ما هي ديداكتيك الرياضيات ؟

يسعى هذا المقال إلى الاجابة على السؤال : ما هي ديداكتيك الرياضيات ؟ وهو في سعيه هذا، يعمل على وضع عناصر نظرية لديداكتيك الرياضيات، وذلك انطلاقاً من فكرة مركزية مفادها أن بناء ديداكتيك الرياضيات لابد وأن يستند إلى مرجعيات معرفية ـ نظرية متعددة ومتكاملة فيما بينها. من هذا المنطلق، يعرض صاحب المقال للأبعاد الأساسية التي يستدعيها التفكير في تدريس الرياضيات، ويبين أهميتها النظرية والاجرائية في هذا الاطار. هذه الأبعاد هي :

- البعد الخاص بالمادة
- البعد البيداغوجي
- البعد السيكولوجي
- البعد البنائي أو التطبيقي (الخاص بالممارسة التعليمية)

ديتر لينكباين
Dieter Lunkenbein
ترجمة : خالد الناصري

1. طبيعة وحدود حقل ديداكتيك الرياضيات

اعتباراً لطبيعة المشكلات التي تطرحها، تجد ديداكتيك الرياضيات نفسها ـ مثلها في ذلك مثل الكثير من العلوم الحديثة النشأة ـ عند حدود العديد من الحقول المعرفية المكتملة النشأة. وبالفعل، لابد وأن يأخذ الباحث الديداكتيكي بعين الاعتبار عدداً لا حصر له من المعطيات النظرية المتعلقة، في نفس الوقت، ببعض أجزاء الرياضيات، وبالسيكولوجيا والسوسيولوجيا والفلسفة والتربية . . . ثم، وبعد ذلك، عليه أن يقيِّم مدى ملاءمة هذه المعطيات المتنوعة للأهداف المتبعة في لحظة معينة لكي يدمجها، أخيراً، بشكل يتيح إقامة وحدة تعليمية (Unité d'enseignement) تكون، في ذات الوقت، متوازنة، واقعية وذات استمرارية.

وهكذا، يتبين أن لديداكتيك الرياضيات علاقة بعلوم تمدها بالمعطيات الضرورية (الرياضيات، السيكولوجيا، علوم التربية . . .) وأن عليها، من جهة أخرى، أن تأخذ بعين الاعتبار مجالاً جد خاص، هو مجال الممارسة التعليمية أو الواقع المدرسي. في مثل هذه الوضعية، تبرز بشكل واضح أربعة أبعاد لديداكتيك الرياضيات هي [1] :

- البعد الخاص بالمادة : ويتعلق بسيرورات تعلم خاصة بمحتويات ذات بنية داخلية تتحدد من خلال الرياضيات.
- البعد البيداغوجي (بالمعنى العام) : حيث تنحو سيرورات التعلم في اتجاه [تحقيق] أهداف تربوية عامة بواسطة محتويات التعلم.
- البعد السيكولوجي : إذ ينبغي أن تنطلق سيرورات التعلم من اعتبار استعدادات المتعلم.
- البعد البنائي أو التطبيقي : حيث يفرض تخطيط وإنجاز الفعل التعليمي اتخاذ قرارات ناضجة وواقعية تتعلق بمدى القابلية للتطبيق (La praticabilité) وتعتبرُ أيضاً العوامل الرياضية والبيداغوجية والسيكولوجية.

تتميز هذه الأبعاد (البعد الرياضي، البيداغوجي، السيكولوجي) التي تربط ديداكتيك الرياضيات بعلم أو علوم تشكل موارد [المعطيات النظرية الضرورية] بمظهر محايد أو نظري بالمقارنة مع ممارسة التعليم : إنها تتقاسم طابع هذه العلوم، الطابع المعياري والوصفي. وبالمقابل، فهي تتميز عنها بخاصية كون الأعمال المنجزة في إطارها تكون إما موجهة بالممارسة التعليمية وإما أنها تتوخى، بشكل عام، حل مشكل خاص بتعليم الرياضيات.

