات للطلاب لأن انشغال المدرسين بهذه المهام يعطى فرصة للطلاب للغش . وأفضل الطرق لمعالجة مشكلة الغش هى أن تحدث موقف تدريسى نجعل من الصعب على الطلاب الغش وحتى لو تأكد المدرس من أن الطالب يغش فإنه يجب ألا يتهم الطالب الغش مباشرة لأنه إذا اتهمت

الطالب بالغش سيكون لزاما عليك أن يقدم الدليل إلى كل من المدير والآباء على أن الطالب كان يغش فعلاً كما يمكن أن تستخدم طرقاً أكثر فعالية لمحاربة وضع الغش فعند بدء الإختبار إجلس كل طلب حاول الغش في الإختبار السابق في مكان منعزل في الفصل أو بجوارك وأعط تلميحات بسيطة عن الإجابات الصحيحة وذلك الإختبار ماإذا كان عمل الطالب يوافق ما يقدمه من اجابات أم لا . وبصوره عامة دع الطالب الذى يحاول الغش يعرف أنك واع جداً لمحاولاته الغش بدون أتهامه بطريقة مباشرة فإنه من حق كل طالب الآن أن يعرف جيداً الأسباب التى أدت بالمدرس إلى أن يتهمه بالغش .

اعطاء درجات للإختبارات :

عند اعطاء درجات للإختبارات يجب على المدرس أن يبحث عن مصدر وقع الخطأ لدى الطالب في كل مفردة من مفردات الاختبار وأن يوضح للطالب لماذا في هذه الأخطاء وإذا استخدم المدرس هذه الإجراءات فإن الإختبار الذى كان اختباراً كمياً سابقاً يصبح اختباراً تشخيصياً .

وعند اعطاء درجات للإختبارات يميل بعض المدرسين أن يمتدحوا بعض الإجابات شبه الصحيحة حتى لو كانت الإجابات غير صحيحة وهذا يمكن أن نشجع الطلاب على الإستمرار في الإجراءات وحضور عمليات التدريس والحصول على الإستجابات الصحيحة أيضاً ويجب على المدرس أن يجد حلاً للمشكلات التى قد تطرأ .

التصحيح : وهناك أربع طرق لإعطاء درجات للإختبارات باستخدام النسب المئوية وباستخدام المنحنيات وباستخدام التتابعات وتحديد مستويات الإتفاق وكل مستوى من هذه المستويات له مميزاته وعيوبه .

التصحيح باستخدام النسب المئوية :

طريقة التصحيح باستخدام النسب المئوية ويكون ذلك تحديد درجة حرفية لكل مدى من النسب المئوية (أ ، ب ، ج) أو أن نذكر النسب المئوية للطالب مع الأخذ في الإعتبار أن بعض النسب تشير إلى جودة العمل وبعضها الآخر يشير إلى رداءته ولهذا الطريقة عدة عيوب أولها أن المعيار الذى على أساسه يقوم الطالب هو المقياس نفسه كان المقياس صادقاً أو غير صادق جيداً أو رديئاً هو العامل الأساسى في تحديد مستوى الطالب .

والطلاب الجيدين يمكن أن يحصلوا على درجات رديئة في المقاييس والإختبارات غير الصادقة ، والطلاب الضعفاء يمكن أن يحصلوا على درجات جيدة في نفس المقياس .

ثانياً : بعض المدرسين يضعون (حرف) أقل مدى من النسب المئوية على سبيل المثال يمكن أن يقرر المدرس أن النسب الأكثر ٩٠٪ هي درجة A ، والنسب من (٨٠٪ - ٨٩٪) هي B ... الخ وعلى هذا فان معظم الإختبارات ليست لها القدرة على التمييز وأعنى بذلك أن الطالب الذى حصل

على ٩٠٪ ربما لا يكون أحسن أو أسوأ من الذى حصل على ٨٩٪. وعلى الرغم من ذلك فإن الطالب الأول هو الذى يحصل على A والتالى هو الذى يحصل على B وعلى ذلك فإن الطلاب يحصلون على مراتبهم بالصدفة .

ثالثاً : عند كتابة الإختبارات السهلة أو الصعبة ربما تكون الإختبارات سهلة أو صعبة وذلك مما يؤثر على مراتب الطلاب ويمكن أن تكون هذه المرتبة لاعلاقة لها بالمستوى الحقيقى للطلاب واستخدام النسب المتوية له ميزتان .

* أن معظم الناس تعودا على مثل هذا النظام ولا يعترض عليه الآباء والنظار والمدرسون .
* عند استخدام هذا النظام يتم تقويم الطلاب على أساس معيار ثابت وليس على أساس الطلاب
لآخرين

التصحيح باستخدام المنحنى .

إن توزيع الدرجات طبقاً للمنحنى الجرسى يعطى انطباعاً غير حقيقى على أنها متشددة لأنها تشمل استخدام نموذج احصائى وعلى الرغم من ذلك فإن هذه الطريقة غير عادلة بالنسبة للطلاب لأنها تفترض أن قلة من الطلاب سيحصلون على درجات رسوب بغض النظر عن قدراتهم ومعرفتهم لموضوع الدراسة وهذه الطريقة تجعل التعلم فى موقف يجب أن يودى الطالب فيه الإختبار مع مجموعة الطلاب الآخرين ويقدر لقله من الطلاب أن يكونوا فى قاع المنحنى وعلى كل طالب أن يتنافس مع الطلاب الآخرين للتأكد من أنه ليس ضمن الطلاب الموجودين فى القاع وإذا وجد طالب متوسط فى فصل يشمل طلاباً ضعفاء فإنه سيأخذ درجة A وإذا جلس نفس هذا الطالب المتوسط فى فصل دراسى من المتفوقين فإنه سيرسب فى الإختبار .

وميزة هذا النظام هو أن المدرس يوزع طلابه طبقاً للترتيب بطريقة جيدة ليكتب تقديراً للمكتب التابع له وهو الشيء الذى لا يهتم به الطلاب لأنهم يريدون أن يتعلموا رياضيات

أعطاء الدرجات وتوزيعها طبقاً للتابع :

إن استخدام التابع لتوزيع الدرجات يكون على أساس وضع الدرجات الخام طبقاً لمقياس مدرج (مرتب) واستخدام مجموعة من أحكام المدرسين الموضوعية والشخصية لتحديد الرتبة الحرفية . فعلى سبيل المثال افرض أن الدرجات التالية قد حصل عليها فصل مكون من عشرين طالباً طبق عليهم اختبار نهايته العظمى ١١٠ : ٢٢ ، ٣٥ ، ٥٠ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٦٢ ، ٦٧ ، ٦٧ ، ٦٧ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧٨ ، ٨٠ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ . وطبقاً للنظام التتابعى فإن هذه الدرجات تقع ضمن أربع مجموعات ٢٢ ، ٣٥ ، ٥٤ ، ٥٣ ، ٦٢ ، ٦٧ ، ٦٧ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧٨ ، ٨٠ ، ٨٠ ، ٨١ ، ٨١ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ؟ ويمكن للمدرس أن يعطى حرف F للمجموعة الدنيا ، و E للمجموعة التى تليها ، A ، B ، C للمجموعات التالية وإذا كان

الإختبار سهلاً يمكن للمدرس أن يعين درجة F للدرجات من ٢٢ - ٥٤ ، D للرتب من ٦٢ - ٧٠ ، C ، من ٧٨ - ٨٣ ، B ، من ٨٩ - ٩١ أو يمكن أن يكون الطلاب الذين حصلوا على درجتى ٢٢ - ٣٥ قد بذلوا جهداً كبيراً فى الأداء فى حدود قدراتهم العقلية وبذلك يمكن للمدرس أن يعطيهم رتبة D وهذا النظام لتوزيع الدرجات طبقاً للتتابع نظام عادل ومرن فى آن واحد وعلى هذا يجب على المدرس أن يتأكد من أنه ليس هناك طالب قد حصل على درجة أكبر من طالب آخر وحصل فى نفس الوقت على رتبة أقل منه فالطلاب سوف يعترضون بشدة إذا لاحظوا أن المدرس يغير الرتب الحرفية داخل التتابع .

توزيع الدرجات طبقاً لمستويات التمكن :

تستخدم طرق توزيع الدرجات طبقاً لمستويات الإتفاق فى البرامج التى تبنى على أساس من الكفاءة فالأهداف التعليميه توضع طبقاً لمستوى قدرة طالب وعلى تحصيله السابق فى الرياضيات ويمكن أن تعطى للطلاب اختبارات مختلفة بحيث تعطى للطلاب الضعفاء اختبارات أسهل مما تعطى للطلاب ذوى القدرات المرتفعه ويمكن أن تعطى للطلاب اختباراً قليلاً قبل دراسة وحدة الرياضيات واختياراً يعدياً بعد الدراسة ثم بعد ذلك تعطى لكل طالب رتبه طبقاً لتحسنه وآدائه الفردى وفى النظام التعليمى النموذجى يكون هدف النظام هو أن يدخل الطالب طبقاً لمستوى تمكنه الفردى ثم مساعدته على تعلم وتحصيل كل مايمكنه طبقاً لقدراته الفردية فإن هذا النظام من توزيع الدرجات يمكن أن يكون مناسباً . ومع هذا ففى النظام التعليمى الذى يعتبر أقل نموذجية هناك خليط من التعلم الفردى والتحصيل التنافسى (الانجاز التنافسى) وبينما يشعر الطالب الجيد (الممتاز) بالعطف تجاه الطالب الضعيف إلا أنه يمكن أن يحرم من الحصول على درجات قليلة فى الإنجازات التى تعتبر أكبر (أصعب) من أنجازات الطالب الضعيف (البطيء) الذى يحصل على درجات مرتفعه إذا أظهر تحسناً فى المهام السهلة .

نظام عملى مركب لتوزيع الدرجات (إعطاء الدرجات) :

إن نظام توزيع الدرجات يحتوى على مميزات كل من النظام التتابعى ونظام توزيع الدرجات طبقاً لمستوى التمكن هو خليط من هذين النظامين لتحديد درجات الإختبار الفردية والدرجات النهائية لكل فترة وفى هذا النظام المركب الذى اقترحه لمدرسى الرياضيات أرى أن كل اختبار أو امتحان أو واجب منزلى أو نشاط معملى يجب أن يعطى أكبر عدد من النقاط .

وأن يعطى لكل الطلاب نفس الإختبارات والإمتحانات على الرغم من أن المدرس يمكن أن يفضل إعطاء الطلاب واجبات منزلية مختلفة وأنشطة معملية متميزة مع استمرار عدد ممكن من النقاط الكلية لكل الطلاب وبالإضافة إلى ذلك يعطى لكل طالب نقاط كل فترة بناء على تقديرات المدرس الفردية والموضوعية لإسهامات الطالب داخل حجرة الدراسة وسلوكه واتجاهاته نحو تعلم الرياضيات وتقدمه فى مستوى التحصيل والتمكن الملائم لقدرته وفى نهاية كل فترة تجمع نقاط الطالب ويعطى

تقديرات ورتب حرفية (A. B. C) أو نسبة مئوية للرتب لمجموع النقاط الخاصة بدرجات الطالب والمثال التالي الموضح في شكل ٧ / ٢ لدرجات ثلاث طلاب في فترة اسبوعين يبين كيف يمكن أن يستخدم المدرسون هذا النظام من توزيع الدرجات .

وفي المثال الموضح في شكل ٧ / ٢ فإن كل نشاط يعطى عليه الطالب درجة يعطى له وزن عندما يعطى له أكبر عدد من النقاط والإختبار يعطى (هو السبب في) نصف الرتبة خلال الإسبوعين لأنه يعطى له نفس العدد من النقاط الذى أعطى للأنشطة الأخرى مجتمعه . إن تقويم التقدم هو التقويم الشخصى الذى يقوم به المدرسون لتحديد مدى تقدم الطالب واتجاهاته وأدائه حسب مستوى قدرته ولأن الطالب ابراهيم حصل على أقل النقاط فإن رتبته الحرفية أو رتبته المئوية يجب ألا تكون من الرتب المعطاه كل من حسام وأحمد ولأن تقويم الأداء المرتفع الذى حصل عليه ابراهيم تشير إلى أنه يحصل طبقاً لإمكانياته فإن درجته النهائية لا تحتاج إلى تعديل .

التاريخ	النشاط	مجموع النقاط الكلى	الطالب الأول حسام	الثانى إبراهيم	الثالث أحمد
١ / ١٧	واجب منزلى	١٠	٨	٥	٩
١ / ١٨	إمتحان	٢٠	١٥	١٢	٧
١ / ٢١	معمل رياضة	١٠	٦	٩	٧
١ / ٢١	واجب منزلى	١٠	٧	٧	٩
١ / ٢٤	واجب منزلى	١٠	٩	١٠	٧
١ / ٢٥	امتحان	١٠	٥	٧	٧
١ / ٢٦	واجب منزلى	١٠	٥	٩	٦
١ / ٢٨	اختبار	١٠٠	٨٣	٦١	٩٤
١ / ٢٨	تقويم التقدم	٢٠	١٢	٢٠	١٦
	المجموع	٢٠٠	١٥٠	١٤٠	١٧٢

وهذا النظام لتوزيع الدرجات يتميز بالآتى :-

- ١ - يتيح للمدرس اجراء تقويم مميزات الطلاب على فترات ، تلك المميزات والخصائص التى يمكن الايشملها الإختبارات والإمتحانات والواجبات المنزلية والأنشطة العملية .
- ٢ - يستخدم كنظام بسيط ومحدد لتسجيل الدرجات .
- ٣ - هو نظام عادل لكل الطلاب سواء كانوا ذوى قدرات مرتفعه أم منخفضة ، مرتفعى الدافعية أو منخفضى الدافعية .
- ٤ - يتم جمع الرتب الفردية قبل تحويلها إلى رتب حرفية ، والتى تعتبر محده أكثر من محاوله وضع القوائم للرتب الحرفية التى قد يكون لها أوزان مختلفة .

٥ - يمكن للطلاب أن يحتفظ بسجل مستمر لدرجاته الخاصه ويمكن أن يجمعها في نهاية المدة ويمكن أن يعرف رتبه درجاته الحرفية في نهاية كل ترم .

٦ - يسمح للمدرس بالإحتفاظ بسجل كامل ودقيق لدرجات كل طالب وموقعه النسبي في الفصل ، الذي يمكن أن يستخدم لتبرير الدرجات أو الرتب الحرفية إذا شك فيها الطالب أو الآباء أو مدير المدرسة .

نقويم الإختبارات واستخدام نتائج الإختبار :

وبالإضافة لإستخدام درجات الإختبار للحصول على رتب الطلاب يجب أن يستخدم المدرس نتائج الإختبار لتشخيص الصعوبات والمشاكل التي تقابل الطلاب في عملية التعلم والمشكلات الخاصة بطرق التدريس ويمكن أن يساعدنا تحليل الأخطاء التي يقع فيها الطالب لتحديد أنماط الأخطاء التي يرتكبها الطلاب وسوف يظهر تحليل عدد الإجابات التي يرتكبها الطلاب وسوف يظهر تحليل عدد الإجابات الصحيحة وغير الصحيحة لكل مفردة من مفردات الإختبارات وسوف تظهر مجالات عامة للصعوبات التي تواجه الطلاب ويمكن أن تعطى مؤشرات للموضوعات التي يجب أن تدرس في البرامج وعند تحليل مفردات الإختبار ونتائج الطلاب في هذه الإختبار يجب أن تحلل مستوى صعوبة كل مفردة وأن تبين لكل طالب أجاب بطريقة غير صحيحة كل مفردة وإذا أجاب جميع الطلاب بطريقة صحيحة على مجموعة من المفردات فإن هذه المفردات لامتيز الطلاب الضعفاء من الطلاب الأقوياء وإذا لم يتمكن كل الطلاب من الاجابة بطريقة صحيحة على بعض المفردات فإن هذه المفردات إما أن تكون صعبة أو تكون صايفتها خاطئة ويجب عند مراجعة الإختبار مراعاة أن تعدل أو تحذف المفردات الصعبة جداً أو السهلة جداً كما يجب أن تميز كل مفردة من مفردات الاختبارين الطالب القوي والطالب الضعيف وإذا لم يجب عدد متساو من الطلاب الأقوياء والضعفاء على مفردة من المفردات فإن هذه المفردة تعتبر غير مميزة وإذا أمكن فإننا يجب أن نوزع درجات الاختبار يوم تطبيقه مباشرة كما يجب أن تناقش في الحصة التالية عندئذ تكون الأسئلة مازالت في ذاكرة الطلاب وسوف يهتمون بإكتساب ومعرفة أسباب الاجابات الخاطئة وبعد مناقشة الطرف والاجابات الصحيحة للمفردات الموجودة في الاختبار يمكنك أن تجعل الطلاب يساعدونك في تحليل مفردات الاختبار .

وبعد ذلك يمكن أن تحدد مدى صعوبة مفردات الاختبار وذلك بتصفح نسخة من نسخ الاختبار عند مراجعة الطلاب لأوراقهم وعندما نشير إلى كل مفردة سل الطلاب الذين أجابوا على هذه المفردة بطريقة صحيحة أن يرفعوا أيديهم ثم أحصى عدد الطلاب الذين رفعوا أيديهم وسجل هذا العدد في النسخة لا التي معك فستجد إن لك يعطى إشارة لصعوبة كل مفردة من مفردات الإختبار وسوف يساعدك ذلك على تعديل الاختبار واستخدامه إذا قمت بتدريس هذا البرنامج مرة ثانية ومن الأفضل أن تدرج عدداً كبيراً من المفردات التي يستطيع معظم الطلاب أن يجيبوا عليها بطريقة

صحيحة وعدد قليل من المفردات التي لا يستطيع الطلاب حلها ويجب أن تختلف باقى المفردات فى درجة صعوبتها .

وعند تحديد صعوبة كل مفردة من مفردات الاختيار يجب أن تحدد عدد الطلاب الذين أجابوا بطريقة غير صحيحة على المفردة واستعرض بعد ذلك الاختبار مفردة وساعد الطلاب على تصحيح أخطائهم وعلى حل التمارين التي لم يتمكنوا من حلها فى الاختبار ويمكن أن يساعدك الطلاب ويساعد بعضهم البعض فى تصحيح الأخطاء والتعرف عليها .

وإذا رأيت أن معظم الطلاب لم يجيبوا على مفردة بطريقة صحيحة فيجب عليك حينئذ أن تتوقف وتقدم بمراجعة المهارات والمفاهيم والمبادئ التي تقيسها المفردة وفى بعض الحالات قد تجد أن نسبة كبيرة من الطلاب حصلت على درجات ضعيفة فى الاختبار وقد تحتاج إلى أن تعيد تدريس المادة التعليمية الموجودة فى الاختبار وعلى الرغم من أن ذلك قد يكون عديم الجدوى لأنك تعيد المادة القديمة وتضيع الوقت إلا أنه أفضل من الانتقال إلى مادة جديدة مرة واحدة ولأن الهدف من التدريس يجب أن يكون تعلم الطلاب الموضوعات وليس مجرد تغطية مادة معينة ، فإنه من غير المقيد أن تنتقل إلى موضوع جديد بغض النظر عما إذا كان الطلاب يفهمون محتوى الرياضيات الموجود أم وإذا وجدت أن طرق التدريس بها غير فعالة بالنسبة لموضوع معين فيجب عليك أن تعدل استراتيجيات التعليم والتعلم عند إعادة تدريس المادة التعليمية (المحتوى) .

تقويم فعالية التدريس

لقد قمنا بشرح أساليب تقويم فعالية التدريس فى ضوء تعلم الطلاب وسلوك المدرس وذلك فى فصول متعددة من هذا الكتاب وعلى وجه الخصوص فى الفصول ٢ ، ٥ ، ٦ وهذا الفصل يحتوى على عدد محدد من الطرق التي يمكن أن يستخدمها مدرسو الرياضيات لتقويم فعالية تدريسهم وبصورة عامة فإنه ينبغي على المدرسين أن يقوموا استراتيجيات تدريسهم لكن يتوصلوا إلى نتائج عن أثر طرفهم وعلى نتائج التعلم لدى الطلاب ولكن يحسنوا من استراتيجيات التدريس حتى يزدوا من تحقيق الأهداف التعليمية لكل طالب من طلابهم وبالإضافة إلى التقويم الذاتي من قبل معلمى الرياضيات فهناك تقويم استشارى عن طريق المعلمين الآخرين بالمدرسة ، وإدارة المدرسة ، وأولياء الأمور والأهم من ذلك التقويم من خلال طلابهم وفى هذا الجزء سوف نقدم نموذجاً عاماً لتقويم العملية التعليمية هذا النموذج قد بنى من خلال كتابات جانييه وبريجد ١٩٧٤ فى كتابهم أساسيات التصميم التعليمى وسوف تناول بعض الأساليب الفرعية التي يجب أن يستخدمها معلموا الرياضيات بالمرحلة الثانوية لتقويم فعالية استراتيجية التدريس المستخدمة فى فصولهم .

ثامنا : نموذج عام لتقويم التدريس

يشتمل هذا النموذج من التقويم العام على غطين من التقويم هما التقويم الشكلي والتقويم الكمي كما تشمل على أربعة متغيرات مرتبطة بالتعلم وهما المتغيرات الخاصة بالمتغيرات التعليمية وعملية التدريس والتدعيم ومتغيرات القدرة . وفيما يلي ملخص للنموذج :

١ - أ) نماط التقويم (أ) التقويم الشكلي (ب) التقويم الكمي ٢ - المتغيرات الواجب أن تأخذها في الاعتبار عند التقويم .

أ - متغيرات خاصة بالنتائج للتعليمي

ب - المتغيرات الخاصة بالعملية التعليمية (عملية التدريس)

ج - متغيرات خاصة بالتدعيم .

د - متغيرات القدرة .

التقويم الشكلي

يحدث التقويم الشكلي للتدريس أثناء عملية التعلم والتعلم وينفذ عادة عند تطوير استراتيجيات جديدة في التعليم والتعلم وأيضا عند تطوير برامج أو وحدات دراسية جديدة وعند استخدام هذه الاستراتيجيات والبرامج في برنامج للرياضيات . ويطلق على هذا النوع من التقويم « التقويم الشكلي » لأنه يستخدم أثناء تكوين « تشكيل » المداخل الخاصة بعملية التعلم والتعلم . والتقويم الشكلي عادة مايكون عملية مستمرة حيث يتم تقويم النتائج وتعديل الاجراءات كل يوم على حدة وفي هذا التقويم يتم تجريب الأفكار الجديدة وتقويمها مباشرة وبعد ذلك أما أن تقبل هذه الأفكار أو تعدل أو ترفض نهائياً وذلك طبقاً لنجاحها في حجرة الدراسة . وفي الواقع فإن لإجراءات التعليم والتعلم أو برامج الرياضيات يمكن أن تعرف وتكون بطريقة مفككة ويتم تطويرها وتقويمها أثناء استخدامها ولايستخدم التقويم الشكلي لموازنة برنامج بآخر .

ولكنه اجراء يتم على أساسه تطوير البرنامج التعليمي وتقويمه طبقاً لمعايير داخلية يمكن تعديلها مرات عديدة أثناء عملية التطوير .

التقويم الكمي

التقويم الكمي للتدريس يحدث لتقويم فعالية برنامج تعليمي معرف جيداً ، أو موازنة الفعالية النسبية لبرنامجين معرفين جيداً . ويستخدم لاستخلاص النتائج عن كيفية عمل البرنامج في الحجرة الدراسية . ويطلق على هذا النمط « التقويم الكمي » لأنه يستخدم لتلخيص آثار مجموعة جديدة من الدروس وتقارير ما إذا كان البرنامج الجديد أفضل من البرنامج السابق أم لا وينفذ التقويم الكمي لبرنامج

ما باستخدام تصميم بحثي به مجموعة محددة من أدوات التقويم لجمع وتحليل وتفسير النتائج وتم صياغة الأهداف التعليمية بطريقة محددة ثم يتم بعد ذلك تصميم طرق للتقويم الكمي لقياس الدرجة التي تحققت بها الأهداف من خلال البرنامج التعليمي .

وقد تناول « تيوكان » Tuckman ١٩٧٢ في كتابه « اجراء البحث التربوي » مجموعة من تصميمات البحوث لتنفيذ التقويمات الكمية للبرامج التعليمية .

وسوف يساعدنا المثال التالي على توضيح الفرق بين التقويم الشكلي والتقويم الكمي اذا اراد القائمون على النظام المدرسي أن يوازنوا بين آثار استخدام كتاب حديث في الجبر على المدرسين والطلاب و آثار استخدام كتاب تقليدي مايمكن للمدرسين والاداريين أن يستخدموا تعميم التقويم الكمي . كما يمكن أن يلتحق نصف الطلاب في الفصول التي تدرس الكتاب الحديث والنصف الآخر يلتحق بالفصول التي تدرس الكتاب التقليدي على أن يتم تقسيم الطلاب بطريقة عشوائية . يمكن بعد ذلك تطوير اختيارات في الجبر واستبيانات لقياس الاتجاهات ثم تطبق على الطلاب لقياس دلالة الفروق بين المجموعتين في درجات الاختيار ويمكن استخدام اختبارات احصائية لتقدير وتحديد دلالة الفروق في الاتجاهات بين المجموعتين و لقياس الدرجة التي تغيرت بها الاتجاهات نحو الرياضيات داخل كل مجموعة على حدة ويمكن أيضاً اجراء مقابلات مع المدرسين لمعرفة آراؤهم فيما يختص بالبرنامجين . ومع هذا إذا غير النظام التعليمي كل كتب الجبر التقليدية واستخدموا كتب جديدة ففي هذه الحالة يمكن استخدام اجراء التقويم الشكلي للبرنامج المطور أثناء استخدام المدرسين لكتب الجبر الحديثة كما يمكن أن يحددوا بعض الموضوعات التي قد يتم وضعها بطريقة محددة للطلاب ويمكن بعد ذلك أن يزودوا الكتاب بأمثلة محسوسة للمفاهيم المجردة . ويمكن أن يلاحظوا أن الكتاب الجديد يؤكد كثيرا على مفاهيم ومبادئ بينما يهمل مهارات الجبر الأساسية وفي هذه الحالة يمكن عمل استمارات للتدريبات على مهارات الجبر يستخدمها الطلاب في الواجب ويمكن أن يلاحظ المدرسون أن الطلاب يهتمون بالمدخل الحديث في الجبر ويتحمسون لخصص الجبر والواجبات المنزلية .

وكلا التمثين - للتقويم الشكلي والكمي - يعتبرا مسائل صادقة ومفيدة لقياس فعالية تدريس البرامج الدراسية . ويستخدم مدرسو الرياضيات في بعض المواقف خليطاً من الطريقتين لتقويم فعالية استراتيجيات التدريس الخاصة بهم .

ويمكن استخدام خليط من الطريقتين لتقويم متغيرات التدريس الأربعة وهي متغيرات الناتج التعليمي والعمليات وأنظمة التدعيم ومتغيرات قدرة الطلاب .

ومتغيرات الناتج التعليمي هي تلك المتغيرات التي تتأثر بالتدريس وهي عبارة عن مهارات المعرفة والتحصيل والاتجاهات وبعض القدرات التي يتم تعلمها في المدارس وبالطبع فإن متغيرات الناتج التعليمي التي تعكس مايمت تدرسة وتعلمه في المدارس ، تتأثر بمتغيرات التدريس الأخرى .

ومتغيرات العملية التعليمية هي تلك العوامل داخل البيئة التعليمية التي يمكن أن تؤثر على نتائج التعليم ومن بين المتغيرات الخاصة بالعملية طرق التدريس واجراءات تقويم الطلاب والواجب المنزلي

وأنشطة المعمل والأهداف التعليمية والمنهج الدراسي وكل الاجراءات التي يستخدمها المدرسون في التدريس للتلاميذ. وهي تعتبر متغيرات خاصة بعملية التدريس ومتغيرات تدعم التدريس هي المواد الموارد المستخدمة في التعليم والتعلم وتشمل التسهيلات المادية في حجرة الدراسة ومعمل الرياضيات ومكتبة المدرسة ومبنى المدرسة - يعتبر منزل الطالب والمجتمع ككل من الأمور المؤثرة على اتجاهات الطلاب نحو التعلم ومن المتغيرات الخاصة بالعملية التعليمية وعلى الرغم من أن متغيرات العملية ليست هي السبب في تعلم الطالب مباشرة الا أن لها أثر ما على كم وكيف التعلم الذي حدث أما متغيرات الاستعداد فهي تلك القدرات الموروثة لدى الطلاب التي تؤثر على التعلم في المدارس فالاستعداد العام والمهارات المعرفية لدى الطالب تؤثر على تعلمه للرياضيات في المدارس والمتغيرات مثل قيم الطلاب وتعلمهم السابق في المدارس والحالة الاجتماعية والاقتصادية للأسرة على الرغم من أنها ليست متغيرات للاستعداد الا أنها ترتبط ارتباطاً مباشراً مع الاستعدادات لتعلم الرياضيات .

أساليب تقويم التدريس

التقويم الذاتي : يكون المدرسون في وضع ملائم لتقويم فعالية التدريس نتيجة لتعليمهم وخبرتهم وتدريبهم وتفاعلهم مع الطلاب في حجرات الدراسة وعلى كل مدرس أن يقوم بطريقة منظمة كل فترة النتائج والعمليات والموارد المساعدة واستعدادات الطلاب والتي تعتبر جزء من عملية التعليم والتعلم .

والطريقة الأكثر وضوحاً لتقويم نتائج التدريس هي تقويم واختبار استعدادات وتحصيل الطالب وقد أوردنا فيما سبق مجموعة اساليب لتقويم نتائج التعلم في الفصل الذي تناول اختبار وتصنيف الطلاب .

تقويم نتائج التعلم

- ١ - هل يفهم الطلاب الرياضيات ويميلون اليها نتيجة لما قمت به من تدريس .
- ٢ - هل تؤدي الطرق التي يستخدمها في التدريس إلى أن ينظر الطلاب للرياضيات على أنها مادة شيقة ومفيدة .
- ٣ - هل يقدر الطلاب على تطبيق الرياضيات خارج المدرسة وفي المواد الدراسية الأخرى .
- ٤ - هل يصر الطلاب على محاولة حل التدريبات الرياضية وحل المشكلات أم يستسلمون عند فشلهم في الحل للمشكلات مباشرة .
- ٥ - هل تمنع اتجاهاتك وأعمالك في حجرة الدراسة بعض المشكلات الخاصة بالنظام .
- ٦ - هل ينشغل الطلاب بالأنشطة الرياضية خارج المنهج مثل قراءة الكتب عن الرياضيات والمشاركة في نادى الرياضيات في المدرسة .
- ٧ - هل يستمر بعض الطلاب « أو أى منهم » في دراسة الرياضيات في الجامعة .

٨ - هل يريد أى من الطلاب « طلابك » أى يصبح مدرس رياضيات أو هل يقوم بعض طلابك السابقين لتدريس الرياضيات الآن في المدارس ؟

وعلى الرغم من أن نتائج التدريس هي العوامل الأكثر أهمية في عملية التعليم/ التعلم إلا أن عملية التدريس أيضا تعتبر متغيراً هاماً لأن لها أثر كبيراً على النتائج ويمكن استخدام مقررات القائمة التالية لتقويم المتغيرات الخاصة بعملية التدريس .

تقويم المتغيرات الخاصة بعملية التدريس

- ١ - هل يعرف طلابي أهداف كل درس أقوم بتدريسه ؟
- ٢ - هل يعرف الطلاب لماذا يدرس الموضوع وتطبيقاته ؟
- ٣ - هل أشرك الطلاب في وضع الأهداف التعليمية ؟
- ٤ - هل أعطى أهمية خاصة لتخطيط الدرس ؟
- ٥ - هل أعلم الطلاب كيفية قراءة ومذاكرة كتب الرياضيات ؟
- ٦ - هل أستخدم مجموعة من الاستراتيجيات قبل التقويم للتأكد من أن الطلاب قد فهموا المادة الرياضية لكل موضوع جديد ؟
- ٧ - هل أستخدم نماذج متنوعة للتعليم والتعلم ؟
- ٨ - هل أستخدم استراتيجيات تدريس ملائمة لتحقيق الأهداف ؟
- ٩ - هل أستخدم طرقاً عديدة للتقويم البعدى لتقويم التعلم ؟
- ١٠ - هل أقوم بتقويم طرق التدريس كل فترة ؟
- ١١ - هل أعطى واجبات منزلية مفيدة وشيقة ؟
- ١٢ - هل أشغل التلاميذ وأشركهم في أنشطة معملية محسوسة لتعلم الرياضيات ؟
- ١٣ - هل أستخدم استراتيجيات أسئلة فعالة ؟
- ١٤ - هل أشجع الطلاب على أن يدخلوا في الرياضيات وأن يسألوا ويناقشوا ؟
- ١٥ - هل أشجع الأنشطة المعرفية عالية المستوى مثل التقويم وحل المشكلات ؟
- ١٦ - هل أقوم بتدريس حقائق مفيدة ومهارات هامة ؟
- ١٧ - هل أستخدم طرق قراءة ملائمة ومتناسقة ؟
- ١٨ - هل تتفق الاختبارات مع الأهداف التعليمية ؟
- ١٩ - هل أضع لمعرفة كل طالب من طلابي جيداً ؟
- ٢٠ - هل أنا قادر على خلق بيئة تعليمية « بيئة تعلم » في حجرة الدراسة ؟
- ٢١ - هل أعالج مشاكل النظام بطريقة عقلانية وفعالته ؟
- ٢٢ - هل أضع نقطة لتعلم الأفكار الجديدة عن الرياضيات وعن الطرق الجديدة لتدريس الرياضيات ؟
- ٢٣ - هل يستطيع طلابي العمل بفعالية بمفردهم دون مساعدة أحد ؟
- ٢٤ - هل يستطيع طلابي العمل في مجموعات ؟

- ٢٥- هل أتوقع مشاكل التعلم المحتملة ؟
 ٢٦- هل أكون قادراً على حل صعوبات التعلم لدى الطلاب ؟
 ٢٧- هل أعلم الطلاب كيفية تقويم تقدم التعلم لديهم ؟
 ٢٨- هل أنا قادر على معالجة المشاكل الادارية الروتينية بطريقة فعالة وكافية ؟
 ٢٩- هل أستطيع العمل بطريقة فعالة مع المدرسين الآخرين ؟
 ٣٠- هل أستطيع أن أتعامل بطريقة فعالة مع مديري المدارس ؟
 ٣١- هل أستطيع العمل مع الآباء والاشخاص الآخرين في المجتمع لتحسين قدرات في تدريس الرياضيات .

ومن المهم بالنسبة للمدرسين لتقويم واستخدام مواد التعليم والتعلم والموارد والمعدات والاشخاص المساعدين المتعلقة بذلك . ويمكن استخدام المفردات الآتية كمرشد لنفريه تدعيم التعليم .

تقويم متغيرات تدعيم التعليم :

- ١ - هل تستخدم مجموعة من مواد تعليمية في حجرة الدراسة ؟
- ٢ - هل لديك موارد سمعية بصرية مثل أشرطة التسجيل وأجهزة العرض المختلفة والأفلام ؟
- ٣ - هل لديك معمل رياضيات أو مواد معملية للاستخدام في حجرة الدراسة ؟
- ٤ - هل المواد التعليمية التي تستخدمها كافية لتحقيق الأهداف ؟
- ٥ - هل نستطيع تحديد الأهداف التعليمية التي يمكن تحقيقها عن طريق استخدام كل مورد ؟
- ٦ - هل تبيد استخدام الآلة الكاتبة وآلات التصوير ؟
- ٧ - هل تمدك المدرسة بالامدادات الكافية من الورق وأدوات الرسم ومواده وتوفر لك أماكن الاعلان والصيغ وغيرها ؟
- ٨ - هل يوجد بالمدرسة معمل رياضيات ؟
- ٩ - هل يوجد بالمدرسة مستشار وأخصائى نفسى أو أخصائىن اخرون لمساعدة الطلاب لحل صعاب التعلم ؟
- ١٠- هل هناك أية مؤسسات اجتماعية أو آية موارد أخرى تستطيع أن تستخدمها في التدريس ؟
- ١١- هل يعتبر الجهاز الادارى في المدرسة فعالاً في تدعيم عملية التدريس عن طريق برامج تدريبالمدرسين أثناء الخدمة ؟
- ١٢- هل تواصل الدراسة كلية أو جامعة لتنفيذ دراسات التخرج في الرياضيات ؟
- ١٣- هل هناك فصل دراسى واسع وجذاب لتدريس الرياضيات ؟
- ١٤- هل هناك اجراء محدد للحصول على موارد التدريس ؟
- ١٥- هل تأخذ طلابك لزيارات ميدانية أو تدعو الضيوف للتحدث في حجرة الدراسة اليهم ؟

إن تقويم الاستعداد العام لتعلم الرياضيات ليس عادة المسئولية الأولى للمدرسين فقد ترى مثلاً أن التلاميذ قد طبقت عليهم اختبارات الذكاء واختبارات الاستعدادات واختبارات التحصيل الرياضي وأن درجاتهم في هذه الاختبارات توجد في سجل في المدرسة ويجب أن تستخدم أيضاً تعيينات الواجب المنزلي ، والعمل في الفصل وصعوبات التعلم . وفيما يلي قائمة بالمقررات التي يمكن أن تستخدمها في تقويم فعالية قياس استعدادات الطلاب .

تقويم استعدادات الطالب :

- ١ - هل تستخدم درجات اختبار الذكاء والاستعداد لمساعدتك في تقويم مشكلات التعلم لدى الطلاب ؟
- ٢ - هل تقوم الواجب المنزلي للطلاب لقياس مدى استعدادهم لتعلم الرياضيات ؟
- ٣ - هل تستخدم الاختبارات التشخيصية لمساعدتك في تحديد استعدادات الطلاب ؟
- ٤ - هل تصمم استراتيجيات تدريس على أساس تقويمك لقدرات التعلم لدى الطلاب ؟
- ٥ - هل تستخدم أشياء محسوسة لتقويم المفاهيم الجديدة والمبادئ الرياضية الحديثة ؟
- ٦ - هل تطبق مبادئ صحيحة طبقاً لنظرية لتحضير الدروس وتدریس الحصص ؟
- ٧ - هل تقوم قدرات الطلاب على قراءة وفهم كتب الرياضيات .
- ٨ - هل تلاحظ الطلاب أثناء الأنشطة داخل الفصل لكي تحدد مشاكل التعلم ؟
- ٩ - هل تحاول تحديدا استعدادات تعلم محددة تسبب مشكلات الطالب في تعلم موضوع رياضيات ؟

تقويم الطالب للتدريس :

يمكن أن يساعدك طلابك في تقويم فعالية طرق التدريس ويمكن أن يستخدم في هذا المجال مؤتمرات خاصة مع الطلاب كل على حدة أو المناقشات داخل الفصل أو الاستبيانات لمساعدتك في تقويم فعالية التدريس وعندما تطلب من الطالب أن يملأ الاستبيان يجب ألا تسمح لهم بكتابة أسمائهم على الاستبيان لأنه إذا كانت الاستجابات بدون اسم فإن الطلاب سيكونون أكثر رغبة في المشاركة وابداء الرأي وملء الاستبيانات بحرية أكثر وبعد تسجيل استجابات الطلاب في الاستبيانات وتحديد الانتقادات المحددة لطرق التدريس يجب أن تناقش نتائجك مع الفصل ويمكن أن نلاحظ أن للطلاب آراء متعارضة عن طول وقصر طرق التدريس ويمكنك أن تصفى هذه التناقضات عن طريق مجموعات المناقشة .

ولكي تكون الاستجابات غير فردية يجب أن تصيغ الأسئلة بطريقة جيدة بحيث تطلب من الطلاب تقويم الاجراءات والمواقف وليس الأشخاص وعلى سبيل المثال السؤال هل تعتقد أن طريقة التدريس التي يتبعها المدرس فعالة في مساعدتك على تعلم الرياضيات ؟ وذلك أفضل من السؤال الذي يقول « هل تعتقد أن المدرس الذي يعلمك جيد الأداء ؟

والاستبيان التالى يحتوى على مفردات مفيدة لك فى تقويم فعالية طرق التدريس .

استبيان تقويم البرنامج :

التعليمات

من فضلك رتب من حيث الأهمية برنامج الرياضيات الآتى طبقاً للمفردات الآتية . وضع دائرة على الرقم الذى يمثل تقديرك لكل مفردة . ضع دائرة على رقم (١) اذا كان رأيك إن البرنامج ضعيف جداً ؟ وضع دائرة على رقم (٢) إذا كان البرنامج مقبولاً ، وضع دائرة على رقم (٣) إذا كان البرنامج متوسطاً ، وضع دائرة على رقم (٤) إذا كان البرنامج جيداً ، وضع دائرة على رقم (٥) إذا كان البرنامج متميزاً فى الفقرة ١ ٢ ٣ ٤ ٥

- (١) تم تقويم الأفكار الرياضية بوضوح وبطريقة مفهومة .
- (٢) إن الأمثلة واللعب والنماذج والأنشطة الدراسية قد وضحت الأفكار الموجودة فى البرنامج .
- (٣) إن تعيينات الواجب المنزلى كانت مفيدة فى تعلم موضوعات الرياضيات .
- (٤) إننى أعرف ماهو مفروض أن أتعلم وسبب تعلمه وأستطيع أن أستخدم الذى تعلمته .
- (٥) أننى مهتم بتعلم الرياضيات التى تدرس فى البرنامج .
- (٦) تم احترام ومناقشة آراء وأسئلة كل طالب فى الفصل .
- (٧) لقد (أثار) البرنامج تفكيرى فى الرياضيات
- (٨) إن البرنامج تم تنظيمه جيداً
- (٩) كانت الإختبارات عادلة
- (١٠) نظام اعطاء الدرجات عادل ولايستعصى على الفهم
- (١١) كانت فصول الكتاب تحتوى على معلومات جيدة ومفيدة [كانت هناك معلومات جديدة فى الفصول الدراسية] .
- (١٢) كانت الحصص الدراسية فى الفصل تثير الابتكارية والمبادأة من فضلك أجب عن الثلاثة أسئلة الآتية :-

(١) مالأشياء التى تحبها أكثر فى هذا البرنامج ؟

(٢) مالأشياء التى تحبها أقل فى هذا البرنامج ؟

(٣) هل لديك تعليقات أخرى على هذا البرنامج ؟

التقويم عن طريق مديرى المدارس :

إن إحدى مسؤوليات المدير فى معظم المدارس هى تقويم كل مدرس وفى كل نظام مدرسى بطاقات لتقويم المدرسين ، وكل النظار يرسلون تقارير عن تقويم المدرسين إلى مديرياتهم وفى بعض المدارس

نجد أن القائمين على المنهج يقومون بتقويم مدرسي الرياضيات ويقدموا عنهم تقريراً يتضمن تقويمهم وكذلك يفعلون مع المديرين .

وبغض النظر عما يقوم به المدير من تقويم المدرس فإنه يقدم تقريراً عن المدرسين ويعقد المؤتمرات معهم ويقدم هذه التقارير بناء على ملاحظة المدرس أو المرور على المدرسة أثناء التدريس داخل الفصل .

وتطلب كثير من أجهزة الدولة التربوية تقويماً مكتوباً كل فترة عن كل المدرسين . ويمكن أن يقوم المدرسون المقيدون كل شهر .

تطوير وحفظ بيئة تعليمية فعالة :

عندما تقبل وظيفة في منطقة تعليمية يجب أن تناقش الاجراءات المحددة المستخدمه لتقويم المدرسين مع المدير والمدرسين الآخرين كما يجب أن تطلب نسخة تقويم من المدير لكي تعرف المتغيرات التي ستقوم بتدريسها .

دور الآباء في تقويم التدريس :

يمكن أن نشرك الآباء في الجهود التي تقوم بها لتقويم وتطوير طرق التدريس وإذا كان الأمر كذلك فإنك ستجد أن معظم الآباء يستوعبون الأنشطة محاولين بذلك إيجاد مدرسين أفضل وسيكونون أكثر تعاوناً ومساعدة . ويجب أن تحضر الاجتماعات المشتركة بين المدرسين والآباء ومناقشة التعليم والتعلم مع الآباء ويمكن أن تستخدم الأيام الدراسية المفتوحة واجتماعات الآباء المسائية لاشراك الآباء في عملية التقويم ويعتقد بعض المدرسين أنهم يستطيعون اشراك الآباء في التقويم بإرسال الاستبيان لكل أب من الآباء مرة أو مرتين كل عام . ويمكن أن تعد استبياناً مثل الاستبيان الآتي وترسله بالبريد وللمساعدة في تقويم فعالية التدريس .

استبيان الآباء لتحسين التدريس :

عزيزى

كجزء من الجهود التي أقوم بها لتقويم فعالية التدريس الذي أقوم به ولكي تساعد الطلاب على تعلم الرياضيات والاستمتاع بها فإنني أقدر مساعدتك فهل نستطيع التكرم بالإجابة على هذه الأسئلة وارسالها إلى . إن تعليقاتك ستكون محل ثقة ومفيدة وستساعد مع تعليقات الآباء الآخرين على مساعدات على إيجاد طرق لمساعدة الطلاب لتحسين معرفتهم وفهمهم للرياضيات .

- هل ترى أن الواجبات المنزلية التي يقوم بها ابنك أو أبتك في المنزل تساعد على تعلم الرياضيات ؟
- هل تعتقد أن الكتاب الذى يستخدم ابنك أو أبتك في الرياضيات كتاب جيد ؟ وهل لديك أى تعليقات محددة عن المادة العلمية التي في الكتاب ؟

- هل تعتقد أن المادة العلمية التي يتعلمها ابنك أو ابنتك في برنامج الرياضيات ستكون مفيدة له بعد التخرج من المدرسة ؟

- هل لديك طرق معينة لتطوير برنامج الرياضيات ؟

- من فضلك أذكر تعليقاتك أو اقتراحاتك التي تساعدنا على خدمة ابنك و ابنتك ؟

كما رأيت المناقشة السابقة لتقويم فعالية التدريس ، فإن التقويم يشمل اناساً كثيرين ويشتمل على مجموعة من الأنشطة كما انه عملية مستمرة . وتقويم التدريس جزء هام من عملية التدريس وكل مدرسي الرياضيات يجب أن يستخدموا مجموعة من الاجراءات لتقويم فعالية تدريسهم ؟

تمارين

١ - اختر كتابين رياضيات (طبعة حديثة) وقم بتقويمها مستخدماً المعايير (٧٢) الموجودة في هذا الفصل . إجب عن هذه الأسئلة (٧٢) وعلق على اجابتك كلما أمكن . وبعد الانتهاء من عملية التقويم أكتب تقويماً عام للكتاب مع توصياتك لاستخدامه في برنامج الرياضيات .

٢ - تخير كتابين مستخدمين في برنامج رياضيات وقومهما بناء على المعايير الموجودة في هذا الفصل (٧٢) وأية معايير أخرى ملائمة وقدر بعد ذلك أيهما أفضل واكتب توصياتك عن استخدام أي كتاب في تدريس الرياضيات ؟

٣ - اختر برنامج رياضيات في المرحلة الثانوية واكتب معايير محددة يمكن استخدامها لتقويم الكتب المستخدمة ويمكن أن تستخدم المعايير الموجودة في هذا الفصل كمرشد لك عند كتابة معاييرك .

٤ - كون قائمة بالمواد التي وجدتها والتي يمكن أن يستخدمها مدرس الرياضيات . وضع أسم وعنوان الناشر في كل مصدر وسعر كل نسخة واكتب لخمس شركات تقوم بتوزيع هذه النسخ وأطلب منهم نسخة من الفهرس الخاص بالمواد المتعلقة بتدريس الرياضيات .

٥ - اختر موضوعاً من الحساب ، الجبر والهندسة وحساب المثلثات ووازن بينهم في واجب منزلي جيد لطلاب المرحلة الثانوية الذين يدرسون نفس الموضوع المختار ويجب أن يشمل ذلك :

أ - الهدف من كل واجب .

ب - توضيح لما يجب أن يفعله الطلاب .

ج - اجراءات عمل الواجب .

د - الوقت اللازم لإتمام الواجب .

هـ - الصعاب التي تتوقعها عند أداء الواجب .

و - اعتبارات هامة عند القيام بالواجب .

٦ - اكتب تقريراً ملخصاً نذكر وناقش فيه أسباب اعطاء الواجب المنزلي والنتائج التي تحدث عند قيام الطلاب بأداء الواجب ، والاجراءات التي تستخدم لزيادة دافعية الطلاب لعمل الواجب والاستراتيجيات المتبعة عند تقرير درجات الطلاب .

٧ - ضع قائمة تتضمن حوالى ١٠ أهداف تعليمية يمكن تحقيقها باستخدام طريقة التساؤل في حصة الرياضيات .

٨ - ناقش مميزات استخدام استراتيجيات التساؤل في الرياضيات داخل الفصل والمشكلات التي تنشأ نتيجة استخدام أسئلة ليست على المستوى . إذا سألنا طالبا ضعيفاً أو اذا استخدمنا استراتيجيات خاطئة .

٩ - اختر موضوعاً دراسياً في الجبر أو الهندسة أو حساب المثلثات ووضح كيف تعالج هذا الموضوع باستخدام طريقة التساؤل في الفصل . وارصد الأهداف الوجدانية والمعرفية التي يمكن تحقيقها عن طريق طريقة التساؤل واعد قائمة من الأسئلة مع الاستجابات المتوقعة من الطلاب والتي يمكن استخدامها في تدريس كل موضوع .

١٠ - في الجزء الخاص بتشخيص وحل مشكلات التعلم تحت مناقشة ثمانية أنماط من صعوبات التعلم هي مشكلات الحواس ، الضعف العقلى ، والمشكلات العاطفية ، وتقص الدافعية ، والعيوب الثقافية ، والمشكلات الاجتماعية ومشكلات القراءة ومشكلات داخل النظام التربوى . اختر بعضاً من هذه الأنماط واعمل الآتى :

أ - دون سلوك الطلاب بالنسبة لكل مشكلة ذلك الذى يمكن أن يشير إلى أن الطالب يمكن أن يعانى منها .

ب - ناقش الأسباب الممكنة لكل المشكلات التعليمية التى اخترتها .

ج - ناقش الأساليب التى يمكن أن تستخدمها فى تشخيص الاستخدامات المحددة لكل صعوبة من صعوبات التعلم .

د - اقترح إجراءات يمكن أن يستخدمها كمدرس رياضيات بالاشتراك مع مدرسى الرياضيات الآخرين فى حل كل مشكلة من مشكلات التعلم .

١١ - فكر فى مجموعة من صعوبات التعلم التى يمكن أن تواجه الطالب فى فصل الرياضيات والتي قد

لاتكون موجودة تحت أى عنصر من العناصر العشرة (السابقه الذكر) وإذا كان الأمر كذلك فأذكر الصعوبة وناقش كيف سيسلك تجاه المشكلة ، وكيف يمكن تشخيصها ؟ وم الإجراءات اللازمة لعلاجها ؟

- ١٢ - قدم قائمة من الاستراتيجيات ، والأنشطة ، السلوكيات ، الخ التي يمكن استخدامها مع طلابك لكي تقلل من حدوث المشكلات في حجرة دراسة الرياضيات .
- ١٣ - قدم الأسباب الممكنة (لكل من المعلم المتمركز والطلاب المتمركز) لمشكلات نظام حجرة الدراسة واقترح طرقاً يمكن زيادة فعالية التدريس من خلالها .
- ١٤ - قائمة من ٢٧ أمر بأفعل ، و ٢٧ نهى ب لاتفعل لترتيب مشكلات النظام المدرسي معطاة في صفحات ٤١٩ ، ٤٢٠ اقترح سبباً أو مجموعة من الأسباب تكمن وراء الأمر بأفعل والنهى لاتفعل وتعد أسلوباً ملائماً لتجنب حدوث مشكلات النظام في حجرة الدراسة .
- ١٥ - ضع قائمة من الاستراتيجيات الفعالة وغير الفعالة التي تتعلق بضبط مشكلات النظام عند حدوثها .
- اشرح لماذا تعد الاستراتيجيات الفعالة استراتيجيات جيدة ؟ وكيف تساعد كل منها على تحطى مشكلات النظام المدرسي ؟ وما العيوب النوعية التي يمكن أن تحدث عندما تستخدم أسلوباً أقل رغبة فيه لتعويد الطلاب على النظام ؟ وهل هناك أى من مواقف التي يمكن استخدام هذه الأساليب التي لاترغب فيها كثيراً من خلالها ؟
- ١٦ - ضع قائمة وناقش أسباب اعطاء الاختيارات للطلاب الذين يمكنهم دراسة الرياضيات في المدرسة الثانوية ؟
- ١٧ - اذكر الأنواع المختلفة لاختبارات الرياضيات وناقش استخدام وعيوب ومميزات كل نوع من هذه الأنواع ؟
- ١٨ - استخدم المصقوفة المشار إليها في الشكل كوسيلة لكتابة إختبار في الرياضيات لاستخدامه في مقرر معين من مقررات الرياضيات بالزحلة الثانوية .
- ١٩ - عرف كل من متغيرات التعليم التالية وضع مثلاً لكل منها :-

متغيرات النواتج

متغيرات العمليات

المتغيرات المدعمة

متغيرات الاستعدادات

- ٢٠ - ادرس قائمة لتقويم مخرجات التعليم ، وعمليات التعليم ، في هذا الفصل من الكتاب ثم ادرس هذه القوائم الأربعة وفكر في مفردات عديدة اضافية لتوضع في القائمة ؟

- ٢١ - استخدم مقياس « تقويم الطالب للمقرر » الموجود في هذا الفصل كمرشد لتنمية أداة خاصة لطلابك نحو التقويم .
- ٢٢ - ضع استفتاء الآباء من أجل التطور التدريسي الموجود في هذا الفصل ثم استخدم هذا الاستفتاء كنموذج ، صمم كمقياس للوالدين نحو تطوير عملية التدريس ويمكن استخدامه من قبل الطلاب لرفع مستواهم في الرياضيات .

تمارين وأنشطة

- ١ - تحي أحد كتب الرياضيات المقرر بالمرحلة الثانوية وقومة في ضوء المعايير الوارد في هذاالفصل .
- ٢ - تخير موضوعات في كل من الجبر والهندسة وحساب المثلثات المقررة بالمرحلة الثانوية ثم أعد واجبا منزليا لكل منها بحيث يتضمن ذلك أهداف الواجب المنزلي - المطلوب من الطالب عمله - الزمن الذي تراه مناسب لاستكمال الواجب - الصعوبات المتوقع ن يواجهها بعض الطلاب أثناء قيامهم بهذا الواجب .
- ٣ - ناقش كلا من الآتي :
 - (أ) أسباب إعطاء واجبات منزلية للطلاب .
 - (ب) المشكلات التي قد تحدث عند تكليف بالقيام بواجبات منزلية
 - (ج) الاجراءات التي يمكن استخدامها لاثارة دافعية الطلاب للقيام بالواجبات المنزلية
 - (د) الاستراتيجيات الممكن استخدامها في تصحيح وتقويم أداء الطلاب في الواجات المنزلية
- ٥ - ناقش عشرة أهداف لتعلم الرياضيات يمكن تحقيقها من خلال استراتيجية القاء الأسئلة
- ٦ - ناقش استخدام اتسراتيجية القاء الأسئلة في حصص الرياضيات . والمشكلات التي قد تنشأ عن استخدام أسئلة ضعيفة أو أسئلة غير مناسبة
- ٦ - ضع قائمة بالإستراتيجيات ، والأنشطة ، والسلوكيات ، الخ التي يمكن إستخدامها مع طلابك كى تتجنب مشكلات النظام في حجرة الدراسة .
- ٧ - ناقش أسباب إعطاء إختبارات لطلابك الذين يدرسون الرياضيات .
- ٨ - إذكر الأنواع المختلفة لإختبارات الرياضيات ، وناقش أستخدامات ومميزات وعيوب كل نوع من هذه الأنواع .
- ٩ - عرف كل ماأتى وأعط أمثلة لكل منها :
 - أ - متغيرات المخرجات
 - ب - متغيرات العملية
 - ج - متغيرات الدعم
 - د - متغيرات الاستعداد

الفصل الرابع

تدريس الرياضيات للطلاب غير العاديين

- طبيعة قراءة الرياضيات .
- عمليات قراءة الرياضيات .
- إثارة دافعية الطلاب لقراءة الرياضيات .
- قياس القدرة القرائية في الرياضيات .
- التدريس للطلاب الموهوبين رياضياً
(في الرياضيات)
- سمات الطلاب الموهوبين .
- السمات الجسمية والاجتماعية للموهوبين .
- حاجات الطلاب الموهوبين .
- أنشطة التعليم / التعلم للطلاب الموهوبين .
- برامج ومواد للتدريس للموهوبين .
- تمارين وأنشطة
- تدريسي الرياضيات للطلاب بطيء التعلم
- سمات وحاجات الطلاب بطيء التعلم
- الصعوبات المعرفية الخاصة بالطلاب بطيء التعلم .
- الصعوبات الاجتماعية والوجدانية والدافعية لبطيء التعلم .
- الحاجات الخاصة لبطيء التعلم .
- استراتيجيات التعليم والتعلم للطلاب المتأخرين
- المنظمات المتقدمة .
- التعلم بالاكشاف .
- الألعاب
- تفريد التعلم .
- التدريس الحلازوني .
- البرهنة .
- حل المشكلات .
- المعامل الرياضية .
- التعلم بالاستقصاء .
- الأنشطة الجمعية .
- التعلم المزود بالكمبيوتر .
- القدرة القرائية في تعلم الرياضيات
- تعلم القراءة ومهارات الدراسة .



The Slow Learner In Mathematics

Like a struggling plant, the slow learner needs a lot of light, nourishment, and care. The NCTM, your professional organization, has now published the 35th Yearbook, **THE SLOW LEARNER IN MATHEMATICS**. Editor William C. Bowry and twenty other outstanding educators have been working since 1967 on its development. This significant fully illustrated 530-page yearbook is organized into main parts.

Part I provides background information that teachers need to understand the characteristics and needs of slow learners. Part II—characteristics and needs of slow learners—contains a bibliography, the advantages of stating learning objectives, and student behaviors, and

تدريس الرياضيات

للطلاب غير العاديين

Teaching Exceptional Students

لقد ظلت كثير من المدارس لعدة سنوات تمنح أجزاء خاصة من برامج الرياضيات لطلاب لديهم صعوبات أعلى من متوسط الصعوبة في تعلم الرياضيات . فهؤلاء الطلاب ، الذين يظهرون — كمجموعة — عديداً من المشكلات في تعلم الرياضيات ، عادة ما يتم تصنيفهم على أنهم متأخرو التحصيل Underachievers أو منخفضوا التحصيل Low Achievers أو بطيئو التعلم Slow Learners ففي الرياضيات ، أصبح مصطلح بطيء التعلم يستخدم ليحدد تلك المجموعة الكبيرة من الدارسين (الطلاب) الذين يتعلمون الرياضيات بالسرعة التي يتوقعوها لفهم النظام المدرسي والمعلمين .

وأحدث من ذلك ، فهناك عدد متزايد من الأنظمة المدرسية تعطى برنامج خاص في الرياضيات للطلاب الذين يظهرون قدرة رياضية متميزة . فهؤلاء الطلاب يتعلمون الرياضيات أسرع كثيرا من الطلاب الآخرين في الفصول وقد يكون لديهم إهتمام لا بأس به بالرياضيات . فالطلاب الذين يتمتعون بمواهب خاصة لمواد دراسية يشار إليهم عادة بأنهم طلاب موهوبون Gifted Students وحيث أن أحد أهداف نظامنا التربوي هو إعطاء الفرد الفرصة لينمي مواهبه الإبتكارية وقدراته الفكرية للحد الأقصى فإن كثيراً من أقسام الدولة والجمعيات التربوية توصي ببرامج خاصة للطلاب ذوى الحالات الخاصة . وبهذا ينتظم الطلاب بطيئو التعلم في برامج دراسية ملائمة مصممة لتفي بحاجاتهم التربوية الخاصة ويمنح الطلاب الموهوبون برامج خاصة لتنمية قدراتهم الخاصة لأقصى حد . فمن الناحية المثالية يجب الا تعطى المدارس نفس التعليم لكل الطلاب ولكنها يجب أن تعطى كل طالب الفرصة ليتعلم بقدر الإمكان . طبقا لمعدل تعلمه ففي تدريس الرياضيات ، لا نستطيع أن نقفل كلاً من حاجات الطلاب بطيء التعلم أو متطلبات (حاجات) الطلاب الموهوبين في الرياضيات .

تدريس الرياضيات للطلاب بطيء التعلم

من المحتمل أن تكون السمة المميزة للطلاب ذى القدرة الجيدة الخاصة في الرياضيات (الطالب الموهوب) وبين الطالب ذى القدرة المنخفضة (الطالب بطيء التعلم) هى السرعة التى يستطيع بها هؤلاء الطلاب أن يتعلموا الرياضيات . فبينما كل الناس تقريبا ينمون بالفعل القدرات العقلية ليتعلموا كثيرا من البرامج الدراسية في الرياضيات أثناء المراحل المتقدمة من نموهم الفكرى ، إلا أنه يوجد تباين لا بأس به بين الطلاب في المعدل الذى يستطيعون به إتقان (السيطرة على) مهارات ومفاهيم ومبادئ (أسس) الرياضيات وعلى الرغم من أن عدداً من بطيء التعلم قد يكونون غير قادرين على تعلم الرياضيات لأن لديهم معوقات فكرية أو مشكلات نفسية ، إلا أن معظم الطلاب بطيء التعلم متأخرون في المادة لأنهم (لأسباب متعددة) عاجزون عن تعلم المادة الجديدة بالمعدل الذى يقدمها به المعلم فمعظم المعلمين يميلون إلى تقديم المادة بحيث يستطيع أن يتقنها أعلى ٦٠٪ إلى ٧٠٪ من طلاب الفصل على نحو جيد (معقول) ولذلك فإننا ترى أن مصطلح « بطيء التعلم » يصف أولئك الطلاب المتأخرين في الرياضيات لأنهم يتعلمون في الواقع بدرجة أكثر ببطء من معظم زملائهم في الفصل .