يتميز البعد الخاص بممارسة تعليم الرياضيات بطابعه الوصفي (Prescriptif) والبنائي (Constructif) ، ذلك أن أعماله تدرس دراسة منهجية منظمة، ومن وجهة نظر المدرس، الممارسة التعليمية الخاصة بهذه المادة، وذلك بغرض تطوير تخطيط يتيح إمكانية الاستفادة القصوى من الوسائل الديداكتيكية الأكثر فعالية. (. . .) إننا نسمي هذا الجزء من ديداكتيك الرياضيات حقل تدريس الرياضيات، ونضفي عليه أهمية خاصة لأن أعماله لابد وأن تشكل قنطرة بين المنظر والممارس، إضافة إلى أنه، داخل هذا الحقل يمكن التحقق من جدوى النماذج النظرية.

2 - الاشكالية المركزية لديداكتيك الرياضيات :

داخل حقول النشاطات العلمية المذكورة [الرياضيات، السيكولوجيا، البيداغوجيا، ممارسة تعليم الرياضيات. . .] يجد الباحث الديداكتيكي نفسه في مواجهة إشكالية مركبة يمكن أن نصوغها كالتالي :

كيف يمكن أن نلبي، بشكل أفضل، متطلبات علم الرياضيات، وكيف نستطيع، [في ذات الوقت] الاستجابة العادلة لطلبات المجتمع، واستعدادات التلاميذ وحقهم في التفتح الفردي، وذلك كله، في إطار تطوير تصور عام عن ديداكتيك الرياضيات وعن ممارسة تعليمها ؟

بغض النظر عن الحقول المشار إليها سابقاً، تركز هذه الصياغة على التفتح كعنصر جديد. وهو عنصر يرتبط بتغيرات المجتمع وبتقدم العلم ذاته. إن الطابع المركب لهذه الاشكالية يتيح إدراك [كيف] أن معظم الأعمال المنجزة في هذا الاطار لا تقدم سوى إجابات جزئية على السؤال المطروح. إن التحكم في [معالجة] هذه الاشكالية يتطلب تفكيراً تركيبياً. ويبدو أن هذا المطلب يتجاوز، راهناً، حدود ما هو ممكن.

ومهما يكن من أمر، ينبغي لأية محاولة تتوخى حل هذا المشكل أن تعتبر المرامي العامة للتعلم، ومحتويات تعلم الرياضيات والمبادىء الديداكتيكية. وتشكل هذه العوامل عناصر نظرية ديداكتيك الرياضيات، وهي عناصر سنعرض لها، فيما يلي، بشكل موجز.

3 - عناصر نظرية لديداكتيك الرياضيات :

في محاولتنا وضع تخطيط لنظرية في ديداكتيك الرياضيات، ستوجهنا الأبعاد الأربعة المشار إليها آنفاً :

- البعد البيداغوجي :

يقودنا هذا البعد إلى التفكير، أساساً، في سياق المشكلات ذات الارتباط بالأغراض العامة لتعلم الرياضيات. ولسنا بحاجة، في هذا الاطار، إلى التذكير بالأنساق العديدة المتعلقة بأغراض التعلم والتي طورها بلوم (Bloom) [2] أو ويلسون (Wilson) [3] أو أفيتال / شيتلوورت (Avital / Shettleworthe) [4] . . .

تكمن بعض أسباب مشكل صياغة أغراض التعلم ومدى منفعتها في صعوبة أجرأتها، ذلك أنه لا يمكن (لحد الآن) أن نستخلص من الأهداف العامة للتعلم أهدافاً أكثر فأكثر خصوصية، أهدافا قابلة لأن تتحول إلى أهداف إجرائية جد محددة ودقيقة. كما أن الأهداف الخاصة والمتعلقة بسلوك محدد في مادة محددة، لا تأخذ بعين الاعتبار المظهر التركيبي للتعلم.