وفي هذا الفصل سنناقش بعض السمات* والحاجات الخاصة بالطلاب بطيء التعلم ، وسنقترح طرقاً لإيجاد بيئة ملائمة يمكن هؤلاء الطلاب أن يتعلموا فيها الرياضيات ، وسنعرض نماذج واستراتيجيات التدريس / التعلم الأكثر ملاءمة لمساعدة الطلاب بطيء التعلم على تعلم الرياضيات .

سمات وحاجات الطلاب بطيء التعلم

في كتابه لمقال بعنوان « بطيء التعلم في الرياضيات » ، في الكتاب السنوى للمجلس القومى لمعلمى الرياضيات ، يقول ريتشارد شولز Richard Schul عن محاولات وصف بطيء التعلم :

منخفضوا التحصيل ، متأخرو التحصيل ، غير مميزين تربوياً ، محرومون ثقافياً ، مضطربون عاطفياً (من الناحية الانفعالية) ، بعض التربويين يطلقون هذه المسميات على الأطفال والمراهقين وأيا كان المصطلح المستخدم ، فليس هناك شاهد (دليل) واضح بحيث يمكن تصنيف البشر بمثل هذه الدرجة من الدقة ، ولقد تم تعريف بطيء التعلم على نحو مختلف ، في ضوء مدى أو نسبة معامل الذكاء والتحصيل الرياضى ، مستويات المعلمين ، ومستوى القراءة ، أو تركيبات متنوعة من هذه العوامل . فهم يظهرون — في الواقع — قدرة عقلية أقل من المتوسط على أساس أحد هذه المعايير على الأقل ومن المحتمل أن يظهروا ضعفاً رياضياً وهم بهذا يشتركون في كثير من الأمور . ومع ذلك فبطيء التعلم — أياً كان التعريف — ليسوا سواء (متشابهين) . فكل واحد له مجموعة من نقاط القوة والضعف المنفردة الخاصة به ، ويشترك في صفات واهتمامات ، وحاجات الآخرين ، على الرغم من تغيرها .

فبطيء التعلم ، ليسوا أقل من الأفراد الآخرين ، هم أفراد متفردون . فكل واحد منهم له نقاط القوة والضعف الخاصة به ، وكل واحد يتحدى شيئاً مكرراً أو صفة يشترك فيها أفراد ومع ذلك فهم يتشابهون في بعض النواحي؛ حيث من الشائع أن نجدهم ضعافاً في التوظيف الوجداني وكذا التوظيف الوجداني وكذا التوظيف المعرفي وفي الواقع ، إذا كان لبطيء التعلم سمة يشتركون فيها ، فمن المحتمل أن تكون تلك الخاصة بصورة الذات (بالصورة الذاتية) الرديئة فيما يتعلق بالرياضيات .

وبوجه عام ، فبطيء التعلم قد يكون متأخراً في حصص الرياضيات نتيجة لأي مجموعة من صعوبات التعلم ، أو المشكلات الإجتماعية ، والعاطفية (الإنفعالية) والدافعية وسنقدم في الفصل السابع بعض الأسباب الشائعة لصعوبات التعلم ، وقد تحتاج لمراجعة الجزء الخاص « بتشخيص وحل صعوبات التعلم قبل الإستمرار في القراءة » .

الصعوبات المعرفية الخاصة بالطلاب بطيء التعلم

كثير من بطيء التعلم في الرياضيات ، خاصة في المدارس العليا غير ناضجين من الناحية العقلية بمعنى أنهم لم يمتدوا بعد مرحلة النمو العقل الذي يسمح لهم بالتفكير على نحو مجرد وإستخدام العمليات المنطقية الشكلية عند تعلم المفاهيم والأساسيات الرياضية . فمثل هؤلاء الطلاب يميلون إلى أن يجدوا صعوبة في التعامل مع متغيرات عديدة في آن واحد (على نحو متزامن) ، والذي يمثل نشاطاً هاماً في تعلم الرياضيات فالطلاب الذين يستبدلون من مثال إلى مثال ومن حالة محددة إلى حالة محددة (خاصة) سوف يصادفون صعوبات عندما يطلب منهم أن يستخدموا الإستنتاج الإستقرائي Inductive Reasoning وأن يفهموا أساسيات (مبادئ) عامة ، شاملة ، وأن يستخدموا عمليات استنباطية Deductive Process في تنمية اللوغاريتمات أو في التحقق من الحدسيات Conjectures .

وكثير من بطيء التعلم يفترقون إلى القدرة على فهم المفاهيم والأساسيات عندما يتم تقديمها وشرحها على نحو مجرد أو رمزي . وحتى عندما يفهمون أفكاراً أو علاقات رياضية فإنهم يعجزون عن تطبيقها في مواقف مختلفة إلى حد ما . فمثل هؤلاء الطلاب قد يكونون غير قادرين أيضاً على تحويل الحقائق والمهارات الرياضية التي تعلموها في موقف ما إلى موقف جديد أقل ألفة بالنسبة لهم . وبوجه عام فإن كثيراً من الطلاب الذين لم يتقدموا على نحو جيد إلى مرحلة الإجرائية الشكلية للنضج العقلي (الفكرى) لن يكونوا قادرين على تطبيق المهارات المعرفية العليا مثل التحليل ، والتركيب والتقويم في مهارات ومفاهيم وأساسيات التعلم .

وهناك بعض الطلاب بطيء التعلم الذين يفترقون إلى القدرة على الإستجابة على نحو تأملى بمعنى أنهم يفترقون إلى النتائج ، ويخمنون الوصول إلى إجابات أو قد لا يحاولون حل المشكلات والتمارين الرياضية . فالطلاب الذين يفترقون إلى إمكانية الإستجابة على نحو تأملى سوف يكونون غير قادرين على تنفيذ خوارزمية حل المشكلات أو تكوين براهين نظريات . فسوف يميلون إلى تذكر تعريفات

بدلاً من محاولة فهم مفاهيم قد يتذكرون (يستظهرون) عدداً من الإجراءات والخطوات لحل كل نمط (نوع) من التمارين مع فهم ضئيل لسبب كل خطوة . وسوف يتذكرون براهين نظريات بفهم ضئيل لطبيعة البرهان وأسباب تكوين البراهين الرياضية للنظريات . وقد يكون لطبيء التعلم أيضاً احساس تام على نحو ضعيف بالترتيب ، والتسلسل والتركيب . فهم يستخدمون طريقة خاطئة لتبسيط تعبير جبرى ؛ فقد يجرون الخطوات في حل معادلة بتركيب خاطئ ؛ أو يستخدمون إجراءات صحيحة في تمرين لا ينطبق عليه هذا الإجراء فعلى سبيل المثال ، سوف يغفل بطيئو التعلم الذين لديهم احساس غير كاف بالتركيب . الظروف التي في ظلها تكون النظرية صحيحة وسوف يستخدمون أساسيات (مبادئ) في مواقف لا تنطبق عليها . فبالنسبة لهم ، تبدو الرياضيات ، مجموعة جزافية (عرفية) من القواعد والإجراءات المتناقضة . ففي بعض الأحيان يضيف الفرد عناصر ، وفي أحيان أخرى يضاعف هذه العناصر . وأحياناً يجب حذف مصطلحات ، وفي أحيان أخرى لا يجب حذفها . ويجب على الفرد أحياناً أن يحول موضع (يغير موضع) متغيرات ويجب ألا يحول موضع آخر . فالرياضيات تبدو مستحيلة بالنسبة للطلاب الذين لديهم احساس ضعيف بالترتيب ، والتسلسل والتركيب فهي تتضمن تذكر عدد زائد (على نحو مفرط) من التعريفات والخوارزميات التي تعمل عادة في معظم المواقف . فدون القدرة على فهم بعض الترتيبات والتراكيب والعلاقات في الرياضيات ، فإن المادة ليس لها معنى وتمثل احباطاً بالنسبة لهؤلاء الطلاب . وهناك طلاب بطيئو التعلم في الرياضيات لأنهم نموا أسلوب تعلم بطيء . وهؤلاء الذين يطلق عليهم « المتهادين » أو « الماشين ببطء » سوف يتعلمون الرياضيات إذا سمح لهم أن يتعلموا بطريقتهم الخاصة بهم فهم يترددون في اتخاذ أو سلوك تصرف بشأن مشكلة ما أو التحول لمادة جديدة إلى أن يعرفوا أسباب ونتائج تصرفاتهم ويفهموا المادة القديمة على نحو كامل . ونتيجة لهذا ، فبينما يتقدم المعلمون بسرعة بسبب ضغط تغطية المادة ، يترك الطلاب الأكثر تأملاً ومن خلال خطأ بسيط لهم يتم تصنيفهم — مجبرين — في إطار فئة بطيئو التعلم فمثل هؤلاء الطلاب قد يصبحون منخفضي التحصيل لأنهم يتعلمون الرياضيات ببطء حتى على الرغم من أنهم قد يكونون قادرين تماماً من الناحية العقلية (الفكرية) . ولسوء الحظ يصبح لدى هؤلاء الطلاب شعور بالاحباط وينمون مفهوم ذاتي سيء (رديء) لأنهم ليسوا ناجحين في تكييف أسلوب تعلمهم ليفي بتوقعات المدرسة .

فكثير من الطلاب يدخلون المدرسة الثانوية وهم ضعفاء في الرياضيات . ويفتقرون في الواقع إلى كثير من المهارات الأساسية وبعض هؤلاء الطلاب قد يكونون مرتفعي التحصيل في المواد الأخرى ، لكن تعلم الرياضيات بالنسبة لهم ، يبدو ميثوساً منه . وقد يكون كل ما في الأمر أن مجموعة من المشكلات التعلم الثانوية مثل النمو الإنفعالي والعقل البطيء إلى حد ما ، والفشل في تعلم مهارات أساسية عديدة ، ومفهوم ذات رديء في حصة الرياضيات إن هذه المجموعة من المشكلات قد تجمعت لتلتقي في نمط درجات اختيار شيء بالنسبة لهؤلاء الطلاب في تشخيص وعلاج نقاط ضعفهم

(قصورهم) في مهارات الرياضيات الأساسية ، ويساعدوهم في تنمية اتجاه إيجابي عن قدرتهم على تعلم الرياضيات ، ليس هناك برهان كاف في الانتقال بمرح الجبر والرياضيات الأكثر تقدماً (في المستوى) والتي تكون مهارات الحسابات فيها لوازم أساسية مسبقة Prerequisites وقد يفتقر بعض الطلاب الذين يلاقون مرات نجاح قليلة في حصص الرياضيات بعض المهارات الأكاديمية المتوقعة تمثل هؤلاء الطلاب . قد يكونون لم يتعلموا بعد كيف يتبعون التعليمات ، وقد يعملون بأسلوب عشوائي أو غير منظم وقد يتمون عادات دراسة سيئة . وقد يكونون عاجزين عن قراءة وفهم شروح وأمثلة الكتاب المقرر وقد يجدون صعوبة في التركيز على محاضرات وشروح المعلمين . وهناك بعض الطلاب الذين لم يستطيعوا تنمية نظام ذاتي كاف ليكونوا قادرين على تعلم الرياضيات عند العمل بمفردهم في حجرة الدراسة أو في المنزل . وهناك آخرون قد يكونون غير قادرين على العمل بفعالية مع طلاب آخرين أثناء حصص المعمل أو في مجموعة صغيرة . ففي معظم الفصول ، نتوقع وجود صفات مثل النظام ، الأمانة ، المواظبة ، والإلتزام بالقواعد والتقاليد المدرسية ، ويتم إثابة هذه الصفات أيضاً ، بينا السلوك المنحرف ، حتى ولو كان ابتكارياً وعلى مستوى معرفي عال ، لا يتم تشجيعه . ولذلك ، فبعض بطيء التعلم قد يكونون منخفضي التحصيل في الرياضيات لأنهم فشلوا في صياغة وتوضيح نوع سلوك التعلم المتوقع والذي يظهره غالبية الطلاب .

وبالإضافة إلى مشكلات القراءة العامة والمهارات الأكاديمية الرديئة ، فقد ينمو بطيء التعلم - على نحو سيء أنماط كلام شكلية ومفردات لغوية محددة . فبالنسبة للطلاب الذين يستخدمون أنماط كلام ، ومفردات وقواعد نحوية تختلف عن تلك التي يستخدمها المعلم أو طلاب آخرون ، قد يكون فهم شروح المعلم ومادة الكتاب . صعبة تماماً كما أن المفردات الرياضية المحدودة والمعرفة غير الكافية والفهم غير الكافي لنظام الرموز المستخدم في الرياضيات سوف يكون لها دخل في كفاءة الطلاب في تعلم الرياضيات . فالنسبة لكثير من الطلاب ، ما يبدو أنه مبالغ في التأكيد على كلمات غريبة ورموز صعبة (غامضة) سوف يكون له دخل أيضاً في إتقانهم للرياضيات وإهتمامهم بمحاولة تعلم المادة . فالرياضيات مادة رمزية وبالنسبة لأولئك الطلاب الذين لم تنم العمليات الشكلية الإجرائية العقلية لهم على نحو جيد فإن ضرورة معرفة ، وفهم ، وتطبيق رموز لتعلم الرياضيات لها أثر محدد على تحصيلهم في الرياضيات .

الصعوبات الإجتماعية والوجدانية والدافعية لبطيء التعلم

بالإضافة إلى الصعوبات المعرفية التي تجعل بعض بطيء التعلم متأخرون عن الطلاب الآخرين في حصص الرياضيات ، تنشأ صعوبات أخرى خاصة بالطلاب بطيء التعلم تنتج من أسباب دافعية أو إنفعالية أو إجتماعية . ففي بعض الحالات نجد أن بطيء التعلم قد يكونون أكبر سناً وأكثر نضجاً من الناحية الجسمية من زملاء فصله لأنهم تأخروا سنة أو سنتين في المدرسة الابتدائية . فمثل هؤلاء الطلاب قد يكون لهم إهتمامات مختلفة عن الطلاب الآخرين ، وقد يقرون أنهم لا ينسجمون مع

زملائهم ، وقد يحاولون تجنب المدرسة بالتغيب عن الحصة أو الجلوس بعيداً عن المدرسة ، خاصة عند إعطاء اختبارات أو عند تعيين واجبات . وحيث أن معظم بطيء التعلم لديهم مرات نجاح أكاديمية قليلة في المدرسة ، يميل بعضهم إلى إظهار لا مبالاة أو حتى احتقار للتعلم المدرسي كميكانيزم دفاعي أو آلية دفاعية . فهؤلاء الطلاب يتركون محاولة النجاح في الدراسة وقد يركزون على نيل الشهرة أو تحقيق الذات من خلال الألعاب الرياضية ، والوظائف لبعض الوقت ، والهوايات والمهارات اليدوية المميزة فبالنسبة لهم ، تأتي الشهرة أو تحقيق الذات من المواظبة أو المتابعة غير الأكاديمية التي تمثل إرضاء بالنسبة لهم أكثر من الدراسة والبرامج الدراسية .

وبعض بطيء التعلم لديهم مجالات انتباه محددة وغير قادرين على التركيز مع الأهداف الوسيطة أو الأهداف طويلة المدى . فهؤلاء الناس يميلون إلى إظهار اتجاه أن تعيش يومك ويبدو أنهم لا يفكرون إلا قليلاً في المستقبل أو على الأقل في قيمة التعليم المدرسي في تشكيل مستقبلهم . فالأهداف التي من صياغة المعلم مثل الأهداف الآتية بعد - لها علاقة أو ارتباط طفيف بالطلاب الذين لا يخلفون بالتفكير بجدية فيما سيقومون به بعد الإنتهاء من المدرسة : يجب دراسة الرياضيات لأنه يمكن أن تساعد الفرد على الحصول على وظيفة جيدة . إن مهارات : الرياضيات هامة في كثير من الحرف والمهن . إذا قرر شخص أن يلتحق بكلية ، فإنه يحتاج للرياضيات كشرط التحاق وإذا لم يجد الطلاب الذين لديهم أهداف قصيرة المدى إن تعلم الرياضيات شيق ومفيد في تحقيق أهداف فورية وأن إتقانها يعطى شهرة ووضعاً ، فليس من المحتمل أن يكرسوا وقتاً كبيراً لمحاولة تعلم حقائق ومهارات ومفاهيم الرياضيات .

وحيث أن الأطفال يكتسبون كثيراً من اتجاهاتهم وقيمهم من الآباء فإن القيمة التي يوليها الآباء للتعليم يمكن أن تؤثر في اتجاهات الطلاب نحو المدرسة والذي يؤثر بدوره في سلوكهم في المدرسة . وفي بعض الحالات ، نجد أن أباً لم يستطيع تحقيق نجاح في مهنة يجد أدنى من التعليم الشكل قد يكون لديه إحترام ضئيل أو نظرة دنيا للتعليم (للمدرسة) وللأمور التي تُدرس في المدرسة فبالنسبة لهؤلاء الآباء ، فإن التعلم المدرسي لم يكن له إلا قيمة ضئيلة وقد يشجعون أطفالهم على « تضييع الوقت » على واجبات منزلية « لا تستحق فالعمل بعد الدراسة أو تعلم حرفه الوالد سوف يكون له الأسبقية على الأنشطة الدراسية والأنشطة الإضافية على المنهج فالطلاب الذين يولي أبواهم قيمة ضئيلة للتعليم قد يكون لديهم أنفسهم إحترام (اعتبار) ضئيل للمواد الدراسية الخاصة بهم وقد يتأخرون في الدراسة لأنهم لا يخلفون « بإضاعة » الوقت في دراسة وإتمام الواجبات مثل هذا النوع من بطيء التعلم قد يقدرون التعليم ولكنهم يكرهون المدرسة فبطيء التعلم من هذا النوع من بطيء التعلم قد يقدرون التعليم ولكنهم يكرهون المدرسة . فبطيء التعلم من هذا النوع قد يجد التعلم المدرسي غير شيق (ممل) وغير ملائم وفي بعض الحالات تافه وبه أطناب . ولتحسين مهارات التعلم والإهتمام بالرياضيات ، يحتاج بطيء التعلم الذين لديهم مثل هذه الإتجاهات إلى أن يبروا ويسقروا بأن الواقع ينعكس في التمارين والتعيينات التي يعطيها المعلم في حصص الرياضيات . فقبل أن يطلب من الطلاب

الذين لديهم احترام ضئيل (تقدير ضئيل) للدراسة أن يغيروا اتجاهاتهم وقيمهم ، ينبغي أن تبين لهم كيف يمكن أن تستخدم المواد الدراسية في الوفاء بالأهداف قصيرة المدى بالنسبة لهم وكيف يمكن أن تصبح ذات فائدة في وظائف بعد المدرسة . وصرف الكبار البالغين وقد يكون لدى بعض الطلاب المتأخرون في برامج الرياضيات مشكلات انفعالية ثانوية ، أو في بعض الحالات ، مشكلات خطيرة جداً فمشكلات الطلاب الإنفعالية يمكن أن تسببها الاختلافات الثقافية ، والمهارات الإجتماعية الرديئة ، أو مجموعة متنوعة من المشكلات الشخصية في البيت أو في المدرسة .

فبطيئو التعلم الذين ترجع صعوبات تعلمهم في معظمهم إلى مشكلات انفعالية مزمنة قد يظهرون سلوكاً اجتماعياً مضاداً . فهؤلاء الطلاب قد يتسمون بالهدوء والإنطواء أو قد يمثلون مشكلات نظام وإثارة المتاعب في المدرسة ويميلون إلى أن يكون لديهم صورة ذاتية رديئة . فهم قادرين على التعامل مع المعلمين والطلاب الآخرين بطرق مقبولة اجتماعياً فيما أن ينسحبوا أو يرتدوا إلى ذواتهم أو يصحوا عدوانين ومثيرين للمتاعب في حجرة الدراسة . في أي من الحالتين فإن سلوكهم الذي هو محصلة نمو مشكلاتهم الإنفعالية سوف تتدخل في اتقانهم للرياضيات التي تجعلهم يتأخرون في دراساتهم وفي كثير من الحالات يكون بطيئو التعلم طلاباً ليسوا مدفوعين ، ولا يمكن تحديد ما إذا كان هذا النقص في الدافعية في المدرسة هو السبب في صعوبات التعلم ومحصلة نمو مشكلات التعلم أم لا ففي معظم الحالات ، ترتبط أسباب مشكلات التعلم المعرفية والإجتماعية والإنفعالية لبطيئو التعلم ارتباطاً وثيقاً بأسباب دافعية Motivational Causes فالطلاب غير القادر (العاجز) عن التحصيل الجيد في الرياضيات لأن لديه أوجه نقص معرفية سوف ينظر إلى الرياضيات في معظم الأحوال على أنها مسببة للإحباط ، والملل والتهديد وبالعكس ، فالطلاب الذي لا يبالي بالمدرسة عموماً وبالرياضيات خصوصاً ليس من المحتمل أبداً أن يكون مرتفع التحصيل في الرياضيات حتى ولو كان لديه قدرات معرفية كافية . فالطلاب الذي تنقصه الدافعية لتعلم الرياضيات يميل إلى أن يكون لديه فترات انتباه قصيرة ولا يرى فائدة كبيرة للرياضيات ، ويبدوا مفتقراً للمبادرة ، ويعبر عن كرهه وعدم اهتمامه بالمادة وبوجه عام ، فكل طالب بطيئو التعلم هو فرد بمعنى الكلمة وله مجموعة من الأسباب المميزة لصعوبات التعلم في الرياضيات . ولسو الحظ ، ففي كثير من المدارس يتم تصنيف الطلاب على أنهم بطيئو التعلم ويوضعون في أقسام فصول خاصة بناء على إعراضهم عن الرياضيات وليس بسبب صعوبات في تعلم الرياضيات . وإن دائمى التغيب ، والمتغيبين من وقت لآخر والطلاب الذين يمثلون مشكلات انضباط Discipline Problems قد يتأهلون بطريقة آلية (أوتوماتيكية) ليحتلوا مكاناً في برامج خاصة لبطيئو التعلم . كما أن الطلاب الذين كان تقديرهم منخفضاً في برامج رياضيات سابقة ، أو الذين كانت درجاتهم أقل من المتوسط على اختبارات معامل الذكاء أو اختبارات التحصيل في الرياضيات يمكن تصنيفهم أيضاً في فئة بطيئو التعلم وهناك بعض الطلاب الذين يكونون منخفضي التحصيل في مواد دراسية عديدة ، على الرغم من أنهم يتمتعون بقدرة رياضية متوسطة أو أفضل ، يتم وضعهم في فصول بطيئو التعلم وفي بعض المدارس تستخدم أجزاء لبرامج دراسية لبطيئو التعلم كأسلوب للإنضباط لمثيرى مشكلات النظام داخل الفصل ،

ولسوء الحظ ، فالطالب يعمل بالفصل خاصة لبطيء التعلم ، قد يظل في أقسام برامج منتظمة (عادية) ، خاصة إذا كان حسن المظهر ومن اليسير الإستمرار معه ، ويبدل جهدا لا بأس به نحو محاولة تعلم الرياضيات .

الحاجات الخاصة لبطيء التعلم

حيث أن بطيء التعلم لهم مشكلات خاصة في تعلم وتدریس خاصة يجب الوفاء بها للوصول إلى مستوى إتقان مقبول للحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم . فهو لاء الطلاب قد يحتاجون مساعدة خاصة من جانب المعلمين ، والمستشارين (الموجهين) وأفراد هيئة المدرسة الآخرين . وقيل وصف أية مهام اجراءات علاجية لبطيء التعلم ، قد يكون من الضروري أن نعطيهم بطارية اختبارات لقياس مستوياتهم الحالية في الرياضيات وتحديد الأسباب المصرفية ، والإنفعالية والدافعية لصعوبات التعلم الخاصة بهم فبينما تعتبر أنشطة القياس القبلي والقياس البعدى أجزاء هامة في تخطيط الدرس ، إلا أن القياس المتكرر لإتقان الطلاب للمحتوى له أهمية خاصة حيث ينتقل بطيئو التعلم إلى موضوعات مختلفة في الرياضيات فمعظم بطيء التعلم يريدون أن تقدم لهم الرياضيات في أجزاء صغيرة وأن تعطى لهم مجموعة متنوعة من أنشطة ومهام التعلم . وبوجه عام ، يحتاج بطيئو التعلم انتباهاً أو رعاية ومساعدة فردية من جانب المعلم ويحتاجون أن يُسمح لهم بدراسة الرياضيات بمعدهم الخاص في السرعة التي تتمشى مع أساليب تعلمهم المتفرده .

وفي المدرسة الثانوية ، نجد أن نقص النجاح في برامج الرياضيات السابقة غالبا ما تؤدي إلى اتجاهات سلبية نحو المادة بالنسبة لمعظم بطيء التعلم ، كما أن تعطى الدافعية لتعلم الرياضيات وقلة الإهتمام بالرياضيات يحدان استخدام موارد تعليم/ تعلم خاصة لبطيء التعلم . ولقد وجد كثير من المعلمين أن مجموعة التمارين التي تعطى للطلاب بطيء التعلم على أمل تحسين درجاتهم على إختبارات المهارة لها جدوى ضعيفة في حل مشكلات التعلم بالنسبة للطلاب في الحصص العلاجية في الرياضيات فالتمارين الروتينية تعزز فقط ملل الطلاب في حصة الرياضيات وليست ذا فعالية كبيرة في مساعدتهم على تحقيق أهداف التعلم طويلة المدى . فالطلاب الذين بنفس الطريقة في كل صف دراسي من الرابع إلى الثامن ، ومازالوا لا يتقنون هذه المهارات للآن ، ومن المحتمل ألا يظهروا أى تحسن نتيجة برنامج آخر يغطي نفس المادة بنفس طريقة التدريس . وبالنسبة للطلاب في برامج الرياضيات بالمدرسة الثانوية مثل الرياضيات المتقدمة والرياضيات التطبيقية وكلا تعبيرات اخف بدلا من تسميتها برامج رياضيات علاجية ينبغي تقديم المهارات الأساسية بطريقة جديدة باستخدام موارد الفصل المختلفة ويجب استخدام الكتب والاستراتيجيات التي تركز على التمارين الروتينية بحذر فالكتاب المثالي أو مجموعة الكتب والموارد المعاونه يجب أن تقدم المهارات الأساسية من خلال تاريخ الرياضيات وعمل (اجاث) الرياضيين ، والاستخدامات المتعلقة بالرياضيات والمفاهيم والأساسيات الرياضية ، وأنشطة الفصل المتمركزه حول الطالب . بمعنى ، أن الطريقة الجيده لتقديم مهارات

حسابية أساسية ليطيىء التعلم في المدرسة الثانوية تكون من خلال برامج دراسة بعنوانين مثل « نظرية » الأعداد الإحصاء والإحتال ، نظرية اللعب Game Theory وتاريخ الرياضيات والرياضيات من أجل المهن Mathematics for Professions فيجب أن تنشأ الحاجة للتعلم والتدريب على المهارات الأساسية بشكل طبيعي كأفكار مفيدة وشيقة من الرياضيات تقابلها المواد الأخرى . فالتدريب في الحساب سيظل ضروريا لكن الطلاب سيقومون به لأنهم يحتاجون إلى إتقان مهارات معينة لتحقيق أهداف مرغوب فيها فمثل هذه البرامج المذكورة سابقا . حيث يقدم الحساب كمجموعة من المهارات الضرورية في استكشاف مفاهيم وأساسيات شيقة وحديثة Intivite من رياضيات مستوى أعلى يمكن أن تساعد في إزاله الوحدة الاجتماعية Social Stegma التي قد تأتي من الإلتزام ببرامج حساب علاجية . ومن الواضح أذن أن بطيىء لتعلم بمشكلاتهم الخاصة الكثيرة يحتاجون لمعلمين بارزين وعلى أية حال ففي كثير من المدارس يتم تعيين الأحداث والأقل خبرة من المعلمين لتلك البرامج التي تضم طلابا ذات مستوى أضعف أو في حالات أخرى ، نجد أن المعلمين ذوى الخبرة الذين تنقصهم الإبتكارية ويتسمون باللوائح أو الذين ينظر إليهم في المدرسة على أنهم معلمون أقل قدرة يتم تعيينهم (تخصيصهم) لفصول بطيىء التعلم ومن ناحية أخرى نجد أن أفضل المعلمين ، أولئك الذين لديهم خبرات تدريس عديدة ومتنوعة ، والذين لديهم معرفة أعمق بكل جوانب التعليم والتعلم ، والذين يستخدمون مجموعة متنوعة كبيرة من استراتيجيات التدريس وموارد التعلم ، يتم اعطائهم في كثير من الحالات - برامج مثل علم حساب المثلثات Trigonometry والتحليل Analysis والإحصاء ليقدموا بتدريسها لطلاب . موهوبين لديهم دافعية مرتفعة وقد يكون من الأفضل تحديد مجموعة خاصة من المعلمين (معلمين ذات خبرة ضئيلة يظهرون تميزاً استثنائياً والمعلمون ذوى الخبرة الإبتكارية في المدرسة) ليعملوا كفريق في التدريس لفصول بطيىء التعلم فمثل هذه الفرق الخاصة يمكن أن يستغل كل فريق الآخر كأناس ذات موارد ويمكن أن يشاركوا في المادة التدريسية (مادة التدريس) ويعملوا معاً بشأن مشكلات خاصة .

وإن بطيىء التعلم ، الذين قد يكون لديهم مفهوم ذاتي سىء والذين لم يكن لهم مرات نجاح كثيرة في برامج الرياضيات ، يحتاجون إلى أن يكون لديهم درجة ما من النجاح في فصول الرياضيات إذا أريد لا تجاهاتهم نحو الرياضيات أن تتحسن . فيجب على المعلم أن يشرح كل هدف خاص من أهداف التعلم لهؤلاء الطلاب ويعطيهم نوعاً من التحكم أو السيطرة على الصياغة أهداف تعلم معينه في برامج الرياضيات ويجب عادة أن تقرر (تصاغ) الأهداف الخاصة بالأداء لبطيىء التعلم بمصطلحات (بالفاظ) مفهومه ، محسوسة ، ويجب أن يشاركهم فيها المعلمون ويجب أن ترتبط الأهداف المعرفية ارتباطا وثيقا بالتعيينات المنزلية Homework Assignments والمشروعات ، وأنشطة الفصل ، والقياسات القبلية والبعديّة لتقدم الطلاب ، ويجب أن تكون هذه الأهداف ، التي قد تختلف من طالب لطالب واقعية بدرجة كافية ، بحيث يكون لكل طالب نظرة معقولة لتحقيق معظم أهداف التعلم موجّهة نحو النجاح وليس التهديد . فلا يجب وضع الطلاب في موقف يتنافسون فيه مع بعضهم الآخر على التقدير grade فبدلاً من ذلك يجب تشجيعهم على وضع أهداف واقعية

للتحسين الذاتي مبنية على مستواهم الحالي لإتقان كل مهارة في الرياضيات وبمساعدة المعلم ، يستطيع الطلاب أيضا أن يضعوا أهدافا وجدانية Affective Objective لأنفسهم فهم يحتاجون إلى اظهار قيمة الرياضيات في حياتهم ويجب مساعدتهم في تنمية الإهتمام بالرياضيات من خلال دروس موجهه بالنشاط .

ويجب على المعلمين أن يشجعوا بطيىء التعلم على التعبير عن مشاعرهم السلبية نحو الرياضيات . وهذا يمكن أن يزود المعلم بمعلومات تساعد في معاونة الطلاب لتحسين اتجاهاتهم نحو تعلم الرياضيات . ويجب أن تكون الفصول الموجهة نحو النجاح منظمة تنظيمياً جيداً ؛ ومع ذلك يجب أن تكون مرنة أيضا بحيث تتيح اختبارات تعلم متنوعة (مختلفة) لكل طالب إذ أن بطيىء التعلم يميلون إلى الملل بسهولة فهم يبتاهم الملل من محاضرات المعلم عن موضوعات مألوفة ، ومن الشرح على السبورة ، ومن نفس التمارين القديمة . فهم يحتاجون إلى موارد تعلم جديدة تحوى أفكاراً جديدة في مواقف جديدة . وتعتبر الكتب الجذابة التي بها تمارين ومسائل جيدة ، والمواد السمعية — البصرية ، والنماذج وكتب الألعاب والألغاز Games and Puzzles ومعامل الرياضيات ، ومشروعات الفصل والمتحدثون من الزوار كل هذه تعتبر أمثلة للموارد والأنشطة التي يمكن أن تستخدم لتدعيم (لتساعد) التدريب والممارسة الضروريين لإتقان المهارة ، ولكي نغلب نمط الفشل والإحباط بين بطيىء التعلم ، قد نحتاج إلى تغيير بيئة حجرة الدراسة ، فالفصل المشرق ، المبهج الجذاب يمكن أن يساعد في تحسين الإتجاهات وتعزيز التعلم . حاول أن تعيد ترتيب حجرة الدراسة ؛ قد بإعداد نشرة حائط (مجلة حائط) ؛ ضع بعض الأعمال على الحائط ؛ اعرض كتباً ونماذج عبر الحجرة ؛ اجعل جزء من الحجرة كمعمل رياضيات ؛ قم باعطاء الطلاب سيطرة (اجعلهم يسيطرون على) بيئة التعلم بأن تسمح لهم بإختبار بعض أنشطة تعلمهم . فإذا كان لديك أجهزة كمبيوتر أو الآت حساسية في المدرسة ، وعلى الطلاب يكتبون برامج كمبيوتر لحل مشكلات الرياضيات ودعهم يستخدمون الآلات الحاسبة لتعزيز مهارات الحساب . تم تشجيع الأصالة والإبتكار وكافهم بنوع الإعتراف (الإستحسان) الذى يمكن أن يعطى وضعاً Status لكل طالب .

فبطيىء التعلم ، بوجه خاص ، يحتاجون إلى الإعتراف فهم معتادون على الشعور بالدونة Feeling Inferior في المدرسة عادة ما يدرسون ويتعلمون موضوعات ومهارات يعرفها الطلاب الآخرون تماما . فيجب تضمين المادة في كل برنامج لبطيىء التعلم موضوعات ذات مستوى عال (على مستوى الكلية) (مقدمة بطريقة حدسية ومحسوسة) مثل ترتيب النهائيةيات ، وحدود المتواليات ونظرية المجموعات .. التي قد لا يكون الطلاب ذات الفصول الموهوبة قد درسوها . فبطيىء التعلم يحتاجون إلى أن يدرسوا وأن يدرکوا أنهم يدرسون رياضيات بنفس القدر من الأهمية والصعوبة التي يدرس بها طلاب آخرون برامج رياضيات . فليس هناك من طالب في المدرسة العليا يريد أن يعتقد بأن كل ما يقوم به في برنامج الرياضيات يكرر المادة التي تعلمها معظم الطلاب الآخرون في الصف السادس « المادة التي يتعلمها الصبية الصغار » وبالطبع لا يعنى ذلك أننا كمعلمين لبطيىء التعلم ، يجب أن

نحاول تحليل الطلاب (بطيء التعلم) بحيث نجعلهم يعتقدون أن المهارات الحسابية الأساسية التي يحاولون تعلمها هي رياضيات على درجة عالية من القوة وبدلاً من ذلك فإن يجب القيام به هو مساعدة الطلاب في ممارسة هذه المهارات بإشراكهم في أفكار رياضية شيقة ذات مستوى أعلى وكما سبق أن ذكرنا ، فإن بطيء التعلم يحتاجون إلى درجة ما من حرية الاختيار داخل بيئة للتعلم ولكنهم يحتاجون أيضاً إلى الانضباط المفروض من المعلم وإلى النظام المفروض من الذات وحيث أن كثيراً من الطلاب في فصول بطيء التعلم موجودون في هذه الفصول لأنهم يمثلون مشكلات نظام إلى حد ما ، فإن معلمى هذه الفصول يجب أن يكونوا على علم خاص ببدايات التعامل مع هؤلاء الطلاب وفي الفصل الثالث قدمنا عدداً من الإقتراحات لحفظ النظام داخل حجرة الدراسة وللتعامل مع المشكلات السلوكية ويعتبر التفاهم والعدالة ، وعدم اهتزاز قرارات المعلم ، وعدم الاضطراب في أقواله وأفعاله سمات مفيدة للمساعدة في تطوير فصل منظم بناءً لبطيء التعلم . وبإختصار ، فبطيئو التعلم مثلما لهم سمات تعلم مختلفة وكثيرة ، فإن لهم أيضاً مجموعة متنوعة من حاجات التعلم . ومن الأمور الهامة تماماً أن يتم التعامل مع بطيء التعلم على نحو خاص كأفراد وبدلاً من معاملتهم كمجموعات (جماعات) من الطلاب . وحيث أن الوثائق الأكاديمية السابقة لمعظم الطلاب بطيء التعلم تشير إلى أنه لم يكن لهم نجاح كبير كطلاب تم التدريس لهم عن طريق معلمين يستخدمون طرق تدريس لمجموعات كبيرة من الطلاب فإن الإستراتيجيات الفردية عادة ما تثبت أنها أكثر نجاحاً مثل هؤلاء (بطيء التعلم) وبعض النظر عن السمات والحاجات الفردية لبطيء التعلم ، تبقى حقيقة إن كل بطيء التعلم تقريباً لن يتعلموا مهارات الرياضيات تلك التي فشلوا في تعلمها في الماضى بإعطائهم قدرأ أكبر من نفس المعالجة ، وتعتبر الأنشطة المختلفة والاستراتيجيات والمواد التعليمية . أفضل ما يترجمي من أجل الوفاء بحاجات بطيء التعلم في دراستهم للرياضيات .

استراتيجيات التعليم والتعلم للطلاب المتأخرين

في الفصل الخامس قدمت ستة نماذج لتدريس وتعلم الأهداف المباشرة للرياضيات وهي التدريس التوضيحي ، المنظمات المتقدمة والتعلم بالإكتشاف ، الألعاب ، تفريد التعليم والتعلم الحلزوني ويتناول الفصل السادس نماذج التدريس والتعلم للأهداف غير المباشرة وهي : اثبات النظرية ، حل المشكلات ، المعامل ، التعلم الاستقصائى ، الأنشطة الجماعية والتعلم المدعم بالكمبيوتر وكما لوحظ سابقاً في هذا الفصل الرياضيات وبالتالي فيجب على معلمى الطلاب المتأخرين أن يستخدموا تنوعاً من النماذج والاستراتيجيات والأنشطة التدريسية والتعليمية .

ومع ذلك فإن الطلاب المتأخرين يحتاجون إلى ممارسة كثيرة لكي يتمكنوا من المهارات الأساسية ويجب على المعلمين أن يتجنبوا الاستخدام المفرط للشرح والتمارين واستراتيجيات الأختبار التي سرعان ما تصبح روتين ممل للطلاب . ومع أن كل الأثني عشر نموذجاً للتدريس والتعلم المذكورة سابقاً يمكن أن توظف في مقررات من أجل المتعلمين المتأخرين فإن بعضها تعتبر أكثر صلاحية بيئياً

يجب أن تستخدم الأخرى بحرص استراتيجيات العرض (الاستراتيجيات التوضيحية) ربما أن كثير من الطلاب المتأخرين في الرياضيات يعتبرون ضعافاً في القراءة (على الأقل يكتبون الرياضيات) فإنه يجب على المعلم أن يستخدم طرق عرض (تفسيرية) لكي يفسر المفاهيم والمهارات ولكي يعرض للمهارات الرياضية . ولا يجب أن تتوقع أن هؤلاء الطلاب سيكونوا ناجحين تماماً في قراءة وفهم الكتب الرياضية . بل من الأفضل اختيار كتب على مستوى قراءة مناسب يقدم كثير من الأمثلة الملموسة والمشروحة وتؤكد على الأنشطة والتطبيقات الهامة في الرياضيات ويجب ممارسة قدر كبير من الصبر والثابرة من جانب المعلم في مساعدة المتعلمين المتأخرين في قراءة وفهم الكتب الدراسية والكتب الأخرى عن الرياضيات بالإضافة إلى ذلك يجب على المعلم أن يعد دروس توضيحية قصيرة (لا تزيد على ١٥ دقيقة) تغطي الموضوعات التي في الكتاب بنفس الطريقة التي يعرضها المؤلفون . ويجب أن تعطى معظم الدروس التوضيحية مفهوماً واحداً أو مهارة واحدة خوارزمية ، ومع ذلك فسيكون هناك حاجة إلى ايضاح العلاقة بين المفاهيم (المبادئ) وأيضاً وبعض الجوانب المقتبسة لبناء النظم الرياضية . إن المعرفة والإجراءات يجب أن تقدم في وحدات صغيرة حتى يتمكن كل طالب من التعامل مع عدد صغير من الأفكار والعمليات في وقت واحد وفي معظم الحالات فإن المتعلمين المتأخرين يحتاجون لأن يعملوا مع كل مفهوم وأن يمارسوا كل مهارة قبل أن تقدم مفاهيم ومهارات اضافية . إن كثيرا من المتعلمين المتأخرين يعتبرون مستمعين ضعاف وفترات انتباههم قصيرة الأمر الذي تعتبر أسباب اضافية لمحاولة الاستخدام المتوسط للنموذج التوضيحي ولعلم المحاضرات بشكل مختصر .

المنظمات المتقدمة

تعتبر المنظمات المتقدمة كما عرفها أوزابل مواد مدخلية تقدم للطلاب على مستوى من التعميم والتجريد والشمول اعلى من المهام التعليمية التالية . ولأن المنظمات المتقدمة يقصد بها أن تساعد الطلاب في تشكيل بناء معرفي لتصنيف المعلومات التالية فإنها يجب أن تكون عامة وشاملة وإن لم تحتاج أن تكون شديدة التجريد .

إن الدرس المنظم المقدم عن كيفية حل أجهزة الكمبيوتر المسائل ليس مجرداً بالتأكيد إلا أنه عام وشامل ومعظم المتعلمين المتأخرين لن يكون أمامهم الكثير من المتاعب في هذا الدرس . إن المنظمات المتقدمة يمكن أن تستخدم لتقديم موضوعات معينة في الرياضيات للمتعلمين المتأخرين هذا بالإضافة إلى أن الموضوعات قد شكلت في مصطلحات ملموسة نسبياً بنظم الخبرة المتقدم . إن المنظمات البعدية التي تقدم بعد جزء من المادة التي تدرس تعتبر طريقة فعالة في تلخيص الموضوعات الرياضية وعلاقتها وفي مساعدة الطلاب في إعادة تنظيم هذه الأفكار والعلاقات في بناءها المعرفية الخاصة . وبما أن دروس المنظمات المتقدمة تميل إلى أن تكون دروس توضيحية (ولكن ليس من الضروري أن يكون هكذا) فإنها يجب أن تستخدم باعتدال وفي معظم الحالات يجب أن تكون مختصرة (٥ - ٢٠ دقيقة) .

التعلم بالإكتشاف

تعتبر استراتيجيات الاكتشاف استراتيجية تعليم وتعلم جيدة للطلاب المتأخرين لأنها تميل إلى أن تستخدم في مجال حل لغز هام وتتطلب اندماج ذهنى نشط من جانب الطالب وأيضاً مناقشات فصلية . في حين أن الطلاب الموهوبين قد يكونوا قادرين على عمل اكتشافات رياضية بمعاونة بسيطة من المعلم فإن المتعلمين المتأخرين قد يحتاجون إلى قدرأ كبيرأ من التوجيه ولكي يعمل الطلاب اكتشافات ، ويحلون قضايا يقومون بعمليات حدس فسوف يجد المعلم أنه من الضروري أن يطرح أسئلة أولية ويقدم معلومات إضافية ويقترح مسارات للطلاب للكشف وإجراءات ليقوموا بها. إن الطلاب المتأخرين يميلون إلى عمل اكتشافات في خطوات صغيرة . ولهذا فيجب على المعلم أن ينمي الأنشطة التعليمية حتى يأخذ مبدأ الفصل خطوة خطوة عبر اكتشافات متوسطة تكون أولية لعمل اكتشافات أكثر عمومية .

ولأن المتعلمين المتأخرين يحتاجون إلى رؤية أكثر من العروض الملموسة من التجريبات الرياضية فيجب أن يعطوا نماذج طبقية (فيزيقية) لكي يتناولوها وهم يعملون اكتشافاتهم الخاصة . إن الطلاب الموهوبين يميلون إلى أن يكونوا ماهرين في تناول الأفكار والرموز الرياضية المجردة ذهنياً لاكتشاف بناءات رياضية جديدة في حين أن الطلاب المتأخرين يحتاجون إلى تناول النماذج والمواد تناولاً فعلياً لكي يشكّلون ويختبرون قضايا الحدس . فعلى سبيل المثال قد يكون الطالب الموهوب قادراً على اكتشاف العلاقات بين أجزاء مثلثات متشابهة بأن يربط ربطاً منطقياً التعريفات والنظريات والمسلمات المعروفة . ومع ذلك فإن المتعلم المتخلف قد يحتاج إلى مقارنة المثلثات المرسومة على لوحة لكي يقوم بنفس الاكتشافات . وفي كلا الحالين فإن الطلاب سوف يصلون إلى النتيجة الصحيحة ولكنهم سوف يستخدمون إجراءات مختلفة لعمل اكتشافاتهم .

ويمكن أن تستخدم دروس الاكتشاف لإيجاد الاهتمام بالرياضيات وزيادة دافعية الطالب . ولكنك يجب أن تراعى أنها تتطلب وقت أكبر من الطالب لكي يكتشف علاقة أكبر مما تتطلب من المعلم أن يضع ويعرض لنفس العلاقة . وبما أن أحد الأهداف في تدريس المتعلمين المتخلفين هو مساعدتهم في أن يتماشوا مع الطلاب الآخرين في مستواهم في التمكن من المهارة فإن دروس الاكتشاف المستهلكة للوقت يجب أن تنثر (تنوزع) بين الاستراتيجيات التدريسية الأخرى الأكثر فعالية في نقل الحقائق والمهارات للطلاب .

الألعاب

إن الألعاب التربوية ذات الأهداف التعليمية الجيدة مثل تلك الألعاب التي نوقشت في الفصل الخامس تعتبر مواداً تدريسية وتعليمية ممتازة للمتعلمين المتخلفين . وبالنسبة لطلاب المرحلة الثانوية فإن الألعاب الرياضية المصنفة بعد ألعاب الكبار كذلك الألعاب المعروضة في التلفزيون أو التي تلعب

في المنزل تعتبر أكثر مناسبة والطلاب الأصغر (في المدرسة الإعدادية) أيضاً يحبون أن يلعبوا ألعاب الكبار وألعاب الصغار . وإذا اعتبر طلابك في المدرسة الثانوية لعبة معينة غير مشوقة وغبية وأقل من مستواهم فتنجب استخدامها وحاول أن تجد أو تخلق لعبة أكثر صلاحاً لهذا الموضوع الرياضي . وعندما تجد عدة ألعاب يجب الطلاب أن يقوموا بها فاقترح عليهم أن يخلقوا عدة تنوعات من هذه الألعاب وقد تحتاج أيضاً إلى تكيف هذه الألعاب للاستخدام في تدريس عدة موضوعات مختلفة في الرياضيات .

إن الألعاب الجيدة توجد الاهتمام بالرياضيات وتزيد من الدافعية ولكن هناك بعض الألعاب تبدو بالنسبة للطلاب تافهة أو طفولته ويمكن أن تقلل من دافعيتهم . وإذا حرصت على أن يلعب الطلاب الألعاب التي يرونها طفولية فإنك سوف تفرز فقط صوراً ذاتية ضعيفة موجودة بالفعل عند كثير من المتعلمين المتخلفين . ويجب أن تكون الألعاب الرياضية سهلة بالقدر الكافي حتى يتمكن الطلاب من فهم القواعد ولكنها معقدة بالقدر الذي يكفي لتفريد مكانة الطلاب من خلال لعبها . تذكر أن المتعلمين المتخلفين يحتاجون إلى أن يجدوا مكانة في فصل الرياضيات واجبارهم على أن يلعبوا ألعاباً صيانية يمكن أن تكون ذات تأثير سلبي على صورة الطلاب الذاتية عن أنفسهم ونظرتهم إلى الرياضيات . إن لعب الألعاب يعتبر طريقة ممتازة لتحويل الممارسة والتمارين أو حصص المراجعة إلى خبرات تعليمية محققة .

تفريد التعلم

إن بعضاً من برامج تفريد التعلم والتي يمكن أن تشتري لكي تستخدم مع الطلاب الذين يحتاجون للتعلم العلاجي في مهارات الرياضيات تعتبر مملة جداً بالنسبة لكثير من المتعلمين المتأخرين إن برامج التفريد التي تدرو حول الكتب الدراسية المبرجة وكراسات الممارسة والتمارين لا يوصى بها للمتعلمين المتخلفين فهم يحتاجون إلى تنوع من الأنشطة الهامة ونماذج تدريسية تعليمية وقليل من الحزم التعليمي المنفرد لتوفير التنوع الكافي . ومع ذلك فإن الكثير من هذه البرامج به اختيارات تشخيصية واختيارات يمكن أن تكون جيدة ومفيدة للمعلمين والطلاب وبعض النظر عن المواد المقدمة بواسطة المدرسة لكي تستخدم مع المتعلمين المتخلفين فإن كل معلم سيتعين عليه أن يأخذ المبادرة في إيجاد خلق تنوع كبير من الدروس وأنشطة الطلاب وبالنسبة للمتعلمين المتخلفين فإن تفريد التعلم يجب أن يشمل واجبات معرفة (تفرق بين الطلاب) وأنشطة تعليمية مختلفة للطلاب المختارين ، وأهداف تعليمية تفريديّة لكل طالب وتوقعات مختلفة للطلاب إن المعلم الذكي المبدع يجب أن يعطى المسؤولية الأولى في تفريد التعلم في فصلة . إن معظم الحزم التعليمية المنفردة تعتبر مفيدة في الفصل ولكن لا يمكن لحزمه واحدة أن تواجه الحاجات المتنوعة لفصل ممتلئ بمتعلمين والذين لديهم مشكلات كثيرة مختلفة في تعلم الرياضيات .

التدريس الحلازوني

إن النموذج التدريسي / التعليمي الحلازوني والذي يضم نماذج تدريسية / تعليمية أخرى يعتبر اجراء تال لتدريس المفاهيم والمبادئ ومهامات معينة حتى يقدم كل موضوع رياضى للطلاب كنسق من التعريفات والتطبيقات والأمثلة أكثر عمومية وشمولا . وبالنسبة لكثير من طلاب المدرسة الثانوية الذين لديهم مشكلات فى تعلم الرياضيات فإن الموضوع ينظر إليه كتجمع غير مترابط من الحقائق والمهارات المصطلح عليها . ويكونوا غير قادرين على رؤية كثير من الانسجام والتوافق فى الرياضيات التى تعلموها . وهؤلاء الطلاب قد يكونوا تعلموا موضوعات رياضية معينة على مستوى فى النسق المعرفى الحلازوني قد يكونوا فشلوا فى أن يتعلموا مرة أخرى هذه الموضوعات على مستوى معرفى أعلى . وبالنسبة لهم فإن نموذج التعلم الحلازوني فى الرياضيات يعتبر ملئ بالثغرات وفى حالات كثيرة فإن معلمى المتعلمين المتخلفين سيتعين عليهم أن يعيدوا خلق الحلازون التعليمى لمهارات ومفاهيم ومبادئ معينة فعلى سبيل المثال فإن الطلاب الذين لديهم مفهوماً خاطئاً عن المساحة قد يحتاجون إلى ملئ مستطيلات بمربعات الوحدة لكى يفهموا المساحة المعرفه بالطول مضروباً فى العرض . إن الأجزاء (الكسر الصحيح) قد يحتاج أن يعاد تقديمه كأقسام لـ حتى يتمكن هؤلاء الطلاب من فهم الخوارزم لإضافة الكسور وإستخدامها بشكل صحيح .

وعندما يستخدم المعلم مدخلا حلزونياً لتقديم الموضوعات الرياضية للطلاب الذين يرون هذه الموضوعات لأول مرة فإن الحلازون يعتبر حلزوناً من القاع إلى القمة من الملموس إلى المجرد من القصور إلى الشامل ، من البسيط إلى المركب ، من البديهي إلى الشكلى . وبالنسبة للطلاب الذين تعاملوا مع هذه الحلازونات الرياضية من الصف الأول حتى الصف السابع والذين فشلوا فى التمكن من المحتوى الرياضى فإن حلزوناً من القاع إلى القمة أو من القمة إلى القاع قد يساعدهم فى حل بعض صعوباتهم فى التعلم . وهؤلاء الطلاب قد يحتاجون إن يُروا (نظم لهم) كيف أن كل فكرة رياضية بسيطة أو مهاره مرة يمكن أن تمتد لخلق أفكار ومهارات أكثر تعقيداً . وقد يحتاجون أيضاً أن يروا كيف أن الأفكار والمهارات الأكثر شمولاً التى يحاولون أن يتمكنوا منها يمكن أن تعزل إلى أفكار ومهارات أبسط أثناء تقدم الطالب إلى أسفل الحلازون الرياضى فعلى سبيل المثال فعند تدريس مفهوم العدد ومهارة اضافة اعداد بإستخدام حلزون صاعد فإن المعلم يمكنه أن يعمم مفهوم الأعداد الطبيعية على مفهوم العدد الصحيح إلى مفهوم الأعداد الذهنية . إن الخوارزم (المهارة) المستخدمة لإضافة اعداد تطبيقية يمكن أن يعمم على خوارزم اضافة الاعداد العقلية الذهنية . وفى تدريس المتعلم المتخلف فى المدرسة الثانوية والذي اختلطت امامه الصورة فيما يتعلق بمفهوم العدد ومهارة اضافة الأعداد فإن حلزوناً نازلاً يمكن أن يستخدم . بمعنى أنه يمكن أن يوضح للطلاب أن الاعداد الصحيحة تعتبر قطعاً خاصاً من الأعداد الحقيقية وأن الأعداد الطبيعية تعتبر قطعاً خاصاً من الأعداد الصحيحة ويمكن أن توضح له كيف أن مهارة اضافة الكسور الحقيقية تعتمد على مهارة اضافة الأعداد الصحيحة والتي بدورها تعتمد على مهارة اضافة الاعداد الطبيعية وبالنسبة لبعض

المتعلمين المتأخرين فإن أفضل مدخل لتدريس أو إعادة تدريس موضوعات معينة ربما يكون استخدام حلزون من أسفل إلى أعلى . وفي حالات أخرى فإن مدخل من القمة إلى القاع قد يكون الأكثر فعالية . وفي تدريس بعض الموضوعات لطلاب معينين قد يكون من الأفضل استخدام شروح من القاع إلى القمة متبوعة بشرح من القمة إلى القاع أو العكس . وفي أى حال يجب على المعلم أن يساعد هؤلاء الطلاب أن يقيموا الحلزون أو يساعدهم في إعادة بنائه كلية .

البرهنة

بالنسبة للمتعلمين المتخلفين والطلاب الآخرين أيضاً فإن بناء البراهين لفروض رياضية يمكن أن يكون صعباً جداً . فلأن لديهم مشكلات في التمكن من المهارات الرياضية فإن المتعلمين المتخلفين نادراً ما يقضون وقتاً كثيراً في محاولة اثبات المبادئ الرياضية . ففي معظم الأمثلة فإنهم يفضلون أن يقبلوا النظريات كحقائق معطاه أو ينظرون إلى الأمثلة العديدة كتفسير دقيق لصحتها . وفي أحيان كثيرة فإن الطلاب المتخلفين لم يتمكنوا بشكل مناسب من الحقائق والمفاهيم المطلوبة في اثبات نظريات معينة . أو قد يكون تكون لديهم مفهوم ضعيف عن الإثبات وعن مهارات غير دقيقة لاثبات النظريات .

أن يصبح الطالب ما هراً في اثبات النظرية فإن ذلك يتطلب سنوات من الممارسة ورغبة مختلفة لإظهار أن نواحي الحدس فيما يتعلق بالعلاقات الرياضية تعتبر صادقة . وبما أن المتعلمين المتخلفين نادراً ما يكونوا قد مارسوا اثبات النظريات فإنهم عادة ما يكرهون إجبارهم أو حملهم على محاولة الإثبات لأنه بالنسبة لديهم فإن كثير مثل هذه الأنشطة يميل إلى أن يكون غير ناجح ومحبط .

ولكى تساعد المتعلمين المتخلفين في فهم طبيعة البرهان الرياضى فإن أشكالا للمناقشة المنطقية الصادقة يجب أن تناقش معهم وإن تعرض بذكاء . فبدلاً من التركيز على البراهين أو الإثباتات الشكلية والصعبة والرمزية فيجب أن يعتمد المعلمون على الأمثلة والمناقشات اللفظية المقنعة لتوضيح الحقيقة أو عدم صدق الافتراضات . إن حل الالغاز وإيجاد الأخطاء في المناقشات المؤدية إلى التناقضات مشكلة بذلك مجال الحدس معها والمناقشات اللفظية تعتبر أنشطة مفيدة لمساعدة المتعلمين المتخلفين في تحسين إفكارهم عما يشكل برهاناً أو ثباتاً إن الأنشطة مثل تلك سوف أيضاً تساعدهم في تنمية أو تكوين اتجاهات موجبة عن قيمة المناقشات الاستنتاجية الجيدة .

حل المشكلات

يستخدم كثير من المعلمين أوراق تمارين التدريب والممارسة بإعتبارها النشاط الطلاى الرئيسى للطلاب المتخلفين وبالرغم من أن الطلاب المتخلفين وبالرغم من أن الطلاب المتخلفين يحتاجون فعلاً لممارسة مهارات رياضية ليتمكنوا منها فإنه يجب أيضاً أن يعطوا مشكلات صادقة لكي يحلوها أما

بشكل فردي أمر جماعي إن حل المشكلات الهامة أما مسائل تطبيقية أو مسائل رياضية بحته يمكن أن يكون طريقة جيدة لزيادة دافعية الطلاب وتحسن اتجاهاتهم نحو الرياضيات .

ويجب على المعلمين أن يكونوا حريصين في اختيار المسائل التي سوف تتجدى الطلاب والتي سوف لا تكون صعبة جداً إلى حد أنهم سيصعب عليهم حلها .

إن الجزء الخاص بسجل المشكلات في الفصل السادس يمكن أن يستخدم كنموذج لتعليم المتعلمين المتخلفين وكذلك الطلاب الآخرين وكنموذج لبعض الأساليب المفيدة لحل المشكلات ولتقديم بعض الاستراتيجيات العامة عن حل المشكلات وبالإضافة إلى حل التمارين فإن حل المشكلات يمكن أن يكون أحد أكثر أنشطة الفصل أهمية لمساعدة المتعلمين المتخلفين في فهم وتدوق قيمة الرياضيات وتحسين مهاراتهم الرياضية .

المعامل الرياضية

وجد كثير من المعلمين أن مدخل المعلم في تدريس وتعلم الرياضيات له تأثير إيجابي على أداء الطلاب ومستويات التمكن في مقررات الرياضيات . إن استخدام المعامل الرياضية والأنشطة العملية تعتبر مدخلات جديدة بوجه خاص في تدريس المتعلمين المتخلفين لأسباب عديدة .

أولاً : فإن المتعلمين المتأخرين يحتاجون لأن يندمجوا وأن يصبحوا نشطين ذهنياً في المدرسة والمعامل توفر للطلاب الحركة والتفاعل والتركيز العقلي ثانياً : إن الأنشطة العملية تعطي الطلاب كفرادى وكمجمعات تحكماً في أنشطتهم التعليمية وفي البيئة التعليمية في الفصل أكبر مما هو مسموح به في نماذج أخرى تدور حول المعلم ثالثاً : فإن المتعلمين المتخلفين يحتاجون أن يروا تمثيلات ملموسة للمفاهيم والمبادئ الرياضية وأن يتناولوا الموضوعات الطبقية الفيزيائية التي توضح الموضوعات المفاهيمية للرياضيات إن المعامل الرياضية والأنشطة العملية عادة ما تكون موجهة نحو المواد الطبقية الفيزيائية والتمثيلات الملموسة للأفكار . رابعاً : إن الطلاب المتخلفين يحتاجون إلى تحسين صورتهم الذاتية وأن يصبحوا ناجحين في حصص الرياضيات . إن التفاعل الاجتماعي وتعليم الاقران الذي يحدث في معظم معامل الرياضيات يمكن أن يوفر فهم للأقران وفهم للمعلم كما أن الدروس العملية المحددة اعداداً دقيقاً يمكن أن تؤدي إلى معيار نجاح لكل طالب .

وفي الفصول السابقة فإن المواد والأنشطة للمعامل الرياضية قد نوقشت والكتب المرجعية والمواد ومواد أخرى قد درجت وقيمت تذكر كما قلنا سابقاً إن المعلمين يمكنهم خلق معامل رياضيات ممتازة في فصولهم وبمواد غير غالبية ويمكن الحصول عليها بسهولة إن الأفكار الجيدة والأشياء الهامة تعتبر هامة في الحجرات التي تستخدم كمعامل للرياضيات أو مراكز للمواد التعليمية .