وهكذا، وفي إطار ديداكتيك الرياضيات، وبالنظر للمرحلة التي تمر بها هذه الديداكتيك، نحن في حاجة إلى أنساق من أهداف التعلم (الخاصة بالرياضيات) تسمح لنا بمقارنة غنى المظاهر المختلفة لوحدات التعليم الموجودة والحكم عليها، وكذا الاغناء المحتمل لهذه الوحدات، أو تطوير وحدات أخرى تستهدف تحقيق أكبر عدد من الأهداف المشار إليها. ويبدو أن النسق الذي يستجيب حالياً لأغلب هذه المتطلبات هو ذاك الذي طوره وينتر (Winter) [5]، وعمد وايتمان (Wittmann) [6] إلى تكييفه مع التصنيفات الأساسية الموضوعة من طرف (Bloom) وجانيي (Gagné) [7]. يتضمن هذا النسق ثمانية أهداف لتعلم الرياضيات... تنضوي ضمن المقولتين التاليتين : «الاستراتيجيات المعرفية» (Stratégies cognitives) و«التقنيات الفكرية» (Techniques intellectuelles)

	مظاهر الرياضيات	أهداف التعلم	قدرات ومؤهلات عامة	مظاهر إنسانية
استراتيجيات معرفية	الرياضيات علم استنباطي	البرهنة	القدرة على التحاور	الانسان كائن قادر على الادراك والتواصل
	الرياضيات كإبداع للعقل البشري	الابداع	الابداعية العامة	الانسان ككائن يبدع ينمو ويلعب
	الرياضيات كنماذج تصف الواقع	الترييض	وصف الواقع بالاستعانة بأدوات رياضية أو علمية	الانسان ككائن يُشكل الأشياء وينظم وينمذج
تقنيات عقلية	موضوعات رياضية باعتبارها إنجازات مجردة	التصنيف	تكوين مفاهيم (مجردة) التجريد	الانسان
	بنية الترتيب باعتبارها البنية الأساسية للرياضيات	التنظيم	التمييز الترتيب	ينظم
	المعرفة الرياضية كوصف لوضعيات مشخصة	التخصيص	التعرف على مبادىء عامة داخل وضعيات محسوسة وخاصة	ويتحكم في محيطه
	Morphismes كموضوعات مركزية للرياضيات	البرهنة بالمماثلة	بناء التناظرات	من خلال...
	الرياضيات باعتبارها أنساقاً صورية	الشكلنة	الترميز بواسطة الخطاطات shemes diagrammes ولغة الرياضيات	

نقدم هذه اللائحة... كمثال فقط على نوع المشكلات التي يطرحها البعد البيداغوجي لديداكتيك الرياضيات...

• البعد السيكولوجي :

يقودنا هذا البعد إلى طرح المشكلات المتعلقة بسيكولوجيا التعلم لدى الانسان.في هذا الاطار، يتواجه تياران كبيران هما : الاتجاه السلوكي والاتجاه الانساني. من خلال هذين التيارين، يتواجه، في العمق، موقفان فلسفيان أو تصوران عن العالم. تندرج السلوكية في سياق التقليد التجريبي الذي يعتبر أن تطور العلوم الدقيقة قد تم من خلال التجريد الآني انطلاقاً من واقع موضوعي ما.

فالملاحظ التجريبي يسعى إلى الابعاد النهائي لأي تأثير ذاتي ويسجل (بدون تفسير أو تأويل) أية معلومة موضوعية. إنه يخضع للوقائع.

في إطار المثالية الكانتية والنظريات اللاحقة لها، يُقام تصور آخر مغاير عن العلاقة بين الذات العارفة والواقع. وبمقتضى هذا التصور، تكون الذات العارفة متوفرة على بنية معرفية قبلية بفضلها تتعرف على الواقع. لذا، فإن الواقع لا يمكنه أن يظهر إلا في سياق علاقة «تفاعلية» لا تلغي النشاط الذاتي للفرد. ويمكن أن نسوق كمثال على ذلك، الابستمولوجيا التكوينية لبياجي التي تندرج، بوضوح، ضمن التقليد المثالي الكانتي.

وهكذا، يمكن اعتبار نظريات التعلم العديدة، مظاهر مُجْلُوة بهذا القدر أو ذاك تعكس التيارين المذكورين : الاتجاه السلوكي والاتجاه الانساني. وترتبط إقامة تصور عن ديداكتيك الرياضيات أساساً باختيار نموذج للتعليم الانساني كقاعدة للانطلاق. ويبدو أن أغلب التصورات (عن ديداكتيك الرياضيات) التي تظهر حالياً، تقبل كنموذج النظرية التي تعتبر، منذ البداية، البنية المعرفية للفرد [المتعلم].