التعلم بالاستقصاء

كثيراً ما يرفض المتعلمون المتخلفون من جانب المدرسة ولا يهتمون كثيراً بتعلم الرياضيات ، ويكون الشكل الأساسي للاستقصاء لديهم في الفصل هو « كيف أتجنب عمل الرياضيات » وما فائدة هذه المادة التي يحاول المعلم أن يجبرنا على تعلمها ؛ ولكي تتم عملية استقصاء ناجحة في مبادئ الرياضيات ، وبناء الرياضيات وطبيعته عملية الاستقصاء ذاتها فيتعين على الطلاب أن يريدوا معرفة أشياء معينة تحدث في الرياضيات . إن دروس الاستقصاء التي تخلو من ذلك ومع طلاب غير مهتمين من المحتم أن تفشل وقبل أن يحاول المعلم أن يشرك الفصل كله في درس الاستقصاء فلا بد أن يختار لغزاً تناقضاً ، مشكلة ، أو موقف سوف يثير أسئلة مغلصة من جانب الفصل . والعبارات والأسئلة التي تطرح من قبل الطلاب مثل « لا أعتقد أن هذا حقيقي . كيف يمكن لأي إنسان أن يفعل ذلك ؛ انه مستحيل » يمكن أن تهئ الموقف لدرس الاستقصاء . وبعض دروس الاستقصاء الأكثر انتاجية تنشأ من الأسئلة التي يشكلها تلميذ ما أو جماعة من الطلاب بدافع من ذواتهم . وفي فصول من المعلمين المتأخرين يمكن أن تؤدي بعض أسئلة الطلاب الهزلية أو المستفزة عن المفاهيم والمهارات أو المبادئ الرياضية إلى دروس استقصاء حماسية وإن كانت من قبل المصادفة . إن سؤالاً من طالب ضجر (شاعر بالملل والضجر) مثل « لماذا لا تعلمنا بعض عمليات الجمع مثل ما يحصل عليه الآخرون بدلاً من هذا الحساب الغبيء يمكن أن يتبع درس استقصاء مشوق عن نسق أو نظم اللانهائية والنسق والسلسلات اللانهائية . إن المعلمين اللحاحين يمكن أن يدرسوا كثير من مهارات الحساب الأساسية في سياق مفاهيم رياضية شيقة ، ذات مستوى عال ، وجهته مكانياً والتي يمكن أن تقدم في درس استقصاء موجهة توجهنها طلابياً .

الأنشطة الجماعية

في حين أن البرامج الفردية يمكن أن تساعد المعلمين في التمكن من المهارات والمفاهيم التي فشلوا في تعليمها في الفصول الكبيرة التي يجري فيها العمل بأسلوب المحاضرة فإن الأنشطة الجماعية يمكن أن تحسن من مهارات الطلاب ومفاهيمهم الذاتية الاجتماعية . إن معظم المعلمين المتأخرين يفضلون العمل سوياً في جماعات صغيرة من عدة طلاب بدلاً من أن يعلموا بواسطة معلم كفصل واحد . فعن طريقة تنظيم جماعات الطلاب الغير متجانسة على أساس من مستويات القدرة والتحصيل فيمكن للمعلمين أن يستخدموا الطلاب كمساعدين أقران في داخل كل جماعة .

وعندما يرى المعلمون إن كل عضو في كل جماعة يسهم في الجماعة فقد يحسن الطلاب من صورتهم الذاتية ويكونوا أكثر احتمالاً للتمكن من المهارات والمفاهيم الأساسية . إن الطلاب الذين يعملون في جماعات أثناء حل التمارين أو المسائل يميلون إلى أن ينجزوا أكثر من خلال التدريس بالأقران الذي عادة ما يحدث . ويمكن للمعلم أن يركز على مساعدة هؤلاء الطلاب الذين لديهم مشكلات تعليمية أشد خطورة بينما يعلم الطلاب ذوي المشكلات الأقل خطورة بعضهم البعض في داخل جماعاتهم وبعض المعلمون يحبون أن يعطوا تعيينات يجب أن تكمل في الفصل من قبل جماعات

الطلاب الذين يعملون سوياً . ويجب كثير من المعلمين أن هذا النوع من القياس الجماعي أو الجمعي يؤدي إلى نتائج أفضل لكل الطلاب والذي يعكس مستوى التحسن لكل طالب مع أنه قد يكون تعين له نتيجة الاختبار الحاصل عليه من قبل الجماعة وبعد أن يأخذ الطلاب اختبار (سواء عملوا فرادى أو في جماعات صغيرة) ويكون المعلم قد صمم وأعاد أوراق الاختبار فإن الطلاب يجب أن يعملوا في جماعات لكي يجتهدوا ويصححوا أخطأهم في كل مفردة في الاختبار وقد يبدو أنه تناقض أن طريقة جيدة لتفريد التعلم هي يجعل الطلاب يعملوا سوياً في جماعات صغيرة .

التعلم المزود بالكمبيوتر

وهناك وجهة نظر دعمت نتائج بحوث وآراء معينة لدى كثير من المعلمين الذين يستخدمون الكمبيوتر لمساعدة التعلم في فصولهم وهي أن التعلم المدعم بالكمبيوتر يعتبر أفضل نموذج للتدريس / والتعلم للمتعلمين المتخلفين ، فعندما يتعلم الطلاب أن يكتبوا برامج كمبيوتر (والتي ليست صعبة ابدا حتى بالنسبة للمتعلمين المتخلفين) ويجتهدوا ببرامجهم على الكمبيوتر فإنهم يكونون مندجين أو منشغلين في شكل مدهش من حل المشكلات والتعلم . إن اجراء العمليات باليد من قبل الطلاب يمكن أن يساعد في مقابلة كثير من الحاجات المتنوعة للمتعلمين المتخلفين والذين لديهم سمات وصعوبات تعلم مختلفة وبالنسبة للطلاب فإن الكمبيوتر كوسيلة في تعلم الرياضيات يمثل رمزاً ذا دلالة ، فليس كل انسان يمكن أن يشغل الكمبيوتر . وكثير من طلاب الرياضيات الغير مهتمين غير قادرين على التركيز على تعلم الرياضيات سريعوا التشتت الذهني . ولكن عندما يكتب الشخص برنامج كمبيوتر أو يكون منشغلاً في بعض العمليات بالكمبيوتر فإن الإهتمام يكون عالياً ويكون التركيز شديداً أنها الحقيقة إن بعض الطلاب حتى المتعلمين يجب أن يراقبوا حتى خارج مركز الكمبيوتر في نهاية يوم الدراسة . إن حل المشكلات عن طريق الكمبيوتر سواء استخدم الطالب برنامجه هو أو برنامج حق بواسطة شخص آخر يعتبر نشاطاً شيقاً بالنسبة لمعظم الطلاب . وسرعان ما يحل المشكلات الدافعية لدى كثير من المتعلمين المتأخرين . وأيضاً فإن حل تمارين الممارسة والتدريب الناتجة من الكمبيوتر يعتبر أكثر اقناعاً من معظم الأنواع الأخرى لاستراتيجيات التدريب والممارسة . إن الالعب وأنشطة المحاكاة القائمة على أساس الكمبيوتر يمكن أن تكتب والكثير منها أيضاً متاح من مصادر عدة مثل الحساب الابداعي) أما بواسطة المعلمين أو الطلاب لتستخدم في تعلم المفاهيم الرياضية وفي ممارسة المهارات الرياضية إن التعليم الفردي في برنامج كمبيوتر بالتأكيد أكثر قناعاً لمعظم الطلاب من الكراسات وأوراق الممارسة المبرجة .

وباطبع فإن السيئة الواضحة للتعلم المدعم بالكمبيوتر بالمقارنة مع نماذج أخرى للتدريس والتعلم هي أن الأذن يعمل في الكمبيوتر لابد أن يطلب . ولو لمعلم حصلت على الأذن بالكمبيوتر لكي تستخدم في فصولك تأكد من أن تسمح للمتعلمين المتخلفين وطلاب الحساب العلاجي لكي يستخدموا الكمبيوتر وهناك بعض المدارس التي تستبقى الكمبيوتر كأداة تعليمية لكي يستخدم في الفصول المتقدمة وفي مقررات الرياضيات المتقدمة وللطلاب الموهوبين . ومع ذلك فإن الاستخدام

الشامل للكمبيوتر للطلاب الأفضل يعتبر خطأ . فالطلاب المتخلفين يمكن أن يستفيدوا بشكل من مقررات الرياضيات المدعمة بالكمبيوتر وعندما يتحتم تحديد استخدام الكمبيوتر على طلاب معينون في مقررات معينة فقد يكون من الأفضل إعطاء الأولوية للطلاب المتخلفين في استخدام الكمبيوتر .

القدرة القرائية في تعلم الرياضيات

إن أحد العوامل التي تسهم في الصعوبات التي تكون لدى بعض الطلاب في تعلم الرياضيات هو الضعف العام في القدرة القرائية أو ضعف محدد في قراءة وفهم الكتب الرياضية المدرسية . وبما أن كثير من المتعلمين المتخلفين لديهم اهتمام قليل بالرياضيات فإن لديهم اهتماماً أو ميلاً أقل لقراءة كتب الرياضيات . وحتى عندما يقرأ هؤلاء الطلاب التقيينات فإنهم قد يفعلون ذلك بطريقة غير طبيعية تؤدي إلى فهم قليل للمحتوى الرياضى . وهناك افتراض خاطئ عن تدريس الرياضيات هو أن قراءة الرياضيات ليست نشاطاً ضرورياً في تعلم الرياضيات . بالرغم من أن معظم الطلاب يمكنهم تعلم بعض الحقائق والمهارات بدون فتح كتبهم فإن المفاهيم والمبادئ (أو أيضاً الحقائق والمهارات) تفهم ويتمكن منها على أفضل وجه عندما تكون محاضرات المعلمين وتعيينات حل التمارين للطلاب قد ساعدت أو صوحت بتعيينات قراءة .

ويقرر ريتشارد إيرل (١٩٧٦) إن « معظم المهنيين يتفقون على أن قراءة أى موضوع لا يمكن ولا يجب أن نزل عن نمو المفهوم في هذا المجال » وفيما نشرته الجمعية الدولية للقراءة تحت عنوان تقويم التحصيل القرائى للأطفال (١٩٦٨) يعرف توماس باريت القراءة كما يلي :—

القراءة تشمل الإدراك البصرى للرموز الكتابية وتنقل الرموز إلى مقابلاتها الصريحة أو الضمنية الشفهية . وحينئذ فإن الاستجابات الشفهية تعمل كمثيرات لرد فعل تفكيرى من جانب القارىء . إن نوع ومستوى الفكر الذى تثيره المثيرات قد تحدد جزئياً بقصد وخليفة القارىء وطبيعة المادة . بالإضافة إلى ذلك فإن الجهد الممتد في العمل الإداركى والانطباع ذهنى للرموز المكتوبة لدى القارىء وتتاثر بإهتمامه بالاختيار المحدود بإتجاهه نحو القراءة عامة .

وقد يطرح انسان سؤالاً ماذا تعلمنا من قراءة تعريف باريت للقراءة ؟

أولاً : إذا كان في قراءة التعريف لدى الإنسان مجرد ادراك للرموز الكتابية .

(اقرأ الكلمات) ولم يفعل شيئاً آخر اذن فإن تعريف باريت بالنسبة لهذا الشخص له معنى قليل جدا . بمعنى أن الشخص اما أن لا يكون لديه اهتمام في التركيز على فهم التعريف أو أنه غير قادر على فهمه كنتيجة . « ل خلفية القارىء » (قدرته على القراءة ومعرفته بالموضوع) .

ومن الممكن أن « طبيعة المواد » قد تكون قد تدخلت في فهم القارىء للتعريف واذا نقل القارىء رموز الكلمات في التعريف إلى « مقابلاتها الشفهية الضمنية » والتي يمكن أن تفعل من خلال التصور

الذهنى حينئذ فإن نقله قد « يعمل كثير لرد فعل تفكيرى » وبالإختصار فإن باريت يقول إن القارئ الذى لديه اتجاهات موجبات نحو القراءة عامة ويريد أن يفهم التعريف ولديه خليقة قرائية جيدة سوف يركز على الكلمات فى التعريف وسوف يفكر فيها بطريقة لها معنى وسوف يفهم التعريف هذا بالإضافة إلى أن باريت نفسه كان يعلم ما يتحدث عنه وعبر عن نفسه بوضوح .

إن الفقرة السابقة تعتبر مثالا لما يجب أن يفعله الإنسان لكى يقرأ ويفهم المادة المكتوبة بطريقة لها معنى . وبشرح عمليات تفكيرى المتعلقة بتفسير وفهم تعريف باريت للقراءة فإننى أكون قد وضحت كيف يجب على الشخص أن يقرأ المادة بغرض فهم مفيد . وعند تعليم الطلاب كيف يجب على الشخص أن يقرأ المادة بغرض فهم مفيد . وعند تعليم الطلاب كيف يقرأون كتب الرياضيات فمن المناسب قراءة قطع لهم من الكتاب ثم شرح التصور الذهنى الذى تستخدمه بنفسك لفهم كل قطعة بنفس الطريقة التى شرحت بها إدراكاتى الذهنية لقراءة تعريف باريت لك .

تعليم القراءة ومهارات الدراسة

يشير التحليل لتقارير البحوث ومقالات الدوريات إلى أنه ليس هناك طريقة وحيدة مثل أو تجمع من الطرق لتعليم الطلاب القراءة مهارات الدراسة للاستخدام فى تعلم الرياضيات ومع ذلك فإن معظم الناس يوافقون أن تعليم القراءة ومهارات الدراسة فى الرياضيات سوف تؤدى إلى فوائد كثيرة فى الدافعية والتحصيل فى الرياضيات . وهناك عرض الدليل الذى يشير إلى أن المتعلمين المتأخرين يستفيدون من المقررات والحصص الخاصة بتحسين مهارات الدراسة أفضل من الطلاب الموهوبين . بالرغم من أن البحث فى هذا المجال غير شامل .

وكثير من معلمى الرياضيات بدافع منهم يحاولون اعطاء تعيينات للدراسة ويبدو أنهم يعتقدون أن مهارات الدراسة تتعلم بدون توجيه . وهذه ليست هى الحال بالنسبة لمعظم الطلاب وبخاصة المتعلمين المتخلفين .

وهناك مهارات دراسة معينة يحتاج الطلاب إلى التمكن منها لتعلم الرياضيات ، وهذه المهارات يجب أن تدرس . إن معلمى الرياضيات الثانوية يجب الا يفترضوا أن الطلاب قد تعلموا كيف يقرعون الكتب ويدرسون الرياضيات بالرغم من أن طلابهم قد يكونوا قد حصلوا مستوى مقبول من مهارات القراءة العامه . وبغض النظر عن حقيقة أن معظم الطلاب قد درس لهم مهارات دراسية كثيرة جيدة فى المدرسة الابتدائية . فقد يفشلون فى استخدامها بشكل مناسب فى مقررات الرياضيات الثانوية . وبالنسبة لبعض هؤلاء الطلاب فإن السبب فى أنهم لا يستخدمون مهارات دراسية مناسبة وتعلم الرياضيات هو أنهم قد حظوا بممارسة قليلة فى قراءة ودراسة الرياضيات مع أنهم قد تعلموا بعض الرياضيات بالإستماع إلى عدد هائل من المحاضرات وبمشاهدة شروح وأمثلة كثيرة وبحل آلاف التمارين الرياضية . إن الاستخدام الفعال والمؤثر لمهارات الدراسة يتطلب ممارسة تحت

توجيه المعلمين إلى أن يصبح استخدام هذه المهارات روتينياً واعتيادياً . وطبقاً لما يقرره هارولد هيربر في كتابه « تدريس القراءة في محتوى مجالات » (١٩٧٠) .

بعض الطلاب ينقصهم الفهم عندما يطبقون المهارات التي من الواضح أنهم يعرفونها . ومن الأسهل ، على سبيل المثال ، وضع خط تحت جملة تبدو هامة أسهل من إدراك كيف أن الجملة تتماشى مع النمط التنظيمي الكلي للمحتوى الذي يدرس إن مثل هذه الممارسات الغير متميزة قد يثبت أنها محيرة أكثر منها مفيدة . إن معظم مقررات مهارات القراءة قد تأسست على فكرة أن الطلاب سوف يستفيدون أكثر من خطة تعلم منظمة أفضل مما سيستفيدون من مدخل المحاولة والخطأ وبعض المقررات تضع مزيداً من التأكيد على تحسين اتجاهات الطلاب ودافعيتهم واهتمامهم ، بينما تؤكد أخرى على أسلوب أو خطة معينة وتشير التجربة إلى أن التأكيد الزائد أما على الجوانب السيكلوجية للتعلم أو على المهارات . ليس هو المدخل الأعظم فائدة . انما برنامج المهارات الدراسية الناتج هو ذلك البرنامج الذي يكون لدى المعلم الكفاء فيه وقتاً لمواجهة أو لمقابلة الطلاب ويعطى الدافعية الخارجية عندما تكون مطلوبة ويمد الطلاب بمواد هامة عديدة مناسبة لمستوى قراءاتهم ويدرس لهم المهارات التي تحتاجونها للتعلم .

وللتعامل مع مهارات الدراسة أساساً كمجموعة من الإجراءات الآلية فهذا يعني أن يقصد الشخص ويمجد النظرة إلى الدراسة وأن ييسط مهارات الدراسة فعندما تدرس بشكل سليم فإنها تشمل مدخلاً للتعلم نظامياً أو متتالياً . وبالإختصار يجب أن يعلم الطلاب القراءة ومهارات الدراسة ويجب أن يمارسوا هذه المهارات أثناء تعلم الرياضيات ويجب أن يعطوا أنشطة تفريديية ومساعدة المعلم لمساعدتهم في تحسين مهاراتهم الدراسية إن قراءة كتب الرياضيات وفهم ما يقرأ لا يتأق طبيعياً لمعظم المتعلمون المتخلفون . فهؤلاء يحتاجون أن يعلموا كيف يستخدمون المواد المطبوعة بفعالية وبشكل مؤثر كوسيلة في تعلم الرياضيات .

طبيعة قراءة الرياضيات

إن القراءة العامة تختلف عن القراءة الرياضية فالقراءة الرياضية تتطلب دقة ، نظامية ، مرونة وتركيز عند قراءة جريدة أو رواية فقد يوجه الشخص القليل من الانتباه للتفاصيل أو قد يمر على المعنى وقد يقرأ بتتابع أو قد ينصرف ذهنياً . أما عند قراءة جزء من كتاب رياضيات فيجب على القارئ أن يعلم المعنى الدقيق لكل مصطلح رياضي ولكل رمز رياضي — وليس هناك مجال كبير للمعاني الضمنية والحدس والتأمل فعندما يحاول الطالب أن يفهم نظرية أو كتابة برهان فإنه لا يستطيع أن يتجاهل ويمر سريعاً بكلمة لا يفهمها إن كل مفهوم رياضي له معنى محدد ويلعب دوراً محدداً في فهم مبدأ أو حل مشكلة .

وفي القراءة الترويجية فقد يتحول القارئ بحرية ذهنياً بحذف أجزاء من النص أو يتخطى الأجزاء الغير مشوقة أما عند القراءة الرياضية فإن كل كلمة وكل جملة يجب أن تقرأ بعناية . إن الرسم

البيانية والجداول والأشكال والأمثلة يجب أن تدرس بتفكير . إن خطوات حل تمرين أو مسألة وكل جزء من الاثبات يجب أن يقرأ ويفكر فيه إلى أن تفهم تماما . ودائماً يكون من الضروري استخدام القلم والورق لعمل التفاصيل المحذوفة من أمثلة وشروح الكتاب . وفي بعض الحالات عندما لا تقدم المادة بوضوح فإنه يجب عمل ملحوظة ويجب أن يطلب الطالب توضيحاً من المعلم .

إن المرونة مطلوبة في القراءة الرياضية . فأحياناً قد يكون من المفيد الوقوف والبحث عن معاني للمصطلحات في القاموس . وقد يكون من الضروري قراءة قطعة عدة مرات قبل أن تصبح لغة القارئ واضحة .

فقد تحتاج الموضوعات الرياضية الهامة أن يعاد تنظيمها أو قد يكون من المفيد عمل ملخصاً لموضوع ما .

وقد يكون من المناسب العودة إلى الأجزاء الأولى من الكتاب لمراجعة مواد تكون قد نسيت . وأحياناً يجب أن يوقف الشخص القراءة ويأتي إلى ملخص الفصل أو إلى التمارين في نهاية قسم ما . إن الشخص لا يمكنه دراسة المادة الرياضية عادة بشكل متتال ، سطر بسطر وفقرة بفقرة وصفحة بصفحة .

إن التركيز يعتبر ضرورياً لفهم الرياضيات المكتوبة بطريقة مفهومة وإذا أصبح الطالب عديم الاهتمام في المادة أو إذا بدأ ذهنه يشرد فإن نسق وبناء وتنظيم المادة سرعان ما يفقد . وإذا كانت المهارات والمفاهيم الرياضية التالية عادة ما تتشكل من خلال الموضوعات الرياضية السابقة فإن قليلاً من المفاهيم الخاطئة أو الحذوقات يمكن أن تؤدي إلى اضطراب كامل ونقص في الفهم . إن كثيراً من الحالات المحددة حيث يكون المتعلمين المتخلفين غير قادرين على التمكن من المهارات والمبادئ الجديدة يمكن تتبعها إلى أصولها في قليل من الحذف وسوء الفهم للمواد الرياضية الضرورية . وعادة ما يكون من الضروري المرور سريعاً بجزء في كتاب رياضيات من أجل الحصول على نظرة عامة للمادة والرؤية كيف نظمت وصيغت . حيثذ يتعين على الطلاب أن يقرعوا ويعيدوا قراءة المادة ببطء حتى يفهموها أو على الأقل إلى أن يصبحوا قادرين على تحديد نقاط الغموض المحددة . إن أحد أكثر الجوانب صعوبة في تعلم الرياضيات بالنسبة للمتعلمين المتخلفين هو القدرة على فهم العلاقات المركبة بين حقائق ومهارات ومفاهيم كثيرة في كل فرع للرياضيات . إن أولئك الطلاب الذين يحاولون استظهار الرياضيات كمجموعة من الحقائق والمهارات المنفصلة سوف لا يتمكنون من فهم المادة المكتوبة التي تتطلب تحليلاً وتركيباً وبناء عدد من الموضوعات الرياضية .

عمليات قراءة الرياضيات

تماماً كما تحدث العمليات المعرفية على مستويات مختلفة فكذلك تحدث أيضاً عمليات قراءة الرياضيات طبقاً لتنظيم هرمي لأنشطة سيكولوجية . وقد استخدم ريتشارد إيرك في كتابه تدريس

القراءة والرياضيات نموذجاً فضلياً للقراءة الرياضية يحتوي أربعة مستويات إدراك الرموز ، ربط المعنى الحرفي بالرموز ، تحليل العلاقات بين الرموز ، وحل التمارين الرياضية مصاغة في شكل مسائل لفظية . وبوجه عام فلكي يكون الطالب ناجحاً عند أى من مستويات القراءة تلك فإنه يجب عليه أن يحصل نجاحاً في كل من المستويات السابقة . فعلى سبيل المثال فلكي تحل مسائل لفظية في الرياضيات يجب على الطلاب أن يكونوا قادرين على قراءة كل مسألة حتى يدركوا الرموز في صياغة المسائل وأن يربطوا المعنى الحرفي لكل رمز وأن يحلوا العلاقات بين الرموز إن ادراك الرموز في الرياضيات هو القدرة على إدراك المصطلحات والرموز الرياضية ونطقها بشكل صحيح . وهناك القليل من الفهم إن كان هناك فهم قد ضمن في مستوى الإدراك . إن القارئ وببساطة يدرك الكلمات والرموز باعتبارها مألوفة ويكون قادراً على نطقها بشكل سليم . ولكي يحقق الطلاب نجاحاً في المهام القرائية على مستوى أعلى في الرياضيات فيجب أن يألّفوا الكلمات والرموز الخاصة في المواد التي يدرسونها . وإذا كان قارئ الرياضيات غير قادر على إدراك ونطق الرموز مثل s ، u ، $\sqrt{a+b}$ [$x, a^n, \sqrt{(a+b)^3}$] وكلمات مثل تريبي ، معادلة ، جذر ، داله فمن الجائز أنه سوف لا يستطيع أن يفهم كثيراً من الجبر . ان معلمى الرياضيات يجب أن يعطوا الطلاب ممارسة متكررة في نطق الرموز الرياضية الضرورية في مواجهة أهداف كل موضوع أو وحدة ولكي تكون متأكداً من أن المتعلمين المتخلفين قادرين على إدراك ونطق الرموز الرياضية فيمكن للمعلم أن يسأل كل طالب أن يقرأ من حين لآخر بصوت عال أجزاء من الكتاب مناسبة . وعند كتابة المصطلحات والرموز الرياضية على السبورة ، فيجب على المعلم أن يطلب من الطلاب أن ينطقوها بشكل صحيح . إن الاختيارات والأسئلة يمكن أن تحتوي على أجزاء اختيار من متعدد ، مقارنة ، أو تحديد حيث يطلب من الطلاب أن يطبقوا الرموز بأسمائها الصحيحة أو تعريف الرموز بشكل صحيح . وهناك عينة من هذه الاختيارات معطاه كما يلي :

(١) تخير التعبير الصحيح للرموز الرياضية التالية :

$$\frac{3+2}{0} \text{ يمكن قراءتها ؟}$$

(أ) خمسين الثلاثة أخماس

(ب) اثنين زائد ثلاثة ، مقسومه على خمسة

(ج) خمسى الثلاثة

(٢) $3s + 3$ ص [$3x + y^2$] يمكن قراءتها ؟

(أ) ثلاثة s [x] مضروباً في مربع ص [y]

(ب) ثلاثة s [x] زائد اثنين ص [y]

(ج) ثلاثة s [x] مضافاً إلى مربع ص [y]

$$(3) \frac{(7-5)^2}{2} \text{ يمكن قراءتها ؟}$$

- (أ) ثلاث خمسات ناقص سبعة على اثنين .
 (ب) ثلاث مرات من الكمية خمسة ناقص سبعة ، مقسوماً على اثنين .
 (ج) ثلاث مرات من الخمسة مقسوماً على اثنين ناقصة سبعة .
 قارن كل من الرموز التالية بالتعبير الصحيح الذى يعبر عنها :-

$$(س - ص) = [(x - y)^2] \text{ مربع } [x] \text{ سالب مربع } [y]$$

$$\frac{س - ص}{2} = \left[\frac{x - y}{2} \right] \text{ مضاعف الكمية } [x] \text{ سالب } [y]$$

$$س^2 - ص^2 = [x^2 - y^2] \text{ الكمية } [x] \text{ سالب } [y] \text{ ، مقسومة على اثنين}$$

$$2(س - ص) = [2(x - y)] \text{ مربع الكمية } [x] \text{ سالب } [y]$$

III اكتب التعبير الرياضى الصحيح لكل من الرموز الرياضية الآتية :-

$$(1) \text{ اب } [ab]$$

$$(2) \frac{1}{8} \times \frac{2}{3}$$

$$(3) \sqrt{3}$$

$$(4) \frac{1}{10}$$

$$(5) 3 - 2$$

$$(6) \sqrt{a+b} \text{ } \sqrt{c+d}$$

$$(7) a^2b^2 + 2ab \text{ } a^2 + b^2$$

$$(8) 3 \frac{2}{3}$$

وبعد أن يكون الطالب قادراً على التعرف على ونطق كلمات ورموز رياضية معينة فإنه يقرأها بهدف وصل المعنى الحرفى لهذه الرموز . وهذا يجعلنا نقرر أن فهم (إدراك الرموز والكلمات يتبع

التعرف عليها والنطق بها . وكل قارئ يجب أن يكون قادراً على أن يحدد ويتعرف على الرموز والكلمات الرياضية وكتب دراسية مختلفة وأن يكون قادراً على أن يفهم أهمية متابعتها ونسقتها .

وبعد أن يكون كفىء في التعرف على الموضوعات الرياضية ، فإن المعلم يجب أن يشرح معناها بالطرق التي تستطيع التلميذ أن يفهمها ويطبقها . والطلاب يجب أن يكونوا قادرين على تعريف الكلمات والرموز الرياضية بطريقة صحيحة وبالطريقة التي يشعر بها الطلاب أنها مفهومة وأنها أكثر فائدة لهم . فالطالب يمكن أن يتذكر تعريف المعلم في أن a^n [a^n] يعني n [n] من العوامل للأساس a [a] ، بدون فهم للتعريف أو دون قدرة على تطبيقها . إذا كان لا بد للفهم أن يحدث ، فإن الطالب يجب أن يعرف أن a [a] رمز يمثل عدد حقيقي وأن n [n] هي رمز يمثل الأس أو عدد المرات التي يضرب فيها العدد a [a] نفسه وأيضاً فإن الطالب يجب أن يعرف ويفهم معنى الكلمات مثل عامل ، عدد حقيقي ، هناك تعريف بسيط ولكنه عظيم الفائدة للمثال a^n [a^n] هو أن تقول أن a^n [a^n] تعني a [a] مضروباً في a [a] إلى أن نصل إلى ضرب العدد a [a] في نفسه n [n] من المرات . فعلى سبيل المثال : $8 \times 8 = 64$ ، $8 \times (\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ سوف تساعد على فهم المثال ، وعندما يصبح الطالب قادراً على إيجاد مثال :

مثل $(\frac{2}{3})^2$ ، 4^2 فإننا نستطيع أن نقول أنهم قد فهموا القاعدة الخاصة بالرمز a^n [a^n] .

أحدى مداخل التدريس بالمعنى عن طريق التعريفات المقدمة للطلاب هو أن يحصل لكل طالب على كراسة تعتبر بمثابة قاموس تراكمي له Cumulative Dictionary وحيث أن هناك بعض التعريفات المعطاه في الكتاب المدرسي أو بواسطة المعلم سوف لا تكون هامة بالنسبة للطلاب ، فإنهم في هذه الحالة يجب أن يكتبوا تعريفاتهم الخاصة لكل مصطلح أو رمز في كراساتهم . المعلم يجب أن يقرأ كل تعريف يذكره التلميذ لكل مصطلح أو رمز لمراجعة مدى صحته . ومع ذلك فعندما يكون تعريف الطالب غير صحيح ، فإنه يجب مساعدته لتعديل هذا بحيث يكون التعريف صحيحاً وفي نفس الوقت ذو معنى مفهوم للطلاب . وطريقة أخرى لمعالجة التعريف غير الصحيح هو أن يذكره الطالب بصوت مرتفع في الفصل ، ويمكن لباقي الطلاب ابداء ردود الفعل النافذة كل تعريف يقدم من الحالات الفردية للطلاب هذا النشاط سوف يساعد الطلاب لمعرفة التعريفات الصحيحة والدقيقة وسوف يعطوهم ممارسة عملية في نقد وتفسير التعريفات المقدمة من طلاب آخرين . وأيضاً ، فإن الطلاب سوف يعطون قاعدة أساسية في عمل تعريفاتهم الخاصة الصحيحة ببعض المساعدة من معلمهم . من أجل الاتساق والدقة وكوسيلة لقراءة وفهم الكتب المدرسية ، فإن الطلاب يجب أن يكتبوا تعريفات الكتاب المدرسي بجانب تعريفاتهم الخاصة لنفس المفاهيم الرياضية والمصطلحات

الموجودة في كراساتهم الخاصة . وفي الاختيارات أو الأسئلة ، فإنه يجب أن يسمح للطلاب باستخدام أى من الثلاثة أنماط من التعريفات . تعريفاتهم الخاصة أو التعريفات الموجودة في الكتاب المدرسى أو التعريفات التى يعطيها المعلم . مفاتيح هامة لقدرات الطلاب فيما يتصل بالمعنى الحرفى للكلمات والرموز هى : المشاركة فى تكوين كل مفهوم ، أمثلة متنوعة لشرح وتفسير معنى كل كلمة أو رمز رياضى ، ممارسة عملية مستمرة فى استخدام كل تعريف ، مدخل حلازونى مرن التعريف وإعادة تعريف المصطلحات الرياضية وعندما يكون الطالب ناضجاً عقلياً وكفىء فى الرياضيات فإنه يكون قادراً على إعادة تعريف المصطلحات والرموز بطريقة أكثر دقة ، وأكثر نفعاً وتجريداً . والتعريفات غير الدقيقة والتى يفهمها الطلاب والتى لاتساعدهم على إيجاد نتائج صحيحة ومفيدة فإنه من المفضل حفظ وتذكر التعريفات الشكلية والتى قد يكون غير مفهوم لكثير من الطلاب الفصل الرابع من كتاب ريتشارد أرنلى (١٩٧٦) بعنوان تدريس القراءة والرياضيات «Teaching Reading and Mathematics» قدم مجموعة من المقترحات للأنشطة المساعدة داخل حجرة الدراسة لربط المعنى الحرفى للكلمات والحروف فى الرياضيات .