غالباً ما يتجلى تصور ديداكتيكي داخل نسق من المبادىء الديداكتيكية، وتشكل هذه المبادىء الديداكتيكية قواعد بنائية في إطار عقلنة وقائع التعليم، كما أنها تمارس تأثيراً على نظرية ديداكتيك الرياضيات وعلى الممارسة التعليمية، وبهذا، فهي تؤدي وظيفة تركيبية. وكمثال عن ذلك، نقدم، فيما يلي، نسقاً من المبادىء الديداكتيكية تصف بشكل أكثر ملاءمة تصورنا الديداكتيكي، دون أن ندعي، مع ذلك، أن يكون هذا النسق مكتملاً أو ناقصاً.

مصادر سيكولوجية وفلسفية	مبادىء ديداكتيكية قواعد بنائية
	مبدأ تكويني
لا يمكن تعلم الرياضيات أو فهمها إلا من خلال سيرورة «ترييض» (Mathématisation) مما يعني أن تقديم نظرية رياضية ما ينبغي أن يكون موجها بالسيرورات الابستمولوجية المتعلقة بإبداع وتطبيق الرياضيات. ويوصف هذا النوع من التقديم بالتكوني (Génétique)	ينبغي أن ينظم تدريس الرياضيات بكيفية تقدم هذه المادة بطريقة تكوينية.
	مبدأ ديناميكيي
تتطلب سيرورة التعلم انخراطاً نشطاً ومكثفاً من طرف المتعلم	ينبغي على المدرس أن يخطط وينظم أنشطة تجعل المتعلم يدخل بطريقة نشطة ومكثفة، في علاقة مع المادة.

مبدأ بنـائـي

تلعب معالجة «الأشياء المحسوسة» دوراً جد هام بالنسبة لنمو الذكاء ويتم استبطان هذه الأفعال المحسوسة بعد ذلك، فتتجمع في شكل نسق ديناميكي من المجاميع.

ينبغي أن يُبنى تدريس الرياضيات بشكل يجعل العمليات الاستنباطية تنتظم على شكل مجاميع.

مبدأ الادمـــاج

يكون تفاعل الفرد مع محيطه أكثر فعالية حينما يتم إدماج المعارف وتنظيمها بشكل متكامل وديناميكي داخل شبكة من العـلاقـات.

ينبغي أن يستهدف تدريس الرياضيات إنشاء علاقات بين المعارف، وكذا اكتشاف الاتساق الداخلي للمحتوى المفاهيمي.

مبدأ الاستـقـرار

إن أية خطاطة (schème) معرفية مكتسبة داخل سياق ما، ينبغي، من وقت لآخر، أن تُمارس وتُطبق داخل سياقات أخرى. وبهذه الطرقية يمكن تعميمها وتمييزها، فتندمج مع خطاطات أخرى، وتصبح بذلك، شقاً ثابتا من البنية المعرفية للمتعلم.

في مجال الرياضيات ينبغي تخطيط وضعيات تعليمية تشجع على تحويل (وتطبيق) محتوى ما من شكل معين إلى أشكال أخرى.

مبدأ التوجيه من خلال البنية

تشكل الأفكار الأساسية في علم ما الوسيلة الأكثر ملاءمة لـ«تحويل التدريب» وكذا الوسيلة الأكثر نجاعة في المساعدة على التذكر.

ينبغي توجيه تدريس الرياضيات بواسطة الأفكار الأساسية «البنيات» الواردة في الرياضيات.

مبدأ التدريس الحلزوني (Principe de l'enseignement spirale)

«يمكن تدريس أية مادة بشكل فعال وبصدق فكري لأي طفل وفي أية مرحلة من مراحل تطـوره.»

. . . وبمقدور أطفال التعليم الابتدائي أن يفهموا الأفكار الأساسية لمادة دراسية ما «شريطة أن يتم فصلها عن تعبيراتها الرياضية ودراستها بواسطة وسائل يمكن للتلاميذ التحكم في استعمالها.

ينبغي تدريس الرياضيات بطريقة تتيح بناء مفاهيمها الأساسية بناءاً تدريجياً يوازي النمو الذهني للطفل. ويعني هذا الأمر أن تتم معالجة نفس المفهوم مرات عديدة بطريقة لولبية، أي بتكييفها مع قدرات المتعلم.

مبدأ البنـــاء (Principe de construction)

ليست لدى تلاميذ المستوى الابتدائي القدرة الفعلية على تحليل وضعية أو مفهوم دون أن يكونوا قد ساهموا في بنائه من قبل.

ينبغي لتدريس الرياضيات في المستوى الابتدائي أن يُعطي الأسبقية لبناء المحتويات على تحليلها.

بمقدورنا إضافة مبادىء أخرى، إلا أننا نكتفي بالتي ذكرنا، لأننا نعتبرها أكثر أهمية، ولأنه لا يمكننا أن نستمر في معالجة هذه الأمور أكثر مما فعلنا، وإذا كانت القواعد البنائية المذكورة تنحدر أساساً من اختيار نموذج للتعلم كقاعدة للانطلاق، فإنها تعكس، في ذات الوقت، تصوراً عن المادة المدرسة. وهذا ما سنتطرق له باختصار في الفقرات الموالية.

- البعد الخاص بالمادة المدرسة :

ينبغي لكل تصور ديداكتيكي أن يعتبر المادة المدرسة أيضاً. وفيما يخص تطور الرياضيات، هناك ثلاثة اتجاهات يبدو أنها مارست تأثيراً خاصاً على التصورات الديداكتيكية [هذه الاتجاهات هي] :

- **الاتجاه نحو التوحيد** : لقد بدأت تتناقص أهمية التصور الذي يعتبر الرياضيات تجميعاً لمواد متنوعة، وأصبح ينظر إليها كبناء واحد يضم مظاهر مختلفة لعلم واحد آخذ في التوحيد من خلال مفاهيم وسيرورات موحِّدة. هكذا بدأ الحديث عن الرياضة (La mathématique) يروج أكثر فأكثر.

- **اتجاه ديناميكي** : لقد أصبحت أهمية الرأي الذي يعتبر الرياضيات كبناء ثابت مشيد بشكل نهائي وغير خاضع لتغيرات ممكنة، في تناقص تدريجي، وبدأ يحل محله الرأي الذي يعتبرها بنية مرنة ذات مظاهر متنوعة تتغير تبعاً لتغير زاوية نظر الذي يمارسها.

- **اتجاه تطبيقي** : أصبح نمط التفكير واللغة الرياضيين يفرضان نفسيهما داخل العديد من مجالات النشاط الانساني، ووجدت مشاكل متعددة، تنتمي لحقول كان يعتقد أنها بعيدة كل البعد عن الرياضيات، حلولاً لها بفضل الاستعانة بأدوات رياضية. هكذا أضحت الرياضيات وبشكل متزايد، تطبيقية وقابلة للتطبيق.

تؤثر هذه الاتجاهات الثلاثة خاصة على التصور الديداكتيكي [للرياضيات] بشكل يجعل هدف تدريس الرياضيات هو المحتويات المفهومية (Contenus conceptuels) بدلاً من المفاهيم المفصولة عن بعضها (مبدأ الادماج، مبدأ التوجيه من خلال البنية). وحسب هذه الاتجاهات، فإن المحتويات المفهومية لم تعد، وبشكل مبسط، قابلة للتبليغ في مستوى دراسي معين فقط، بل ينبغي تدريسها على صعيد أكبر [وأكثر امتداداً]، وحسب مظاهر كبيرة التنوع.

وأخيراً، لم تعد تلعب تطبيقات البنيات أو المفاهيم الرياضية مجرد دور التوضيح، وإنما أصبحت تشكل جزءاً لا يتجزأ من التطور التدريجي لهذه البنية أو ذاك المفهوم.