تحليل العلاقات القائمة بين الرموز هو القدرة على معالجة حقائق ، افكار ، مصطلحات ورموز عديدة فى نفس الوقت وأن يحدد أدوات الربط بين هذه الأشياء كما أن الطالب يقرأ النصوص الرياضية فإنهم يجب أن يتناول الكلمات والرموز كلمة كلمة ورمزاً رمزاً ، مع ربط المعنى الحرفى لهذه الكلمات والرموز ، وملاحظة الخصائص والعلاقات المشتركة بين المصطلحات والرموز فى كل نص أو قطعة . ويجب عليه كذلك استبعاد المعلومات غير المرتبطة بالموضوع . درجات متنوعة من التحليل والتركيب ، والتقويم والتفسير يجب أن تكون متضمنة فى قراءة المواد الرياضية والتى تحتوى على الكلمات والرموز المتجانسة . وبمعنى ما فإن تحليل العلاقات هو عملية بناء المعلومات كمجموعة داخلية من الخطوط كمرشد لمساعدة الطلاب فى تعلم كيفية تحليل العناصر عندما يقرأون الرياضيات هذه المقترحات هى :

١ - حلل كلمات المهمة التعليمية واعمل قائمة بالكلمات التى تشعر أنها ممثلة للمفاهيم الرئيسية التى تريد من الطلاب أن يفهموها .

٢ - رتب قائمة الكلمات إلى أن تحصل على شكل يوضح العلاقات المتداخلة بين المفاهيم الخاصة بالمهمة التعليمية .

٣ - أضف إلى الرسم المفاهيم الكلامية التى تعتقد أنها مفهومة بالفعل من قبل الطلاب لوصف العلاقات بين المهمة التعليمية والنظام ككل .

٤ - قيم النظر العامة . هل وصفت العلاقات العامة الرئيسية بوضوح : هل يمكن للنظرة العامة أن تبسط وتبقى على التواصل الفعال فى هذه العلاقات التى تفيدها أكثر أهمية .

٥ - عندما تقدم المهمة التعليمية أعرض الشكل للطلاب و اشرح بإختصار لماذا رتبنا الكلمات كما فعلت . وشجع الطلاب أن يعطوا معلومات كثيرة فكما كان ممكناً .

٦ - أثناء مسار تعلم المهمة التعليمية اربط المعلومات الجديدة بالنظر البنائية كلما كان ذلك مناسباً .

إن النظرة البنائية التي بناها المعلمون يمكن أن تقدم للطلاب كدروس منظمة متقدمة فلكي يحسن الطلاب من قدرتهم على قراءة وفهم الرياضيات يجب أن يعدوا نظراتهم البنائية الخاصة المكتوبة من أجل الواجبات القرائية الصغيرة في كتبهم . ولكي تعد طلابك لكي يكتبوا نظراتهم البنائية الخاصة فيجب أن تبنى أنت أولاً عددا من نظراتك أو أرائك وتشترك الطلاب فيها حينئذ يجب أن تجعل الفصل كله يقرأ عدة صفحات من مادة الكتاب ويعملوا كجماعة تحت إشرافك لكي يعدوا نظرة بنائية . وبعد أن ينتهي الطلاب من العمل سوياً في بناء عدة نظرات أو آراء بنائية فسيكون لديهم نموذجاً كي يتبعوه في قراءة واجبات الرياضيات وسوف يساعد هذا النموذج الطلاب في معرفة ماذا يبحثون عنه وهم يقرعون وسوف يساعدهم في تنظيم وفهم المادة وتحديد مناطق الغموض وعدم الوضوح . ويقترح ايرل (١٩٧٦) أيضاً تمارين وأنشطة فصلية اضافية يمكن أن تساعد الطلاب في قراءة وفهم وتحليل العلاقات في قطع أو فقرات الرياضيات .

إن النشاط السيكلوغوي (والذي يشمل أنشطة إدراك الكلمات والرموز وربط المعنى الحرفي بالكلمات والرموز وتحليل العلاقات بين الكلمات والرموز الأدنى في مستوى) هو حل مشكلات رياضية كلامية ، ومن المعتاد رؤية المشكلات الكلامية على أنها « مشكلات قصصية » في الجبر ، ولكن في الجبر ايضا تستخدم مصطلح المسألة اللفظية بمعنى أكثر اتساعاً . وفي الرياضيات فإن المسائل اللفظية هي التمارين المصاغة في نثر . إن المشكلات القصصية للجبر هي المشكلات اللفظية وفي الحساب فإن كثير من مشكلات ومسائل التطبيق كذلك التي تستخدم الرياضيات لحل مشكلات استهلاك تعتبر مشكلات لفظية . إن النظريات والفروض في كتب الهندسة تعتبر مشكلات لفظية والمسائل الكلامية عن القياس والمسافات والزوايا في الهندسة هي مشكلات لفظية والمسائل الكلامية عن القياس والمسافات والزوايا في الهندسة هي مشكلات لفظية وبالنسبة لنا فإن « المسائل » مثل التالية لا يمكن اعتبارها لفظية

$$١ - بسط - ٢ (٣ - ١) + ٧ (٨ + ٩)$$

$$٢ - حل س - ٣س + ٢س - ١ [١ - 3x^2 + 2x - 1]$$

٣ - إنشئ مثلث ذي الأضلاع التالية - ٨ سم ، ٧ سم ، ١٢ سم

٤ - أثبت صحة هذه المتطابقة (ظاس) - (جا س) = (ظا س) × (جا س)

$$[(\tan x)^2 - (\sin x)^2 = (\tan x)^2 (\sin x)^2]$$

إن حل المسائل اللفظية في رياضيات المدرسة له هدف وهو تطوير مهارات حل مشكلات عامة يمكن نقلها إلى مواقف رياضية وغير رياضية خارج المدرسة . فكى يقرأ الطالب مسألة لفظية وتحليلها فيجب عليه أن يدرك الكلمات المناسبة وكذلك الرموز — صياغة المسألة وأن يفهم كل كلمة ورمز وإن يحلل بشكل صحيح العلاقات بينها . وفي النهاية فعلى القارئ أن يعيد بناء المشكلات اللفظية في علاقة رياضية رمزية يمكن حلها باستخدام الحساب أى النظام العددي .

إن حل المسائل اللفظية من الصعب تدريسه ومن الصعب تعلمه لمعظم الطلاب ويمثل مشكلة للمعلمين المتخلفين . فلا يتعين على الطالب فقط أن يعمل على كل المستويات السيكلوغوية الأربعة لكنه يجب أيضاً أن يعمل على مستويات من التحليل معرفين أعلى ومن التركيب والتقويم . إن معظم المناقشة والشروح عند حل المشكلات في الفصل السادس تعتبر مساعدات مناسبة لتعلم كيف تحل مسألة لفظية وعامة فإن القدرة على القراءة وفهم المسائل الكلامية بدقة ونقدياً يجب أن تتطور ببطء . فالطالب عبر عدد من السنوات بمساعدة معلمين صبورين . وكمعلم للمتعلمين المتأخرين يجب على المعلم أن يكون واعياً في اختيار المسائل الكلامية التي يمكن للطلاب أن ينجحوا في حلها وإعطاء المساعدة للتأكد من نجاح كل الطلاب .

إثارة دافعية الطلاب لقراءة الرياضيات

كثير من الطلاب في مقررات الرياضيات خاصة الطلاب المتخلفين يقومون بقراءات رياضية اختيارية أو تطوعية . وفي معظم الحالات فإن المتعلمين المتأخرين لا يقرءون الواجبات في الكتاب الذى يعطيه معلمهم . وفي الرياضيات فإن القراءة التطوعية هى القراءة التى يقوم بها الطلاب لأنهم يريدون ذلك وليس لأنهم يجب أن يقوموا بها لإرضاء معلمهم وحتى الطلاب الذين يكملون قراءات معينة لهم في كتبهم وانهم قد يفعلون ذلك بطريقة سطحية إن لم يكونوا مهتمين بقراءة المادة . إن القراءة السطحية للرياضيات عادة ما تؤدي إلى فهم طلائى قليل خاصة للمتعلمين المتأخرين . والسؤال الذى نتناوله في هذا الجزء هو كيف يثير المعلمون دافعية الطلاب لقراءة الرياضيات في كتبهم وفي مادة أخرى مكتوبة في الرياضيات وبالرغم من أن بعض الكتب الرياضية بها أقسام في كل فصل تحتوى على ملحوظات تاريخية وتطبيقات للرياضيات لإثارة اهتمام الطلاب إلا أن معظم الكتب الدراسية لا تجذب صدى الطلاب إن أول خطوه نحو تدعيم اهتمام الطلاب في قراءة الرياضيات أو توفير أشياء شيقة للقراءة وعرضها في الفصل بطريقة فعالة . إن المجالات مثل معلم الحساب ، معلم الرياضيات بالرغم من أنها مكتوبة أساساً للمعلمين فإنها تحتوى على بعض المقالات قد تكون ذات أهمية للطلاب إن كثيراً من المتعلمين المتخلفين في الرياضيات والذين قد يكونوا أيضاً قراءاً بطيئين لا يبدوون ميلاً أن يبدأ وكتاباً في الرياضيات لأن تكلمة الكتاب تبدو عمل لا يمكن التغلب عليه وكمعلم فإنك يمكنك أن توجد الإهتمام في الكتب عن الرياضيات والرياضيين بإختصارك كتاباً للمصل من حين لآخر وأن تقرأ قطعاً قصيرة وشيقة بصوت عال لطلابك أو بأن تخبرهم بقتصص من

الكتاب تشجع الطلاب على تصفح كتب الرياضيات وأن يقرأوا فصولاً وأجزاء تعجبهم . إن أنشطة كهذه سوف تساعد الطلاب أن يدركوا أن القراءة الرياضية يمكن أن تكون شيقة وممتعة وأن الشخص لا يحتاج إلى قراءة الكتاب كله مرة واحدة عندما يبدأ فعلى سبيل المثال كتاب « بيل » المسمى حال الرياضيات صعب جداً بسبب حجمه ومع ذلك فإن مجموعة من المقالات عن عدد من الرياضيين ، ويمكن للشخص أن يقرأ كل ما يريد بل قوله عن رياضى واحد وذلك يقرأ فصل واحد ولأن الطلاب قد طلب منهم أن يقرأوا كتب مكتبية كاملة وأن يكتبوا تقارير عن الكتب فى بعض مقررات الدراسة فى المدرسة فإن كثيراً من الطلاب ليسوا على وعى بأنه قد لا يكون من الضرورى قراءة كتاب من الغلاف إلى الغلاف .

وبعد أن تكون قد قرأت أجزاء من الكتب أو المجلات بصوت عال أو اخترت قصصاً منها ضعها موضع العرض فى فصلك واسمح للطلاب بإستعارة كتاب أو مجلة لعدة أيام لقراءتها فى المنزل وأن أحدى الطرق لتشجيع الطلاب على قراءة الرياضيات هى أن تملأ فصلك بالمواد الجذابة عن الرياضيات والمعروضة عرضاً جذاباً . وإذا ما اكتشف الطلاب أن أشياء هامة قد كتبت عن الرياضيات وبدأ فى عمل قراءات تطوعية فى الرياضيات فإنهم سوف يبدأون أيضاً فى تحسين مهاراتهم القرائية وبالتالى فعندما تعطى تعيينات قراءة فى الكتاب المدرس فإن كثيراً من الطلاب يحاولون قراءتها وسيكون أكثر نجاحاً فى فهم المادة لأن القراءة الرياضيين لن تصبح غريبة عليهم ومع أن تعيينات الكتاب المدرس قد لا تكون شيقة كالقراءة التطوعية التى يقوم بها الطلاب فى الكتب الأخرى فإنهم سوف يكونوا أكثر احتمالاً لقراءة تعيينات الكتاب المدرسى وسوف يكونوا قادرين بشكل أفضل على فهم المادة لأنهم قد نما لديهم اهتمام بالقراءة العامة فى الرياضيات .

وعندما تدرس للطلاب طرق القراءة وفهم كتب الرياضيات تأكد أن تتبع ذلك بواجبات قراءة بأسئلة ومناقشات وامتحانات قصيرة سهلة حتى يدرك التلاميذ أنهم أصبحوا ناجحين فى تعلم شىء ما كنتيجة لقراءة واجباتهم القرائية فى الكتب وإن لم يدرك الطلاب أن قراءة واجبات الكتب لها نفع فيما يختص بتعلم الرياضيات ومكافآت المعلم فسوف يكون لديهم دافعية قليلة لتكتملتها وبالإختصار فإن استشارة دافعية الطلاب تتطلب مساعدتهم فى تعلم كيف يقرأون ويفهمون الرياضيات وتزويدهم بمواد مكتوبة شيقة وجذابة ومكافآتهم على جهودهم فى القراءة وبالإضافة إلى ذلك يجب على الطلاب أن يدركوا أنهم كانوا ناجحين فى تعلم شىء ما عن الرياضيات كنتيجة للقراءة .

قياس القدرة القرائية فى الرياضيات

بالإضافة إلى الأسئلة والإجابات الشفهية وملاحظة المعلم لطلاب داخل حجرة الدراسة ، فإن الأسئلة التحريرية والأنشطة المتنوعة يمكن استخدامها كوسيلة فى قياس قدرات الطلاب القرائية فى كل مستوى سيكون لغوى مثل إدراك الرموز ، ربط المعنى الحرفى للرموز ، تحليل العلاقات داخل الرموز ، حل المسائل اللفظية . على سبيل المثال ، إذا كان الطلاب يدرسون وحدة حول الأنواع

المختلفة للأعداد الحقيقية والعمليات على الأعداد الحقيقية ، بأن الاسئلة والأنشطة مثل الموضحة أدناه يمكن أن تصمم وتستخدم في قياس قدرة كل طالب في القراءة وفقا لكل مستوى سيكولوجى .
(أولا) إدراك الرموز :

مثل الأنشطة التالية يمكن أن تستخدم كوسيلة لقياس قدرة الطالب على إدراك الرموز إما بطريقة شفوية أو تحريرية :

إدراك الرموز في نظام الأعداد الحقيقية

I : تعليمات : وضع موافقتك أو عدم موافقتك لكل جملة من الجمل التالية بكتابة موافق أو غير موافق أمام كل جملة .

$$(1) \frac{2}{3} \text{ تقرأ على أنها ثلثين أو } 2 \text{ مقسومة على } 3$$

$$(2) 4 + 7 \text{ تقرأ على أنها سبعة قبل الأربعة}$$

$$(3) 2 - 3 \text{ تقرأ على أنها اثنين سالباً ثلاثة}$$

$$(4) (9) \text{ تقرأ على أنها مربع تسعة}$$

$$(5) 3(9 + 5) \text{ تقرأ على أنها ثلاث خمسات وتسعة}$$

$$(6) \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \text{ تقرأ على أنها نصف مرة من ثلثين}$$

II تعليمات : إنطق بدقة كل مصطلح موجود في العمود الأيمن ، ما ثم قارنه بالجملة التي تصفه وصفا جيداً من العمود الأيسر .

قياس (أ) يماثل تماماً قياس ، ولكن به رمز إضافي .

كسر (ب) كلمة رياضية تحتوى على رمزين .

عدد طبيعى (ج) يبدأ ب قيا

غير قياس (د) يتكون من كلمتين .

III تعليمات : ضع دائرة حول كل مصطلح من القائمة التالية يكون قد تم تناوله في كتاب الرياضيات الذى تدرسه .

(أ) المساحة	(ب) الدالة	(ج) عدد سالب
(د) عدد طبيعى	(هـ) السعة	(و) الحجم
(س) عدد قياسى	(ص) عدد غير قياسى	(ل) عدد حقيقى
(م) حساب المثلثات		

ثانياً : ربط المعنى الحرفي للرموز : في الأنشطة التالية هي أمثلة لإستراتيجيات لتقويم قدرات الطلاب لربط المعنى الحرفي للرموز وهذه الأنشطة يمكن تنفيذها بطريقة فردية أو في مجموعات صغيرة ربط المعنى الحرفي للرموز في نظام الأعداد الحقيقية :

١ تعليمات : أكتب تعريف ما لكل من المصطلحات التالية :

- | | |
|-------------------|-------------------|
| (أ) عدد قياسي | (ب) عدد صحيح سالب |
| (ج) عدد غير قياسي | (د) عدد سالب |
| (هـ) عدد طبيعي | (و) عدد صحيح |
| (س) عدد كلي | |

٢ تعليمات : إعط مثالا واحداً لكل نوع من الأعداد التالية :—

- | | |
|--------------------|-------------------|
| (أ) كسر | (ب) عدد قياسي |
| (ج) كسر عشري | (د) عدد غير قياسي |
| (هـ) عدد صحيح موجب | (و) عدد صحيح سالب |
| (س) عدد حقيقي | (ص) عدد طبيعي |
| (ل) عدد كلي | (م) كسر إعتيادي |

٣ تعليمات : إستخدم التعليمات المدونة أدناه لتكلمة حروف الكلمات التالية :

- (١) ع _ _ _ _ ت
(٢) عدد غ _ _ _ _ ق
(٣) _ _ _ ر
(٤) عدد ص _ _ _
(٥) عدد _ _ _ _ ع
(٦) م _ _ _ ر
(٧) أعداد _ _ _ _ _

تلميحات :

- (١) $٥ + ٦ ، ٨ \div ٥ ، ٢ - ٣ ، ٧ \times ٢$
(٢) $\sqrt[3]{٧}$
(٣) $\frac{٧}{١١}$
(٤) $٥ ، -٣ ،$ صفر ولكن ليس $\frac{١}{٣}$
(٥) $٣ + ٢ ، ١$ ولكن ليس $\sqrt[3]{٧}$
(٦) س $[x]$
(٧) $٥ ، \sqrt[3]{٧} ، -\frac{٧}{٨} ، ٣ ، \frac{١}{٣}$

(ثالثاً) تحليل العلاقات بين الرموز :

يمكن تقويم قدرات الطلاب لتحليل العلاقات بين الرموز باستخدام أساليب كما هو موضح فيما يلي .

تحليل العلاقات بين الرموز في نظام الأعداد الحقيقية

1 ضع دائرة حول مجموعة الأعداد التي تحتوى كل المجموعات الأخرى من الأعداد في نفس العمود .

العمود أ	العمود ب	العمود ج
عدد موجب	عدد صحيح	\emptyset
عدد صحيح	عدد قياسي	عدد غير قياسي
عدد حقيقي	حاصل جمع عددين	عدد موجب
عدد كلي	صحيحين	عدد سالب
عدد غير قياسي	كسر عشري	$\sqrt{2}$

II في كل عمود من الأعداد . هناك عدد واحد لا ينتمي لهذا العمود . إرسم خط بين العمود الذي لا ينتمي في كل عمود .

أ	ب	ج	د
$\sqrt{2}$	٢	٣	$\frac{3}{2}$
$\sqrt{9}$	٧	٢ -	$\frac{4}{7}$
٤	$\frac{3}{4}$	صفر	$\frac{7}{3}$ -
$\sqrt[3]{81}$	$\frac{1}{2}$	٤ -	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
٦	١ -	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$ -

III حدد صدق وخطأ الجمل التالية بكتابة الصدق أو الخطأ أمام كل عبارة :

- كل الأعداد القياسية هي أعداد حقيقية .
- الصفر هو عدد صحيح .
- بعض الأعداد الحقيقية هي أعداد قياسية .
- كل الأعداد القياسية هي أعداد موجبة .
- الأعداد السالبة هي ليست أعداد حقيقية .
- بعض الأعداد القياسية هي أعداد طبيعية .
- الكسور العشرية هي ليست أعداد حقيقية .

ومثل هذه الأسئلة والتمارين صممت لمعرفة مدى تحصيل الطلاب في كل مستوى من المستويات السيكلوغوية الأربعة السابق الإشارة إليها .

وأحد الوسائل الهامة في قياس قدرة الطالب القرائية هو ما يسمى بإختبار التتمة Cloze Test حيث يساعد المعلم في معرفة مستوى فهم طلابه لمحتوى المادة الدراسية . ويتم بناء إختبار التتمة بواسطة إعادة كتابة نص من نصوص الكتاب المدرس الذى يدرسه الطالب ، مع حذف كل خامس كلمة بإنتظام ، ويطلب من الطالب وضع الكلمة المناسبة بدلا من تلك التى تم حذفها . ويوضح هذا النوع من الإختبارات عما إذا كان هناك إتقان بين المستوى اللغوى الذى كتب به الكتاب والمستوى اللغوى للطالب .

والخطوات التالية تستخدم كمرشد ودليل لكيفية بناء إختبار التنمية لقياس القدرة القرائية في الرياضيات .

إرشادات لاختبار التتمة المستخدم في قياس القدرة القرائية :

(١) تخير قطعة من الكتاب المدرسى في الرياضيات بحيث تتكون من ٣٠٠ كلمة نظرية تقريبا . ولاختبار القطع التى تحتوى على معادلات وأمثلة وأشكال وتمارين والأنواع الأخرى غير النظرية .

(٢) أكتب الفقرة الأولى من القطعة كما هى موجودة في الكتاب .

(٣) تخير بطريقة عشوائية كلمة من بين الخمس كلمات الأولى في الجملة الثانية ، ثم إحذف هذه الكلمة ، واترك بدلا منها فراغا حوالى — ١ سم عندما تعيد كتابة الجملة مرة ثانية . ومن الجملة الثانية فصاعداً عليك بحذف كل خامس كلمة إعتباراً من الكلمة المحذوفة الأولى .

(٤) أكتب الجملة الأخيرة في القطعة المتنازة كما هى دون حذف أى كلمة منها .

(٥) إعطى نسخة من اختبار التتمة المعد في ضوء الخطوات من ١ — ٤ إلى كل طالب في الفصل ثم اعطى مثال توضيحي يبين كيفية الاجابة على الإختبار ووضح للطلاب أن المطلوب منهم هو قراءة القطعة ووضع الكلمة المناسبة المكافئة للكلمة المحذوفة .

(٦) أعطى الطلاب الوقت الكافي لتكملة اختبار التتمة قبل أن تجمع أوراق الإجابة منهم .

(٧) وثناء تصحيح اجابات الطلاب فإنه يجب ملاحظة أن الكلمات التى لا ترتبط بالكلمة المحذوفة تعتبر إجابات خاطئة . ثم احسب النسبة المئوية للكلمات الصحيحة لكل طالب .

(٨) وكما أوضحت نتائج البحث المتعلقة باختبارات التتمة الثابتة والصادقة في قياس المستوى القرائى في الرياضيات أن الطلاب الذين يجيبون إجابات صحيحة في حدود ٥٥% أو أكثر إن ذلك يعبر عن مستوى عال من الفهم : أما الطلاب الذين يحصلون على نسب مئوية تتراوح بين ٣٠% ، ٥٥% كإجابات صحيحة للكلمات المحذوفة يكونون في مستوى مرض من الفهم لهذه القطعة .

أما الطلاب الذين يحصلون على نسبة تقل عن ٣٠٪ فإنهم بذلك يعانون من بعض المشاكل المتعلقة بفهم نص الكتاب المدرسى .

(٩) وبعد تصحيح الإختبار وتحديد الطلاب الذين تقل نسبتهم عن ٣٠٪ فى درجات الإختبار والذين يعاقون من بعض صعوبات الفهم فى القراءة فإنه يجب عمل توزيع تكرارى يتكون من عشرين خلية كل خلية تمثل ٥٪ من الاجابات الصحيحة تتراوح بين صفر ٪ الى ١٠٠ ٪ . وهذا التوزيع التكرارى سوف يعطى المعلم مؤشر جيد للقدرة القرائية للطلاب فى الرياضيات .

التدريس للطلاب الموهوبين رياضيا (فى الرياضيات)

زادت حدة الاهتمام بتربية الطلاب الموهوبين اثناء الخمسينيات نتيجة التأكد الزائد على أهمية العلم و كالتكنولوجيا للمجتمع . وأثناء الستينيات ، أدى الوعى المتزايد فى المجتمع بحقوق الأفراد ببعض المدارس إلى أن تمنح برامج تعليمية خاصة للطلاب الموهوبين وللطلاب بطيء التعلم أيضاً . فالحاجة داخل المجتمع لتنمية مواهب الناس للمساعدة فى حل مشكلات إجتماعية ، وسياسية ، وتكنولوجية خطيرة ، بالإضافة إلى التأكيد على حقوق الأفراد فى أن تكون لديهم الفرصة لتنمية مهاراتهم الخاصة للحد الأقصى فى المدرسة . كل ذهب دفع الأنظمة المدرسية إلى منح مزيد من الفرص التعليمية للطلاب الموهوبين وحيث أن الناس لديهم أنواع كثيرة من المواهب والقدرات ، فليس هناك إتفاق دقيق بشأن تعريف الطالب الوهوب (مَنْ هو الطالب الموهوب) فينظر بعض الناس إلى الموهوبية Giftedness من حيث معامل الذكاء I. Q . وينظر اخرون إلى الموهوبين على أنها الأداء الحسن فى المدرسة . وهناك اخرون يعتبرون أن الموهوبية هى ان يكون لديك موهبة للموسيقى والفن ، والكتابة والمحاولات الإبتكارية الأخرى وهناك معيار اخر للموهوبية الا وهو القدرة على الوصول إلى القمة فى مهنة أو حرفة الفرد . وحيث أن معامل الذكاء يعتبر مقياساً مبدئياً لكل من القدرة العقلية العامة ومجموعة من قدرات عقلية خاصة عديدة ، تميل كثير من المدارس إلى تصنيف الطلاب الموهوبين طبقاً لدرجاتهم على اختبارات معامل الذكاء ما بين ١٢٠ و ١٤٠ علامة على الدرجة المعتدلة من الموهوبية ، وأن الدرجات ما بين ١٤٠ و ١٦٠ علامة على مستوى عال من الموهوبية ، وأن درجات الذكاء فوق ١٦٠ درجة مقياساً للموهوبية الاستثنائية فى الناس وعلى الرغم من أن درجات معامل الذكاء تميل إلى أن تستخدم كتقريب أولى (مبدئى) للتعريف على الموهوبين من الأطفال ، أو كمعيار أوحده فى بعض الأبحاث الا أننا سنبنى التعريف الأكثر شمولاً للموهوبين الذى أعطاه الجمعية القومية لدراسة التربية فى الكتاب السنوى السابع والخمسين ، بعنوان التربية للموهوبين جزء ٢ (١٠٥٨) ، تعرف الجمعية القومية لدراسة التربية الموهوبية كما يلى :

إن الطفل الموهوب هو ذلك الذى يظهر اداء ملحوظا على نحو متنسق فى أى مستوى من مستويات المحاولة التى تستحق القيام بها . وبهذا فسوف تشمل بذلك ليس الموهوبين عقليا فحسب ولكن أيضا أولئك الذين يظهرون أملاً (وعداً) فى الموسيقى ، وفنون الرسم والكتابة الإبداعية

والتشيليات ، والمهارات الرياضية ، والقيادة الاجتماعية ، ويستطرد الكتاب السنوى للجمعية القومية لدراسة التربية في التأكيد على هذا التعريف بالنظر إلى الموهوبين من الناس على أنهم ليسوا ٢ أو ٥ في المائة الذى يتميزون بمعامل الذكاء الأعلى ، ولكن نسبة العشرين في المائة من الذين يتشمون بالأداء الجيد على نحو استثنائى في مجموعة متنوعة من مجالات الأنشطة البناءة ، فلقد أصبح المجتمع ينظر إلى الموهوبين على أنهم مورد إجتماعى لا يجب تضييعه (التفریط فيه) . ففى إطار النظام التربوى ، يحق لكل طالب ، كما أن له المسئولية أيضاً ، في تنمية مواهبه للحد الأقصى . ونتيجة لهذا ، تم تطوير وتنفيذ برامج خاصة للطلاب الموهوبين في المدارس الثانوية والابتدائية . ومن الجدير بالملاحظة على أية حال ، ان أقسام الدوله (أقسام الولايات) المعنية بالتربية وإحياء المدارس تستخدم معايير مختلفة لتحديد الموهوبية واستخدام اجراءات متنوعة للتعرف على الطلاب .

سمات الطلاب الموهوبين

قبل أن نناقش السمات الأكاديمية والعقلية والجسمية ، والإجتماعية للطلاب الموهوبين ، من الأفضل أن نزيل المغالطات الشائعة Common Fallacies عن الناس الموهوبين - أولاً إن كون الفرد متميزاً في مجال ما مثل الرياضيات لايعنى ببساطه إنه ضعيف في مجالات أخرى . فكما يصدق على معظم الناس ربما يكون الطالب الوهوب بارزاً في نواحي عديدة ، متوسطاً في مجالات أخرى وعاجزاً في محاولات معينة أخرى وثانياً ، إن الموهوبين كجماعة لا يعملون إلى أن يكونوا أقل من المتوسط في السمات الجسمية مثل الحجم الصغير ضعف الرؤية ، أو عيوب جسمية أخرى . وواقع الأمر أن الطلاب الموهوبين يميلون إلى أن يكونوا فوق المتوسط بدرجة ما بالنظر إلى السمات الجسمية وفوق المتوسط بدرجة لا بأس بها في القدرات العقلية والابتكارية . وثالثاً إن الموهوبين من الطلاب لايميلون إلى أن يكون ضد الإجتماعية Antisocial أو غير ناضجين انفعالياً حيث تشير الابحاث إلى أن الموهوبين يميلون إلى أن يكونوا أكثر إجتماعية More Sociable وأكثر نضجاً من الناحية الانفعالية من الطلاب الاخرين في عمرهم وبوجه عام ، فمن الخطأ الاعتقاد بأن الطبيعة التي حبت (استثنائية) Exceptional حرمت هذا الشخص من سمات أخرى معينة مرغوبة للاحتفاظ بنوع ما من التوازن الافتراضى Hypothetical Balance بين السمات البشرية .