ومن بين تأثيرات الاتجاهات الثلاثة المذكورة، كون اختيار المحتوى التعليمي داخل برنامج ما، لم يعد يتعلق فقط بالتقنيات الثقافية (Techniques culturelles) المراد تنميتها [لدى المتعلم]، وإنما أصبح يتعلق بسيرورات الترييض (Mathématisation) وتكوُّن المفاهيم، والبَنْيَنة (Structuration) ، والتركيب أو الخصوصيات التي نرمي أن نحمل المتعلم داخلها. هكذا، فبدلاً من بناء مناهج تدريس الرياضيات انطلاقاً من توزيع عشوائي بهذا القدر أو ذاك، للتقنيات الرياضية المصوغة في ألفاظ سلوكية، على أسابيع أو شهور الدراسة، تبنى المناهج الجديدة انطلاقاً من موضوعات (Thèmes) كبرى تغطي مجموع الحياة المدرسية للتلميذ.

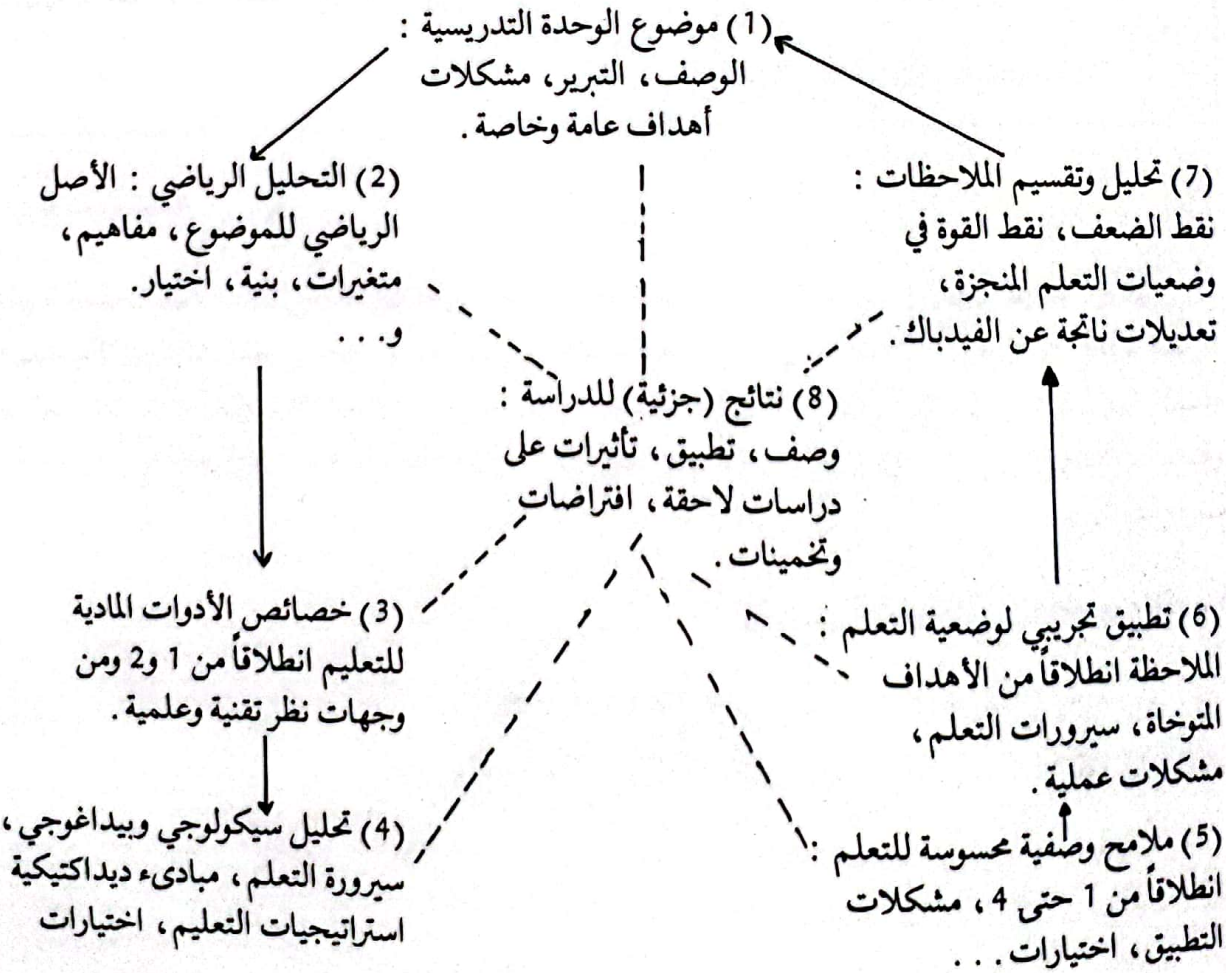
من هذا المنطلق، يشكل البعد الخاص بالمادة عاملاً جد مهم بالنسبة لتصور ديداكتيكي معين [للرياضيات]. هاهنا يمكن أن يساهم الرياضيون الحساسون بالمشكلات الديداكتيكية مساهمة كبرى في تطوير هذا العلم الفتي بتحديدهم للمفاهيم الأساسية ولأهم سيرورات الرياضيات التطبيقية وتوضيحهم لها.