السمات العقلية والأكاديمية للموهوبين :

ويميل الطلاب الوهوبون إلى أن يؤدوا جيداً في معظم المواد الدراسية ويؤدوا أداء جيداً على نحو استثنائى في عدد قليل من المواد . فهم يحرزون درجات عليا على إختبارات معامل الذكاء I. Q واختيارات الابتكارية واختبارات التمكن التي يقوم المعلم ببنائها وكثير من الاختيارات الأخرى التي تصمم لمقياس صفات أكاديمية معينة . ويؤدى الطلاب الموهوبون أداء جيداً على معظم الاختبارات التي يقوم المعلم ببنائها لأنهم يتمتعون بذاكرة جيدة ، بمعنى أنهم قادرون على حفظ (استظهار) الحقائق واتقان الخوارزميات بسرعة وتذكرها لفترة طويلة من الوقت كما أن الطالب الوهوب أيضاً

قارئ جيد ويفهم ما يقراه بسهولة فهو يحتفظ بكثير مما يقرأه أو يسمعه بقليل من الممارسة والتدريب ، ويستخدم عدداً كبيراً من الكلمات بسهولة ودقة . كما أن الموهوبين ليس لديهم مشكلة (صعوبة) كبيرة في قراءة وفهم التعليمات والتوجيهات مما يفسر قدرتهم على الأداء الجيد في الاختبارات فمعظم الطرب الموهوبين قادرون على قراءة الكتب المتقدمة لسنوات عديدة بالنسبة لصفاتهم الدراسيه ، وتاريخ الرياضيات حافل بأمثلة للموهوبين في الرياضيات في عمر المراهقة المبكرة حيث استطاعوا أن يقرأوا بوعى الكتب والمقالات التي كتبها اساتذه الرياضيات بالجامعة والباحثين في مجال الرياضيات وتلك الاعمال المكتوبة لنقل الاكتشافات الرياضية داخل جماعة الرياضيين (داخل مجتمع الرياضيين) .

إن الطلاب الموهوبين في الرياضيات على مستوى جيد تماماً في العمليات المعرفية ذات المستوى الاعلى مثل التحليل ، والتركيب والتقييم فهم يدخلون مرحلة الاجرائية الشكلية المعرفية في مبكره The cognitive formal operational stage كما يصبحون على درجة عالية من الكفاءة في التفكير المجرد Abstract thinking والاستدلال الاستنباطي (الاستنتاجي) Deductive reasoning وهم أيضا يتمتعون بمستوى جيد في حل المشكلات لأنهم لا يستطيعون التعامل مع عدد من المتغيرات في وقت واحد ويستطيعون ادراك العلاقات المركبة بين المفاهيم الرياضية كما أن الموهوبين رياضيا قادرون أيضا على فهم المفاهيم والأساسيات الرياضية يتركب فئات الرموز الرياضية والتناول العقلي لها بمعنى أنهم على مستوى جيد في الاستدلال الرمزي : فالطلاب الموهوبون رياضيا لهم القدرة على صياغة الحدسيات ، واثبات النظريات وحل المسائل في الرياضيات لأنهم يميلون إلى أن يكونوا على بصيرة في مدخلهم للرياضيات ، فهم يستطيعون النظر إلى المسائل بوجهات نظر متفرده ، كما أن لديهم ومضات بصيرة وهم قادرون على الاخراط في التفكير التباعدي وكذا التفكير التقاربي فهم مفكرون رياضيون يتسمون بالابتكارية والأصالة وفي المدرسية يظهر الطلاب الموهوبون رياضيا درجة لا بأس بها من حب الاستطلاع العقلي (الفكرى) فهم مهتمون بمدى واسع من الأفكار الرياضية ويسألون كثيراً من الاسئلة الجيده ، ويلتقون (يصادفون) بأفكار ابتكارية (خلافة) ويبدوا وأنهم يريدون دائما أن يعرفوا أسباب الأشياء . فهم يحتاجون إلى أن يعرفوا كيف تأتي الاجراءات (الخطوات) الخوارزميه بالاجابة الصحيحة ، وكيفية صحة النظريات وكيف تم اكتشاف الأفكار الرياضية . فالطلاب الموهوبون يترددون في قبول (الحقائق اليقينية) المبنية على السلطة (مفروضة) ، وهم يريدون أن يفهموا المفاهيم والأساسيات التي تتضمنها كل عملية رياضية . وحيث أن الطلاب الموهوبون قادرون أيضا على قراءة وفهم الرياضيات بأنفسهم ، فإنهم يميلون إلى التقدم في كتبهم ويبحثون طواعية عن الكتب والمقالات في مجال الرياضيات لقراءتها . فهم يبحثون عن مشكلات تتحدى قدراتهم وقراءات والعباب والغاز رياضية شيقة وبعض الطلاب الموهوبين يجون أن يسألوا أسئلة صعبة (يعرفون الاجابات عليها مسبقا) في الفصل ليروا إذا كانوا يستطيعون جعل المعلم يزل (يخطيء) ونتيجة لجهود بعض الطلاب الموهوبين للإستمرار في التقدم مع المعلم ، فيجب أن يكون المعلمون أنفسهم موهوبين رياضياً ، وأن يكونوا على ثقة في المامهم بالرياضيات وأن يكون لديهم

أحاساس جيد بالمرح وحيث أن هناك من الطلاب الموهوبين رياضياً في المدارس العليا من قد يسبقون معلمهم بسرعة فعلى المعلم أن يتجنب محاولة الدخول في مناقشة فردية مباشرة معهم (مع الطلاب الموهوبين) . فالمعلم قد يفقد فقط المناقشة الفعلية وسيلجأ إلى السلطة للسيطرة على الموقف في حجرة الدراسة . فمحاولة التنافس في الفصل مع الطلاب الموهوبين يؤدي إلى فقدان احترام الطلاب للمعلم فالمعلمون الذين يختارون تسوية مناقشاتهم (مشكلاتهم) الرياضية باستخدام سلطاتهم التنظيمية قد يولدون بذلك احتقار الرياضيات لدى الطلاب الموهوبين فيجب أن يكون هناك شركة تعلم بين المعلم والطالب الموهوب حيث يتعلم كل منهما من الآخر فيجب أن يعترف الطلاب أن المعلم أفضل تعليماً ويمكن أن يساعدهم في تعلم الكثير عن الرياضيات ، ويجب أن يعترف المعلم أن الطلاب لديهم موهبة استثنائية (متميزة) في الرياضيات ويجب أن يساعدهم المعلم في تنمية هذه الموهبة . فالطلاب الموهوبون قادرون على تعلم المهارات الرياضية الرياضية بتدريب بسيط في الحفظ وهم يستطيعون فهم المفاهيم والأساسيات دون رؤية عدد كبير من الأمثلة المحسوسة وهم أيضاً يتسمون باليقظة والملاحظة الواعية (الحاذقة ، مما يمكنهم من الإستجابة بسرعة في الفصل . ونتيجة لذلك ، ينبغي على المعلم الذى ينبغي على المعلم الذى لديه طلاب موهوبين في فصوله أن يكون حريصاً على ألا ينادى على الطلاب الأفضل (للإجابة) باستمرار ويتركهم — في الواقع — يسيطرون على الفصل على حساب استيعاب طلاب آخرين فالطلاب الموهوبون عادة ما تستثار دافعتهم على نحو جيد ، إذا شجعهم معلمون واعون ، وسوف يقومون بقدر لا بأس به من العمل الأكاديمي بأنفسهم . فكثير من الطلاب الموهوبين رياضياً لا يحصلون على القدر الكافي من الرياضيات ، لذا فهم يقضون كثيراً من وقت فراغهم في دراسة وتعلم الرياضيات . فالطلاب الموهوبون يتعلمون بالفعل بسرعة أكبر من طلاب آخرين ، ويمكن تسميتهم « بالطلاب سريعى التعلم » في مقابل الطلاب بطيئى التعلم السابق التحدث عنهم في هذا الفصل .

السمات الجسمية والإجتماعية للموهوبين

منذ عام ١٩٢٠ قام عدد من الباحثين — بارب (١٩٦٥) Barbe ، وجالار (١٩٦٩) Gallagher وليكوك وكابلور (١٩٦٤) Laycock and Caylor ومارلاند (١٩٧٢) Marland ومارتسون وسيجل (١٩٦٧) Martinson & Seagel ، وтерمان (١٩٥٩ — ١٩٢٥) Terman وبتى (١٩٤٠) Witty ، وآخرون قاموا بدراسة السمات الجسمية والإجتماعية والانفعالية للموهوبين من الأطفال . فبين عامى ١٩٢٠ — ١٩٥٥ قام لويس أ . تيرمان Terman أستاذ علم النفس بجامعة ستانفورد ، بجمع بيانات عن ١٥٢٨ من الموهوبين الذين قاموا بتعريفهم (تحديدهم) كأطفال موهوبين عام ١٩٢٠ حيث تتبع هذه المجموعة من الناس الموهوبين مبنية على نتائج تيرمان في بعض النواحي فمن حيث السمات الجسمية والصحة العامة ، نجد أن الطلاب الموهوبين (الذين يتمتعون بمعامل ذكاء عال) يميلون إلى أن يتجاوزوا قليلاً المعايير العامة للأطفال الأمريكيين فمثل هؤلاء الأطفال يكونون أضخم وأقوى قليلاً عند الميلاد — كما أنهم يتعلمون المشى

مبكراً وهم لديهم مشكلات صحية أقل من المتوسط ولديهم عيوب جسمية أساسية وثنائية أقل من العادى .

وحيث أن الناس الموهوبين الذين تم التعرف عليهم فى الأبحاث أتوا من بيوت أعلى فى المستوى الإقتصادى الاجتماعى قريبا تكون السمات الجسمية المتميزة (العالية) التى وجدت فى هؤلاء الناس راجعة فى معظمها إلى التغذية والرعاية الصحية الجيدة بدلاً من الذين تناولتهم الدراسات ، ومع هذا فهذه الدراسات المتعلقة بالسمات الجسمية للموهوبين تفند (ترفض) بالفعل الصورة الكاريزماتية (الهزلية — الساخرة) للطلاب الموهوبين الذين يتسمون بالتحافة والذين يلبسون نظارات والضعاف جسميا وتدل الأبحاث على أن الطلاب الموهوبين عقليا كجماعة يميلون إلى يكونوا أفضل من الناحية الجسمية ولقد وجد أن كثيراً من طلاب المدرسة العليا رياضيون على مستوى جيد أيضاً .

وفيما يتعلق بالنضج الإنفعالى والتوافق الاجتماعى فإن الطلاب الموهوبين عقليا على مستوى جيد أيضا حيث توضح الدراسات أن الأطفال الموهوبين عقليا يميلون إلى أن يكون لديهم توافق انفعالى أفضل — وكمجموعة (جماعة) ، فإنهم يميلون إلى أن يكونوا أكثر سيادة وأكثر اعتماداً على النفس وأقل عصبية من أقرانهم . ومع هذا فالطلاب الموهوبون كأفراد لديهم مشكلات توافق ترجع إلى احباطهم فى العثور على أطفال آخرين لديهم وقدرات واهتمامات متشابهة ، وإلى وعيمهم الكبير بالمشكلات الإنفعالية والاجتماعية الرئيسية للأطفال الموهوبين إلى عزلتهم عن معاصريهم من الأطفال واحباطهم بعجزهم عن الوفاء بحاجات تعلمهم ، والملك فى المدرسة ، والإهتمام بالمشكلات المعنوية والأخلاقية .

وبوجه عام ، يميل الأطفال الموهوبين إلى أن يتقبلهم الأطفال الآخرون قبولاً حسناً فى المدرسة ، يميلون إلى أن يكونوا قادة Leaders وغالبا ما يتم انتخابهم للجان المدرسة . فهم يتسمون بالنشاط فى جريدة الطلاب ، والأندية المدرسية ، والألعاب الرياضية والمحاولات الإبتكارية ، والأنشطة الأخرى المنهجية الإضافية وعلى الرغم من أن الطلاب الموهوبين يتمتعون بهدايات فردية ، ودراسات متفردة فهم أيضا يتمتعون باللعب والإشتراك فى أشكال أخرى من الأنشطة الجماعية وفى بعض الحالات ، حصلت الرغبة فى القبول (التقبل) الاجتماعى وضغوط الرفاق الطلاب الموهوبين يميلون دراساتهم الأكاديمية على حساب الأنشطة الاجتماعى مع الطلاب الآخرين . وحيث أنهم يرون أنفسهم مختلفين عقليا وأكاديمياً ، فإن بعض الطلاب الموهوبين يقصرون أداءهم الأكاديمى ليكون مثل زملائهم فى الفصل . وفى حالات أخرى ، قد يرى الطلاب الموهوبين أنهم أفضل من الناحية الاجتماعية من الطلاب الآخرين ويبحثون عن طلاب آخرين موهوبين عن أجل التفاعل الاجتماعى فى حين أنهم ينسحبون (يتهربون) من الطلاب الأقل قدرة من الناحية الأكاديمية فى جماعات عمرهم .

وعلى الرغم من النتائج القليلة المتناقضة فى الدراسات عن الموهوبين والأستثناءات القليلة التى يمكن ملاحظتها ، فإن الطلاب الموهوبين والإبداعيين (الإبتكارين) من الناحية العقلية يميلون إلى أن

يكونوا أكثر تشابهاً من الناحية الإنفعالية والاجتماعية مع الطلاب الآخرين من كونهم أكثر اختلافاً عنهم . فكما يرى روث أمارتينسون Martinson في كتابه « Exceptional Children in The School (١٩٧٣) أن : بوجه عام إن نمط توافق وانتاجية ما بعد المدرسة بالنسبة للكبار الموهوبين هو نمط ممتاز . فكثير من الأفراد الموهوبين يجدون أرواء (قناعة) عظيماً في عملهم ويفرقون في أنفسهم في أعمالهم بعمق وذلك باختيارهم . فهم يشركون أنفسهم في عملهم بكثافة وتكريس شديد وغالباً ما يسهمون في المجتمع أكثر من الشخص المتوسط .

حاجات الطلاب الموهوبين

على الرغم من أن الطلاب الموهوبين قد يكونون قادرين على تعلم منهج الرياضيات المدرس بسرعة بقليل من رعاية المعلمين إلا أنهم يحتاجون إلى إرشاد وتوجيه لينمو مواهبهم الرياضية على نحو كامل وحيث أن بطيء التعلم يميلون إلى الأداء السيء في المدرسة ، فمن الواضح لمعظم المعلمين أنهم يحتاجون لمساعدة خاصة في الرياضيات . ومع ذلك فالطلاب الموهوبين لهم حاجات خاصة أيضاً ؛ حتى على الرغم من أنهم قد يكونون قادرين على الحصول على تقديرات عالية بمساعدة قليلة من المعلم وليس من الصحيح ، كما يعتقد البعض أن نفترض بأن أفضل طريقة للتدريس للموهوبين هي اعطاؤهم بعض الكتب الدراسية وعدم التدخل في تعلمهم . فالمرهقون الموهوبين هم في المقام الأول مرهقون لهم كثير من المشكلات والحاجات الشائعة (المشتركة) في معظم المرهقين وفي عام ١٩٦٠ ، أعدت الجمعية (اتحاد التربية القومي) القومية للتربية .

هدفاً عاماً أو حاجات عامة للطلاب الموهوبين ، لاتزال صادقة حتى يومنا هذا فطبقاً للإلتحادات القومية للتربية NIA ، فالطالب الموهوب هو الذي يحتاج إلى :

- (١) أن يصبح محباً للإستطلاع من الناحية العقلية ، ويبحث عن المعاني ويحاول أن يعثر على علاقات جديدة بدلاً من الحقائق القديمة .
 - (٢) أن يحسن القدرة على الدراسة المستقلة وأن يقوم بالبحث مع العناية بعادات العمل الأساسية ومهارات الدراسة وطرق البحث .
 - (٣) أن يتعلم تطبيق مدى واسع من المعارف والأساسيات (الأسس والمبادئ) على حل كثير من مشكلات الحياة .
 - (٤) أن يكتسب المهارة في تقويم الذات .
 - (٥) أن ينمي مهارات في التفكير الناقد .
- وأن يكتسب الرغبة في الوصول للحقيقة ، ويصبح ، منفتح العقل (واسع الأفق) مع احساس بالحكم المعلق غير الحاسم .
- إدراك المسؤوليات وكذا قوة المعرفة .

(٧) أن ينمي القدرة القيادية ويتضمن ذلك التوازن الشخصي (الإتران) إحترام حق الآخرين والمهارة في ديناميات الجامعة وعلاقات الشخص بالشخص .

(٨) أن يوسع الميل نحو إبتكارية أنماط (أنواع) مختلفة .

(٩) أن يحس بمضامين التغيير .

(١٠) أن يتقن المهارات في الإتصال .

(١١) أن ينمي عرض الرؤية (مساحة الرؤية) ليدرك إمكانات المستقبل ، وحقائق الحاضر ، وتراث الماضي ، ليرى في ذلك كله التيار المستمر لأفكار واهتمامات وقضية الإنسان .

وبينا يمكن استخدام الحاجات العامة للموهوبين ، المذكورة سابقاً كمجموعة من الأهداف للأطفال الموهوبين ، فإن هؤلاء الناس هم أيضا حاجات خاصة معينة في تعلم الرياضيات . وحيث أن كثيراً من الطلاب الموهوبين يقرأون كتب الرياضيات بأنفسهم ويتعلمون أكثر كثيراً من الرياضيات التي تحتويها الكتب الدراسية ، فإنهم يحتاجون إلى التفاعل مع معلمين يعرفون أكثر كثيراً من الرياضيات التي يقدمونها لفصولهم . وهم يحتاجون إلى معلمين على دراية كبيرة يستطيع مساعدتهم في تحديد الكتب والمقالات الجيدة عن الرياضيات وعلى درجة كافية من الحساسية بحيث يستطيعون التدريس للطلاب الذي قد يكونون متفوقون عقلياً على أنفسهم وهناك بعض الطلاب الموهوبين الذين يستقون (يتفوقون على) معلمهم في معرفتهم ببعض موضوعات الرياضيات فيجب على المعلمين أن يشعروا بأنه ميمزه لقدرات التدريس بالنسبة لهم أن يكونوا قادرين على مساعدة الطلاب الموهوبين في التفوق على معرفتهم (المامهم) بالرياضيات فمعلموا الطلاب الموهوبين رياضياً (في الرياضيات) يجب أن يكونوا مهتمين بتعلم المزيد في الرياضيات بأنفسهم حتى يستطيعوا مساعدة الطلاب القادرين على تجاوز مستوى منهج الرياضيات المدرسي .

ومن الأمور الهامة بالنسبة للمعلم أن يكون قادراً على التعرف على القدرة الرياضية الاستثنائية (المتميزة) وتغذيتها وأن يكتف طرق التدريس ومنهج الرياضيات للوفاء بالسرعة (المعدل Pace) الذي يتعلم هؤلاء الطلاب الرياضيات فالطلاب الموهوبون ، مثلهم في ذلك مثل الطلاب بطيء التعلم ، يحتاجون إلى قضاء وقت إضافي مع معلمهم خارج الفصل . فهم يحتاجون لمساعدة خاصة في فهم المفاهيم والأساسيات من القراءات الرياضية الى يقومون بها باستقلالية .

فالطلاب الموهوبون قادرون على تعلم الرياضيات المدرسية بسرعة ، لكنهم لا يزالون في حاجة إلى كيفية تركيز انتباههم وتوجيه جهودهم نحو تعلم رياضيات ذات مستوى أعلى . فإذا ترك الطلاب الموهوبون لأنفسهم ، فإنهم قد يقضون ساعات طويلة في قراءة بعض القراءات الرياضية الضعيفة ، وفي الألعاب الرياضية غير المناسبة ، أو في حل الغاز تافهه . فهم يحتاجون إلى المساعدة من المعلم في إيجاد وتنفيذ أنشطة بنائه في تعلم الرياضيات وكما لاحظنا في الفصل ٥ ، فإن كثيراً من الأنشطة العملية والألعاب في مجال الرياضيات لها أهداف تعلم رياضيات قابلة للنقاش ولسوء الحظ ، إذا ترك الطلاب الموهوبون لأنفسهم قد يضيعون ساعات طويلة في أنشطة رياضية تافهة غير مهمة .

وحيث أن الطلاب الموهوبين عادة ما يحتاجون إلى قضاء وقت قليل في القيام بتارين وتدريبات روتينية لتعلم المهارات الرياضية ، فيجب أن يسمح لهم بنوع ما من المرونة في أنشطة الفصل وتعيينات الواجب المنزلي . ولكنهم أيضا يحتاجون إلى أن يتم التدريس لهم بشأن كيفية تنظيم وقتهم وتنظيم أنفسهم وهناك بعض الطلاب الموهوبين الذين يكونون على ثقة زائدة ، ويفشلون في الانتباه لحقائق ومهارات التعلم في الفصل ، وقد يمثلون مشكلات نظام في الفصل . فهم قد يفشلون في القيام بتعيينات الواجب المنزلي في تعلم الرياضيات وكما لاحظنا في الفصل ٥ ، فإن كثيرا من الأنشطة العملية والألعاب في مجال الرياضيات لها أهداف تعلم رياضيات قابلة للنقاش ولسوء الحظ ، إذا ترك الطلاب الموهوبون لأنفسهم قد يضيعون ساعات طويلة في أنشطة رياضية تافهة غير مهمة .

وحيث أن الطلاب الموهوبين عادة ما يحتاجون إلى قضاء وقت قليل في القيام بتارين وتدريبات روتينية لتعلم المهارات الرياضية ، فيجب أن يسمح لهم بنوع ما من المرونة في أنشطة الفصل وتعيينات الواجب المنزلي . ولكنهم أيضا يحتاجون إلى أن يتم التدريس لهم بشأن كيفية تنظيم وقتهم وتنظيم أنفسهم وهناك بعض الطلاب الموهوبين الذين يكونون في الفصل ، وقد يمثلون مشكلات نظام في الفصل . فهم يفشلون في القيام بتعيينات الواجب المنزلي ويأخذون اتجاه ليس على أن أتنبه في الفصل أو أقوم بتعيينات الواجب المنزلي لأنني أفضل طالبا في الفصل » فيجب على المعلم أن يحذر من أن تأخذه الدهشة بمستوى الطالب العقلي العالى إلى درجة يسمح فيها له أن يفعل ما يحلو له في الفصل . فالطلاب الموهوبون في حاجة أيضا إلى تعلم قواعد السلوك والأعراف (التقاليد) الإجتماعية .

فالطلاب الموهوبون لا يجب معاملتهم كأفراد أفضل من زملائهم في الفصل . فيجب أن نعلمهم احترام الناس الذين قد لا تكون لهم القدرات العقلية النوعية التي يتمتعون هم بها ، ويجب أن يتعلموا قيمة القدرات والكفاءات غير المعرفية ، في المجتمع . ويجب أن يتعلموا استخدام المامهم (معرفتهم) الجيدة بالرياضيات وأن يعلموا ويساعدوا الطلاب الذين قد يؤديون أداء شيقاً في برامج الرياضيات . ويجب أن يتعلم الطلاب الموهوبون في الرياضيات أيضا احترام وتقدير الاهتمامات والقدرات المميزة لأقرانهم ، والتي قد تكون مختلفة عن اهتماماتهم وقدراتهم الخاصة . ولكي يتعلم الطلاب الموهوبون المهارات الإجتماعية ، احترام الآخرين ، ودرجة معينة من التواضع الأمين ، يجب وضعهم في مجموعات متجانسة من الطلاب ولا يجب عزلهم عن الطلاب الأقل قدرة بالنسبة لكل دراساتهم بالمدرسة فالطلاب الموهوبون في الرياضيات يجب تشجيعهم على الأداء الجيد في كل موادهم الدراسية وعلى الحصول على تعليم واسع حر بالإضافة لتنمية قدراتهم الرياضية فهم يجب أن يشاركوا في الأنشطة المنهجية الإضافية مثل أندية المدرسة ، والألعاب الرياضية والموسيقى ، والتمثيليات والمحاولات الخلاقة (الإبتكارية) الأخرى فالتأكيد الزائد على الرياضيات في المدرسة قد يجعل الطلاب ينمون (يتحولون إلى) الصورة الخاطئة للمتخصص في الرياضيات ، بمعنى ، الشخص اللامع في الرياضيات ، لكنه لا يستطيع التعامل مع الناس وليس على المستوى المناسب في معظم المحاولات

(المواقف) غير الرياضية والطلاب الموهوبون يحتاجون إلى التشجيع في دراساتهم بإعطائهم الإثابة والإعتراف (التقدير) المناسبين . ولكن حيث أنهم يتمتعون بقدرات عالية فيجب أن نتوقع منهم تحصيلاً مرتفعاً .

فيجب الا نكافئهم على مجرد العمل الجيد حينما يكونون قادرين على العمل الممتاز فالطلاب الموهوبون يجب أن يتعلموا أنهم يجب أن يستخدموا مواهبهم الخاصة للقيام بعمل بارز (متميز) . فالقدرة الاستثنائية (المتميزة) في الرياضيات هي مورد يجب تنميته واستخدامه ، ولا يجب إضاعته فالطلاب الموهوبون يحتاجون إلى أن يتعلموا أن عليهم مسئولية نحو أنفسهم ونحو مجتمعهم في استخدام مواهبهم بطريقة بناءة .

ومجمل القول ، فالطلاب الموهوبون لديهم كثير من نفس الحاجات في المدرسة مثل الطلاب الأقل موهبة ، وبالإضافة إلى ذلك ، فالموهوبون لديهم حاجاتهم ومسئولياتهم الخاصة التي ناقشناها سابقاً . وبوجه خاص يجب على المعلمين أن يقوموا بتوجيه ونصح الطلاب الموهوبين حتى يمكن تنمية مواهبهم للحد الأقصى .

أنشطة التعليم / التعلم للطلاب الموهوبين

يميل الطلاب الموهوبون إلى أن يكونوا ذات دافعية جيدة وأن يكون لديهم مدى واسع من الإهتمامات ، وأن تفتنهم الأنشطة الخيالية وأن يتعلموا أسرع من معظم الطلاب . ولكي تستغل اهتمامات وقدرات الطلاب الموهوبين يجب أن يقوم بالتدريس لهم معلمون يستخدمون مجموعة متنوعة من نماذج التعليم / التعلم . فكل نماذج التعليم / التعلم الاثنى عشر التي ناقشناها في الفصل الخامس والسادس هي نماذج ملائمة لتدريس الرياضيات للطلاب الموهوبين ، لكن الاستقصاء ، حل المشكلات ونماذج برهنة النظريات تناسب على نحو خاص الطلاب الموهوبين وحيث أن معظم الطلاب الموهوبين تكون لديهم دافعية جيدة في المدرسة ، فإن نموذج التعليم / التعلم التوضيحي القائم على المحاضرة يمكن أن يستخدم بفاعلية عن طريق المعلمين القادرين على إعداد واعطاء محاضرات شيقه ، فعند استخدام هذا النموذج في التدريس للطلاب الموهوبين رياضيا ، يكون المعلم قادراً على تقديم مفاهيم وأساسيات جديدة بسرعة دون الحاجة إلى توضيح كل فكرة بعدد كبير من الأمثلة . وعلى الرغم من أن الطلاب الموهوبين يحتاجون بالفعل إلى التعامل مع شروح محسوسة لأفكار رياضية ، الا أنهم عادة مايكونون قادرين على فهم كثير من المفاهيم والأساسيات الجديدة من خلال شروح المعلم التوضيحية ، كما أن ميل الطلاب الموهوبين إلى تنمية مفردات لغوية كثيرة تجعلهم قادرين على فهم تعريفات الكتاب المدرسي للمفاهيم دون الإضطرار إلى إعادة صياغة التعريفات بأسلوبهم الخاص . فالطلاب الموهوبين يتعلمون الرياضيات بسرعة وهم قادرون على إتقان حقائق ومهارات جديدة بمشاهدة (ملاحظه) المعلم وهو يشرح أمثلة عديدة وبحل تمارين من الكتاب المدرسي .

وعلى الرغم من المحاضرات يمكن أن تكون إستراتيجيات فعالة جداً في التدريس للفصول ذات المستوى العالى ، إلا أنه ينبغي إستخدامها بحذر عند التدريس لفصول غير متجانسة . فاللقاء محاضرات على فصل يحتوى طلاباً موهوبين وطلاب بطيء التعلم إما أن يجعل الطلاب الموهوبين يشعرون بالملل بسبب المعدل البطيء أو أن يجعل الطلاب بطيء التعلم يتأخرون بسبب تقديم المعلم السريع للأفكار الجديدة . وعموماً فإن نموذج التعليم/ التعلم التوضيحي يجب استخدامه مع نماذج أخرى عند التدريس للطلاب الموهوبين ، وكذا للطلاب الآخرين . وإن هذا النموذج يلائم الطلاب الموهوبين على وجه الخصوص لأنهم قادرون على فهم الأفكار والاساسيات باستعداد (وإهتمام) أكثر من معظم الطلاب الآخرين . فعندما لا يفهمون محاضرة ، من المحتمل أن يعطل الطلاب الموهوبين بين شرح المعلم ليسألوا أسئلة ويلتمسوا تفسيرات ، وتوضيحات وأمثلة فنتيجة حبهم للبحث والتحقق ، فإنهم أقل إحتياجاً لأن يصبحون مضطربين أو متأخرون (يتوقفون) أثناء المحاضرة حيث يتم تشجيع الطلاب على مقاطعة المعلم بأسئلة وملاحظات مناسبة . ويعتبر نموذج المنظم المتقدم نموذجاً جيداً الاستخدام عند بداية موضوع جديد مع فصل من الموهوبين . فمثل هؤلاء الطلاب قادرين على التفكير على نحو تجريدى ، ويمكن لهم تنظيم المعلومات وهم قادرين على إدراك العلاقات بين عدد من المفاهيم ولهذا فالطلاب الموهوبين قادرين عادة على إعداد أنفسهم للفهم ذات المعنى للمعلومات الجديدة من خلال دروس المنظم - المتقدم التوضيحية التى يقدمها المعلم .

فالمنظم - المتقدم مقيد في مساعدة الطلاب الموهوبين في إستيعاد وتكثيف معلومات جديدة في تراكيب معرفية فدروس المنظم - المتقدم تتطلب من الطلاب أن يقوموا بتنفيذ أنشطة معرفية ذات مستوى أعلى مثل التحليل والتركيب والتقويم ، كما أن الطلاب الموهوبين في المدارس العليا يميلون إلى أن يكونوا في مستوى النضج العقلى للعمليات الشكلية ، فما يسمح لهم بإستخدام هذه العمليات العقلية العليا في تعلم مواد جديدة وبينما يميل الطلاب بطيئو التعلم إلى تعلم الرياضيات في أجزاء صغيرة منفصلة (منعزلة) نسبياً ، يريد الطلاب الموهوبون أن يفهموا العلاقات بين الحقائق ، والمهارات ، والمفاهيم والأساسيات الرياضية ، مما يمكن أن يتم تسهيلة (تسيرة) من خلال المنظم - المتقدم فدروس المنظم - المتقدم المنظمة تنظيمياً جيداً والمتسللة بطريقة ملائمة هى طريقة ممتازة لتقديم موضوعات جديدة في الرياضيات وإظهار كيفية إرتباط المواد الجديدة بموضوعات ثم تعلمها سابقاً .