. بعد الممارسة التعليمية

كما سبقت الاشارة إلى ذلك، إننا نعطي أهمية خاصة لهذا البعد الذي يستهدف إقامة جسر بين النظرية والتطبيق من خلال تصور وإنجاز وتحليل وحدات للتعليم تكون واقعية وقابلة للتطبيق، يتميز هذا البعد الذي نحدده أيضا كمجال لتعليم الرياضة بنشاطات لتنمية [قدرات ومؤهلات المتعلم] أكثر من تميزه بأنشطة دقيقة وجد محددة. إن الطابع التركيبي لهذا المجال والناتج عن قيامه بوظيفة الربط [بين النظرية والممارسة] يجعل من الصعب تصور إمكانية اعتبار كل المعلومات الملائمة وتوقع جميع الانعكاسات الممكنة في إطار تمرين [رياضي] محدد بدقة. إننا نعتقد، بالأحرى، أن هذا النوع من العمل يستلزم سيرورة من التعديل والتطهير المنظم تقود تدريجيا، إلى وضع وحدات للتعليم أو مقاطع للتعلم تكون أسسها واضحة بشكل أكبر، وتأثيراتها قابلة للمعرفة والتوقع. نسمي هذه السيرورة سيرورة عقلنة التدخلات الديداكتيكية. ويقدم نموذج العمل التالي توضيحاً لهذه السيرورة :

سيرورات عقلنة التدخلات الديداكتيكية

نـمـوذج للعـمـــل



ينبغي أن يعتبر هذا النموذج كإجراء قابل للتطوير، وقابل، بكل تأكيد، للتعديل انطلاقاً من التجربة العملية والمعلومات النظرية، ولذا لا يجب التعامل معه كمنهج للعمل محدد بصفة نهائية. اننا نسوقه هنا كمثال فقط عن أنماط التفكير والنشاطات التي تتدخل في مجال ديداكتيك الرياضيات.

إحالات مرجعية

1 – E. WITTEMANN, Grundfragen der Mathematikunterrichts, vieweg verlag, Braunschweig. 1975. P : 2.
2 – B. Muller, E. Wiffemann, Der Mathematikunterricht in der Primarstufe, vieweg verlag, Braunschweig, 1977, P : 145.
3 – Bloom, Hastinges, Madans, Handbook of formative and sommative evaluation of student learning, New-York, 1971.
4 – J.W. Wilson, Evaluation of Pearning in secondary school Mathematics, in B Bloom, Hasting, Madans, 1971. P : 351-359.
5 – S. Avital. S. Shettleworth, Objectives for Mathématics Learning, Ontario Institute for studies in Education, Bulletin N°3 1968, P : 2.
6 – E. Winter, Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula fuer den Mathematikunterricht in der Besamtschule, dans Beitraege zum Lernziel problem, Ratingen, 1972.
7 – E. Wittemann, Op-cit.
8 – R.M. Gougné, Instruction Based on Ressearch in Learving, Enginering Education 61, n°6, 1971, pp : 519-523.