كما أن الطلاب الموهوبين هم محبون للإستطلاع بطبيعة الحال ، ويترددون في قبول معلومات جديدة مبنية على القول هذا بالفرض (بالقوة دون إبداء أسباب) ، وهم يحبون إكتشاف الأمور بأنفسهم . ولهذا الأسباب فإن النموذج التعليم / التعلم بالاكشاف يتلقاه الطلاب الموهوبون بطريقة جيدة . وبينما يحتاج بطيئو التعلم لتوجيه ومساعدة كبيرة في القيام بالاكشافات الرياضية فإن الطلاب الموهوبين يميلون إلى أن يكتشفوا كلية بأنفسهم أو بقليل من توجيهات المعلم . ودافع الأمر ، فإن الناس الموهوبين رياضياً يبدو أن لديهم ومضات استبصار تسمح لهم بأن يقوموا

بتعميمات واسعة ودقيقة مبنية على حالات قليلة منعزلة لأساس ما (القاعدة ما) فعلى سبيل المثال ، قد يعلن طالب من الصف السابع فجأة قوله « أى عددین کلین متتابعین لا يكون لهما قاسم مشترك سوى قاسم مشترك واحد » عند دراسة القاسم المشترك . فعندما يقترح طالب موهوب بالفعل فرضاً غير متوقع في الفصل ، فإن المعلم الواعي يستطيع أن يستخدم (يستغل) الأكتشاف كأساس لدرس حل المشكلات (بطريقة التشجيع واقناع الآخرين) بأن يقترح يقوله « هذه فكرة شيقة هل يمكن أن تتقع باقي الطلاب بأن ذلك صحيح ؟ »

وفي الفصول غير المتجانسة ، يمكن استخدام حدسيات الطلاب الموهوبين كبؤرة (كأساس — كمحور) لدروس الاكتشاف وحل المشكلات التي يمكن أن تولد (تحدث) إهتماماً بالرياضيات لكل الفصل . فالطلاب بطيئو التعلم يمكنهم ممارسة المهارات الرياضية بإيجاد أمثلة أو أمثلة مقابلة للفرض في حين الموهوبين يستطيعون محاولة صياغة برهان وواقع الأمر ، فدروس الاكتشاف وسيلة ممتازة لإشراك الطلاب من كل مستويات القدرة في أنشطة رياضية شيقة وبناءة .

وإن كل الطلاب تقريباً يحبون اللعب ، ونماذج التعليم / التعلم الموجه باللعب يمكن أن تكون مداخل (طرقاً) فعالة لدورات التدريب والممارسة ودورات المراجعة لفصول تشمل طلاب بطيء التعلم ، وطلاب متوسطي التعلم ، وطلاب موهوبين . وحيث أن الطلاب الموهوبين يحتاجون إلى دراسة تدريب وممارسة أقل من الطلاب الآخرين ، فإن ألعاب الرياضيات يمكن أن تستخدم كأستراتيجية لجذب اهتمام الطلاب الموهوبين في حين أن الفصل كله يكون في مراجعة الأفكار والمهارات المألوفة والتدريب عليها . ومع ذلك ، فالمعلم يجب أن يكون حريصاً على تكوين ألعاب تشمل كل الطلاب في أنشطة تعلم أن تيسر الطلاب الموهوبين بسبب مواهبهم الرياضية المتميزة . فالألعاب . لفصل كامل من الموهوبين يجب أن تؤكد على تحليل وتركيب المفاهيم والأساسيات ، ولكن الألعاب لجماعة (مجموعات) من بطيء التعلم يجب أن تركز عادة على معرفة ومنهم الحقائق والمهارات .

ففي فصول تكون فيها مجموعة كبيرة من القدرات الرياضية ربما يصبح نموذج التعليم / التعلم الفردي أحد النماذج الجيدة للوفاء بحاجات كل طالب . فالطلاب الموهوبون في الفصل قد يكونون قادرين على أن يتقدموا على الطلاب الآخرين بالدراسة بمفردهم أو في جماعات صغيرة . أما بطيئو التعلم فيحتاجون إلى مساعدة إضافية من المعلم ، ويمكن للطلاب الموهوبين أن يقوموا بإختبار وتعزيز (تقوية) فهمهم الخاص للموضوعات الرياضية بالشرح للطلاب الذين في حاجة إلى مساعدة إضافية . ومن الطرق الجيدة لجعل التعليم فردياً للطلاب غير المتجانسين أن تبدأ كل درس بمراجعته موجزة للمادة والواجب المنزلي السابقين ، ويتبع ذلك مقدمة موجهة من المعلم للمادة الجديدة . وبعد ذلك يمكن للطلاب أن يبدأ والعمل على تعيينات واجب منزلي مختلفة مع تعيين المسائل الأسهل للطلاب بطيء التعلم والمسائل الأصعب للطلاب الموهوبين رياضياً . وعندما يكون الطلاب الأفضل يسرون على ما يرام في عملهم الخاص يمكن إعطاؤهم قراءات ومسائل إضافية أو يستطيعون أن

يعمل المعلمين للطلاب بطيء التعلم الذين يجدون صعوبة في عملهم . إن هذا المدخل (هذه الطريقة) للتدريس يمكن أن يستخدم لتجنب شعار التدريس « المتوسط الفصل » والذي يمكن أن يجعل بطيء التعلم يتأخرون في حين يحل الطلاب الموهوبون إن نموذج التعليم / التعلم الحزوني هو مدخل (طريقة) عام جيد يستخدم في التدريس للطلاب من كل مستويات القدرة الرياضية . فالطلاب بطيء التعلم يجب أن نأخذ بيدهم (تساعدهم) من خلال كل مفهوم ، أو مهارة ، أو مبدأ (أساس) في شكل حلزوني وبخطوات بسيطة وإن طلاب المدارس العليا الموهوبين يمكن أن يتقدموا بسرعة من خطوة لخطوة في كل شكل حلزوني في الرياضيات ويمكن أن نتوقع منهم أن يكونوا قادرين على تناوله الشروح الشكلية والمجردة لكل موضوع في الرياضيات في عمر مبكر عن بطيء التعلم . فكل من بطيء التعلم والطلاب الموهوبين يحتاجون إلى شروح محسوسة لكل مفهوم وأساس من الأساسيات ، على الرغم من أن الطلاب الموهوبين سيكونون قادرين على إيجاد كثير من الشروح بأنفسهم ، في حين أن بطيء التعلم سيكونون أكثر اعتماداً على المعلم في أمثلهم (في الأمثلة) .

برامج ومواد للتدريس للموهوبين

في المدارس التي يعطى فيها الطلاب الموهوبين رياضياً فرصاً تعليمية خاصة تتبع ممارسات عامتان — فأما أن يوضع الطلاب الموهوبون في برامج ومقررات خاصة أو أن يعطوا أنشطة لإثراء عملهم في المقررات . بالإضافة إلى ذلك فإن الأنشطة الإضافية مثل معامل الرياضيات ، المعارض والمسابقات يمكن أن تتاح للطلاب الموهوبين الذين يشجعون للإشتراك في هذه الأنشطة أن البرامج والمقررات الخاصة للموهوبين يمكن أن تقدم في المدارس الأكبر حيث أنها تمتلك إمكانيات كافية لعمل مثل هذه البرامج . ومن بين الكثير من التطويرات التي تقوم بها المدارس هناك :

- ١ — اعطاء مقررات ومشروعات رياضية متقدمة وخاصة أثناء برامج الصيف للطلاب الموهوبين .
- ٢ — اعطاء مقررات متقدمة تسمح للطلاب بتخطي بعض المقررات الجامعية عند التحاقهم بها .
- ٣ — السماح لطلاب المدرسة الثانوية بدراسة مقررات على مستوى جامعي وذلك في كلية أو جامعة قربه أثناء العام الدراسي .
- ٤ — السماح للطلاب بأن يأخذوا مقرر أو اثنين إضافيين كل فصل دراسي في المدرسة الثانوية لتحسين تقديراتهم في المدرسة الثانوية .
- ٥ — تعيين موضوعات إضافية في الرياضيات للطلاب الموهوبين .
- ٦ — اعطاء الأذن لعمل مشروعات بحوث إضافية ودراسات وأنشطة أخرى يقوم بها الطلاب في نوادي الرياضيات والمعارض والمسابقات الخ .
- ٧ — عمل جلسات تعليمية متاحة للطلاب الذين يعدون مشروعاً معرض الرياضيات وللذين يدرسون للإشتراك في المسابقات الرياضية المحلية والعالمية .
- ٨ — السماح للطلاب بعمل دراسة مستقلة في مجالات خاصة للرياضيات تحت إشراف معلم .
- ٩ — تقديم خدمات استشارية للطلاب الموهوبين .

١٠ — توفير « برنامج شرف » في المدرسة للطلاب الذين أظهروا قدرة على تحصيل أفضل بالنسبة للمستوى المطلوب في مقرراتهم .

١١ — السماح للطلاب بالحصول على مقررات عن طريق الامتحان للتسجيل في مقررات المراسلة أو مقررات التلفزيون وحتى المدارس التي تقدم مقررات خاصة لأنشطة إضافية للطلاب الموهوبين على مستوى المدرسة فيمكن للمعلمين أن يعطوا تنوعاً من الفرصة لمواحهة حاجات الموهوبين . وإذا ما تكيفت وضعت نماذج التعليم والتعلم التي نوقشت في هذه الكتاب لكي يستخدمها الطلاب الموهوبون فإنه يمكنهم أن يكونوا قادرين على تطوير قدراتهم بشكل غير متجانس وفي أي من الحالتين (توفير مقررات خاصة) للموهوبين أو وضعهم في فصول نظامين مع طلاب آخرين) فإن الكتب المتميزة والمواد التعليمية الأخرى يجب أن تكون متاحة للإستخدام للطلاب الموهوبين رياضياً .

وهناك العديد من المشروعات الرياضية التي تصدر مسلسلات من الكتب والكتب المعاونة للطلاب ذوى القدرة العالمية في الرياضيات . وهناك أيضاً الكثير من الكتب الممتازة عن الرياضيات والتي بالرغم من أنها لم تكتب ككتب دراسية لمقررات معينة فإنه يمكن أن تستخدم بواسطة المعلمين والطلاب كمواد إضافية لمقررات المدرسة الثانوية وبالإضافة إلى كل ذلك فإن الدوريات والمجلات الخاصة بتعلم الرياضيات تقدم الكثير من المواد المقيدة للطلاب الموهوبين .

وقد اعد المشروع رياضيات المدرسة «SMP» في إنجلترا مجموعة من الكتب والكتب المعينة للإستخدام في فصول المدرسة الثانوية للطلاب ذوى القدرة العالية . وهذه الكتب المعنوية بالرياضيات المتقدمة تنشر عن طريقه مطبعة جامعة كامبردج الفرع الأمريكي .

برنامج الرياضيات المدرسية الشاملة CSMP : كذلك فقد طور من كتب الرياضيات للطلاب ذوى القدرة العالية في الصفوف من السابع وحتى الاثنى عشر ويشمل على كتب عن المنطق والمجموعات ، المجالات والعلاقات والدوال والنظم العددية والتحليل الحقيقي والهندسة وحساب المثلثات والجبر الخطى والزمرة والحلقات وفراغات الاحتمال ونظرية القياس . ان الذين طوروا هذا البرنامج يعتقدون أن CSMP يجب أن يكون ذا توجه نظامى . وهم يقصدون بذلك أنه في حين أن كل الجوانب التعليمية للتعليم الرياضى تخطى باهتمام عميق فإن الأولوية تعطى لإختيار وتطوير محتوى رياضى جيد وأن طرق التدريس المستخدمة في المشروع تؤكد على أنشطة متعددة المجالات وهناك مشروع آخر قد طور المقررات الرياضية للطلاب الموهوبين وهو دراسة تحمين منهج الرياضيات في المدرسة الثانوية [SSMCIS] حيث أنه أعد لمن هم فوق ٢٠٪ من القدرة الأكاديمية من طلاب الصفوف السابع حتى الثانى عشر .

وتعتبر الدوريات والمجلات مصدراً آخر للمواد للطلاب الموهوبين فطبعت كثيرة مثل معلم الرياضيات / Mathematic Teacher ومعلم الحساب [Asithmetic Teaher] وغيرها تحتوى على مقالات عن موضوعات وطرق تدريس الرياضيات . وهى ذات أهمية خاصة للطلاب ذوى الدافعية العالية .

تمارين وأنشطة

- (١) عرف بطيء التعلم في الرياضيات ، وأذكر وناقش الخصائص المختلفة لهذا النوع من التلاميذ وما الخصائص المشتركة بينهم ؟
- (٢) عرف التلاميذ الموهوبين في الرياضيات ، وما الخصائص التي يشترك فيها هؤلاء التلاميذ ؟
- (٣) أكتب مقالا عن حاجات كل من الطلاب بطيء التعلم والموهوبين في الرياضيات ، وما الحاجات المشتركة بينهم ؟
- (٤) أى من نماذج التعليم والتعلم المذكورة في هذا الفصل تعتبر أكثر فاعلية لتدريس الموهوبين مادة الرياضيات ؟ وأى منها أقل فاعلية ؟ أعط أسبابا تدعم رأيك .
- (٥) اكتب مقالا عن طرق مساعدة بطيء التعلم في الرياضيات لتحسين مهاراتهم في قراءة وفهم الرياضيات الموجودة في الكتب المدرسية . ناقش كل طريقة بالتفصيل ووضح كيفية تنفيذها في حجرة الدراسة بالمدرسة الثانوية .
- (٦) تخير موضوعا من الرياضيات ، وقم بتحضير درسا لمجموعة صغيرة من الطلاب الموهوبين في الرياضيات .
- (٧) تخير موضوعا من الرياضيات ، وقم بتحضير درسا لمجموعة من الطلاب بطيء التعلم في الرياضيات .

Barbe, W. B. *Psychology and Education of the Gifted: Selected Readings*. New York: Appleton-Century-Crofts, 1965.

Dunn, Lloyd M. (Editor). *Exceptional Children in the Schools* (2nd Edition). New York: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1973.

This book contains 10 chapters, which were written by nine authors, pertaining to teaching exceptional children. The chapters deal with mild, moderate and severe general learning disabilities; superior cognitive abilities; behavioral disabilities; oral communication disabilities; hearing disabilities; visual disabilities; health problems; and major specific learning disabilities.

Earle, Richard A. *Teaching Reading and Mathematics*. Newark, Delaware: International Reading Association, 1976.

This 88-page monograph offers mathematics teachers ideas and methods for assessing students' abilities to read and understand mathematics books, and suggests ways for teachers to help students improve their reading skills. It is intended to provide the "what and how" of teaching reading in mathematics while teaching mathematics content. The book contains many specific activities for assessing and improving mathematical reading skills.

Gallagher, J. J. "Gifted Children." *Encyclopedia of Educational Research*. New York: Macmillan, 1969, pp. 537-544.

———. *Teaching the Gifted Child* (Revised Edition). Rockleigh, New Jersey: Allyn and Bacon, 1975.

An excellent resource for teachers who teach special classes for gifted students or who have gifted students in their regular courses, this book is recommended as a reference for mathematics teachers.

Hater, Mary A. and Kane, Robert B. "The Cloze Procedure as a Measure of Mathematical English." *Journal for Research in Mathematics Education*, 1975, Vol. 6, No. 2, pp. 121-127.

The article describes how the cloze procedure can be used to assess readability of mathematical materials, and presents the conclusions from a study designed to "adapt the cloze procedure to the language of mathematics and to assess its behavior as a measure in that language."

Henry, Nelson B. (Editor). *Education for the Gifted. Fifty-seventh Yearbook, National Society for the Study of Education, Part II*. Chicago: University of Chicago Press, 1958.

This Fifty-seventh Yearbook of the National Society for the Study of Education contains 18 chapters on teaching gifted students. These chapters, which were contributed by 21 professional educators, are organized into three sections about gifted students—*Social Factors*, *The Gifted Person*, and *Education of the Gifted*. Included in the book are chapters about the nature of giftedness, identification of the gifted, secondary-school programs for gifted students, guiding the gifted, and preparing teachers for the education of gifted students.

Herber, Harold L. *Teaching Reading in Content Areas*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1970.

A general book about the importance of reading in the content areas, this book contains a considerable amount of information which is related to teaching reading in the mathematics classroom. It also has an appendix titled "Reading and Reasoning Guides: Mathematics."

Jacobs, Harold R. *Mathematics A Human Endeavor*. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1970.

Although not designed specifically as a textbook for slow learners, Jacobs' book can be used quite successfully for junior high school courses, courses in high school for slow learners, and beginning general mathematics courses in college. The book contains many interesting mathematics topics and student activities. Whether or not it is used as a textbook for a mathematics course, it should be in the mathematics library and should be used as a resource by teachers and students.

Keating, Daniel P. (Editor). *Intellectual Talent: Research and Development*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1976.

This book of readings contains 18 chapters about research studies, findings, and conclusions related to the early childhood education of intellectually gifted people. The papers contained in the book are based upon the Sixth Annual Blumberg Symposium on Research in Early Childhood Education. The chapters are organized under three headings—*Identification and Measurement of Intellectual Talent*, *Programs for Facilitation of Intellectual Talent*, and *The Psychology of Intellectual Talent*.

Kirk, Samuel A. *Educating Exceptional Children* (2nd Edition). Boston: Houghton Mifflin Company, 1972.

This book is about many different kinds of exceptional children. It is intended to be the basis for a general, introductory course on the characteristics, needs, and education of exceptional children—slow learners, handicapped children, and gifted students. However, many teachers will find certain chapters to be useful references when teaching students with specific learning handicaps or students who are exceptionally talented. The book contains chapters about speech-handicapped children, the intellectually gifted, low intelligence, mental retardation, auditory handicaps, visual problems, neurologic and orthopedic impairments, and behavior disorders.

A very readable and useful book for teachers, *Educating Exceptional Children* contains an excellent chapter (pages 105-158) titled "The Intellectually Gifted Child." In fact, Kirk's book is a valuable resource for any teacher who encounters various types of exceptional children in his or her classes.

Laycock, F., and Caylor, J. S. "Physiques of Gifted Children and Their Less Gifted Siblings." *Child Development*, 1964. Vol. 35, pp. 63-74.

Love, Harold D. *Educating Exceptional Children in a Changing Society*. Springfield, Illinois: Charles C. Thomas, Publisher, 1974.

This book contains chapters about educating various kinds of exceptional children—mentally retarded, visually disabled, speech-handicapped, hearing

- impaired, physically handicapped, socially and emotionally maladjusted, learning disabled and gifted. Each short chapter contains a brief overview of several relevant factors in teaching a particular type of exceptional student.
- Marland, S. P. (Submitter) *Education of the Gifted and Talented*. Washington, D.C.: U.S. Office of Education, 1972.
- Martinson, R. A., and Seago, M. V. "The Abilities of Young Children." *CEC Research Monograph B4*. Virginia: Council for Exceptional Children, 1967.
- National Council of Teachers of Mathematics. *The Slow Learner in Mathematics: Thirty-fifth Yearbook*. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1972.

An excellent resource on teaching mathematics to slow learners, this book contains 12 related sections written by classroom teachers and mathematics educators. The section titles are:

1. Characteristics and Needs of the Slow Learner
 2. The Research Literature
 3. Behavioral Objectives
 4. A Favorable Learning Environment
 5. Adjustment of Instruction (Elementary School)
 6. Teaching Styles (Secondary School)
 7. Aids and Activities
 8. The Laboratory Approach
 9. Diagnostic-Prescriptive Teaching
 10. Classroom and School Administration
 11. Promising Programs and Practices
 12. The Training of Teachers
- Appendix A: Activities, Games, and Applications
Appendix B: Sample Lessons

Project on the Academically Talented Student and National Association of Secondary-School Principals. *Administration: Procedures and School Practices for the Academically Talented Student in the Secondary School*. Washington, D.C.: National Education Association of the United States, 1960.

Even though it was published in 1960, this book still contains much relevant information about educating gifted secondary-school students in the nineteen eighties. The book has chapters about identifying gifted students, accelerating learning, ability grouping for students, enrichment teaching/learning strategies, and counseling and guiding gifted students.

School Mathematics Study Group. "Mathematics for Disadvantaged and Low Achieving Students: Newsletter No. 33." Stanford University, California: SMSG, September, 1970.

This newsletter contains a report and description of SMSG textbooks for slow learners in mathematics.

Shepherd, David L. *Comprehensive High School Reading Methods*. Columbus, Ohio: Charles E. Merrill Publishing Company, 1973.

Secondary school teachers will find among the 13 chapters in this book the following helpful topics for teaching students how to read and understand mathematics: *Effective Teaching Through Diagnosis, Vocabulary Meaning and Word Analysis, Comprehension of Reading Material, Reading Study Skills for the Student, Applying the Reading Skills to Mathematics.*

Shields, J. B. *The Gifted Child*. London: The National Foundation for Educational Research in England and Wales, 1968.

This 96 page soft-bound book contains summaries of research findings and conclusions about certain characteristics of gifted children. The five chapters in the book are titled *The Problem of Definition, A High IQ, Creativity, Logical Thinking, and Educating the Gifted Child.*

Sobel, Max A. *Teaching General Mathematics*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1967.

This book can be used by teachers as a source of topics and activities for slow learners in mathematics. It is intended for use as a teacher supplement for a standard course in general mathematics. Topics contained in the book are:

1. The Slow Learner
2. Survey of Related Curriculum Developments
3. Explorations with Numbers and Numerals
4. Explorations with Geometric Figures
5. Explorations with Computation and Mensuration
6. Explorations in Probability
7. Explorations with Mathematical Systems
8. Explorations with Mathematical Recreations

Stanley, Julian C., Keating, Daniel P., and Fox, Lynn H. (Editors). *Mathematical Talent: Discovery, Description, and Development*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1974.

Based upon the Third Annual Blumberg Symposium on Research in Early Childhood Education, this book contains sections about characteristics of mathematically precocious youth, methods for facilitating the educational development of the mathematically talented, a program for fostering mathematical achievement, and values and interests of the mathematically gifted.

Suydam, Marilyn N. *Teaching Mathematics to Disadvantaged Pupils: A Summary of Research*. Columbus, Ohio: ERIC Information Analysis Center, April, 1971.

This publication contains an annotated bibliography of research studies and conclusions relative to teaching mathematics to "disadvantaged pupils."

Swain, Henry. *How to Study Mathematics: A Handbook for High School Students*. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1970.

A good guide for both teachers and students, this monograph contains many practical suggestions about how to study mathematics reading assignments, how to use textbooks, how to do homework, how to make the most of the class period, how to take tests, and other "how to's" for studying mathematics.

Terman, L. M. (Editor) *Genetic Studies of Genius, Vols. I-V*, Stanford, California: Stanford University Press, 1925-1959.

The University of the State of New York. *Improving Reading-Study Skills in Mathematics Classes*. Albany, New York: New York State Department of Education, 1968.

This 25-page monograph contains some practical suggestions about how teachers can assist students in improving their reading and study skills in mathematics.

Travers, Kenneth J.; and others. *Teaching Resources for Low-Achieving Mathematics Classes*. Columbus, Ohio: ERIC Information Analysis Center, July, 1971.

According to the abstract, this booklet:

reviews teaching approaches and general resource materials for low achievers in both elementary and secondary mathematics classes. A survey of reported characteristics of low achievers is divided into two classes: (1) social and emotional problems, and (2) learning difficulties. . . . Teaching approaches which have been reported as being successful include the use of computational aids, manipulative devices, and laboratory techniques. Also reported was the development of individualized short-term curriculum units, emphasizing success and immediate reward. The two bibliographies included are: (1) a bibliography of general resource material, and (2) an annotated bibliography of articles which have appeared in *The Arithmetic Teacher* and *The Mathematics Teacher* which suggest lessons for low achievers.

Witty, P. A. "A Genetic Study of 50 Gifted Children." In Nelson B. Henry (Editor). *Intelligence: Its Nature and Nurture. Thirty-ninth Yearbook, National Society for the Study of Education, Part I*. Chicago: University of Chicago Press, 1940.

قائمة بأهم المصطلحات العلمية

(أ)

Creative	إبداعي - إبتكاري
Reward	إثابة
Operational - operant	إجرائي
Hardware	أجهزة ثقيلة
Test	إختبار
Quiz	إختبار قصير (موجز)
Guiding (guide lines)	إرشادي (خطوط إرشادية)
Base	أساسي
Questionnaire	إستبانه
Retention	إستبقاء
Responding	إستجابة
Strategy	إستراتيجية
Retrieval	إسترجاعي
Induction	إستقراء
Inquiry	إستقصاء
Extrapolation	إستكمال
Technique	اسلوب
Divergent	إستنباط
Unferential	إستنتاجي
Assimilation	إستيعاب
Satisfaction	إشباع
Transcendental numbers	أعداد متسامية
Teacher education	إعداد معلم (مدرس)
Composite numbers	أعداد مؤلفة

Mapping	إقتران
Acquisition	إكتساب
Discovery	إكتشاف
Minimal	الحد الأدنى
Puzzles	ألغاز
Achievement	إنجاز

Readability	إنقرائية
Simultaneous	آني (في آن واحد)

(ب)

Axiom	بديهية
Slow	بطيء
Post	بُعدي
Aversive and aversion	بُغض واجتناب
Formative	بنائي - تكويني
Structure	بنية - تركيب
Datum / data	بيان / بيانات
Environment	بيئة

(ت)

Consequence	تالي - عاقبة
Complete	تام - كامل
Divergent	تباعدي
Chunk	تجمع
Attainment	تحصيل
Analysis	تحليل
Teaching	تدريس
Reinforcement	تدعيم
Translation	ترجمة
Synthesis	تركيب

Chaining	تسلسل
Isomorphism	تشاكل
Implication	تضمنين
Congruence	تطابق
Application	تطبيق
Development	تطوير
learning	تعلم
Rote - learning	تعلم إستظهارى
Signal learning	تعلم إشارى
Mathematics education	تعليم رياضيات
Individualized instruction	تعليم فردى
Individualization	تفريد
Explanation	تفسير - شرح
Convergent	تقارنى
Evaluation	تقييم
Assessment	تقييم عام
Integration	تكامل
Improper integral	تكامل معتل
Iterative	تكرارى
Supplies	تموينات
. Characterization	تميز
One - to - one correspondance	تناظر أحادى
Organization	تنظيم
Join distribution	توزيعات مشتركة

(ح)

Product	حاصل ضرب جداء
Intuitive	حدسى
Modulus arithmetic	حساب القياس
Sensory	حسى
Truth	حقيقة
Valuing	حكم تقييمى (فى ضوء قيم معينة)

Proproblem solving

حل المشكلات

Spiral

حلازوني

(خ)

Quotient

خارج

Experience

خبره

Experientail

خبرى (عن خبرة)

False

خطأ

Pacing

خطو

Guide lines

خطوط إرشادية

Module

خلية تعليمية

Algorithm

خوارزمية (طريقة عمل إجرائية)

(د)

Motivational

دافعية

Exponential function

دالة أسية

Bounded function

دالة محدودة

Grade

درجة - صف

Semantics

دلالات الألفاظ

(ذ)

Memory

ذاكرة

Meaningful

ذو معنى

(ر)

Quaternions

رباعيات (تتبع جبر الرباعيات لهاميلتون)

Junction

ربط

Symbolic

رمزى

(ز)

Group

زمرة

(س)

listing

سرد

Authority

سلطة

Behavioral

سلوكي

Characteristics

سمات

Emotional maladjustment

سوء توافق إنفعالي

Tensor

شادة (تسور)

Grid

شبكة (مربعات)

Formal

شكلي

(ص)

Valid

صالح

Equivalence class

صف تكافؤ

True

صواب

Validity

صلاحية

(ض)

Mathematical Atrophy

ضمور (ضعف) رياضي

(ط)

Gifted student

طالب موهوب

Categorical

طبقي

Storage phase

طور التخزين

Apprehending

طور الوعي (الإدراك)

Autcome

عائد - مردود

Factor

عامل

Statement

عبارة/ تقرير

Prime - number	عدد أولى
Integer	عدد صحيح
Irrational number	عدد غير نسبي
Hyper complex number	عدد فوق مركب
Cardinal number	عدد كاردينالي
Complex number	عدد مركب
Rational number	عدد نسبي
Discontinuity	عدم إتصال
Expository	عرض مباشر
Random	عشوائي
Punishment	عقاب
Intellectual	عقلي
Rational	عقلاني
Calculus	علم التفاضل والتكامل (علم الحساب)
Equilibration	عمل لإتزان
Essociative operation	عملية تجميعية
Process - processing	عملية - تشغيل
Binary operation	عملية ثنائية
Orthogonal	عمودي
Identity element	عنصر محايد
Marks	علامات - درجات

(غ)

Goal	غاية - هدف عام
Undecidable	غير مفصول فيه

(ف)

Metric space	فراغ مترى
Unique	فريد - وحيد
Class	فصل (مجموعة)
Disjunction	فصل منطقي
Space	فضاء

Aample space
Obtrusive
Comprehension
Physical

فضاء عينه
فضولى
فهم
فيزيائى - فيزيقى

(ق)

Rule
list
Modus tollens
Modus ponens
Pre
Ability
Arbitrary
Proposition
Cuts
Value

قاعدة
قاعة - ثبت
قانون الرفع المنطقى
قانون الوضع المنطقى
قبلى
قدرة
قسرى - وضى
قضية
قطوع
قيمة

(ك)

Potential
Pseudosphere
Competency
Radicals
Infinitismals
Computer

كامن
كرة زائفة/ شبه كرة
كفاءة - مهارة
كميات جذرية
كميات متناهية فى الصغر
كمبيوتر/ حاسوب

(ل)

Game
Verbal
logarithm

لعبة
لفظى
لوغاريتم

(٢)

Proficient	ماهر
Principle	مبدأ
Underachiever	متأخر في التحصيل
Vector	مُتجه
Consistent	متسق
Student centered	متمركز حول الطالب
Counter example	مثال مضاد
Ideal	مثالي
Stimuluse	مثير
Abstract	مجرد
Set Group	مجموعة
Infinite set	مجموعة غير منتهية
Connected set	مجموعة مترابطة
Convex	محدب
Finite	محدد
Concrete	محسوس - عياني
Criterion	محك
Figural	مختصة بالشكل
Schemas	مخططات
Outline	مخطط عام
Flow chart	مخطط متدفق
Review	مراجعة
Augmented	مزود
Problem	مسألة

Independent	مستقل
Continuous	مستمر
Postulate	مُسلمه
Discipline problems	مشكلات الانضباط
Matrix	مصفوفة
Hostile	مُعادٍ - غير ودي
Knowledge	معرفة
Cognition	معرفة
Cognitive	معرفي
Paradox	معضلة/ متناقضة
Complex	معقد/ مركب
Inverse	معكوس/ نظير
Concept	مفهوم
Concave	مقعر
Argument	مناقشة
Logic	منطق
Integral domain	منطقة الأعداد الصحيحة
Advance organizer	منظم خبرة متقدم
Courseware	مواد المقررات (بالكمبيوتر)
Software	مواد خفيفة (بالكمبيوتر)
Operator	مؤثر
Rating scale	ميزان تقديرات

(ن)

Activity	نشاط
Maturation	نضج
Domain	نطاق - مجال
Numeration system	نظام عد
Modular system	نظام مقياسي
Mean value theorem	نظرية القيمة المتوسطة
Number theory	نظرية الأعداد

Theory of types	نظرية الأنماط
Lemma	نظرية تمهيدية
Psychomotor	نفسى حركى
	(هـ)
Aura	هالة
	(و)
Affective	وجدانى
Working sheet	ورقة عمل
Descriptive	وصفى
Conjunction	وصل
	(ى)
Appreciate	يشمن/ يقدر
Discriminate	يمايز
Impart	ينقل