

الموضوع الأول: (10 نقط)

تشير التوجيهات التربوية لمادة الرياضيات بسلك الثانوي التأهيلي لسنة ختامية بشأن فقرة تقديم الدالة الأسية إلى ما يلي:

تقديم الدالة الأسية النبيرية إما كالدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيرية وإما كالحل الوحيد للمعادلة التفاضلية $y' = y$ و $y(0) = 1$ أو كالحل الوحيد للمعادلة الدالية $f(x+y) = f(x) \times f(y)$.

التوجيهات التربوية وبرامج مادة الرياضيات الخاصة بتدريس مادة الرياضيات بسلك التعليم الثانوي التأهيلي، الصفحة 105.

وفقا لما جاء في التوجيهات التربوية يتم تقديم الدالة الأسية النبيرية حسب أحد الاختيارات التالية:

C_1 : " الدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيرية "

C_2 : " الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية $y' = y$ و $y(0) = 1$ "

C_3 : " الحل الوحيد للمعادلة الدالية $f(x+y) = f(x) \times f(y)$ "

لهذه الغاية قدم أستاذ مادة الرياضيات لتلامذته النشاط التالي:

نقبل أنه توجد دالة عددية f معرفة وقابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ، تحقق العلاقة (α) التالية:

$$(\alpha) : \quad f(0) = 1 \text{ و } f'(x) = f(x) \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R}$$

$$(1) \text{ بين أن: } \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \times f(-x) = 1$$

$$(2) \text{ استنتج أن: } \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$$

$$(3) \text{ نفترض أنه توجد دالة عددية ثانية } g \text{ تحقق العلاقة } (\alpha)$$

$$H(x) = \frac{g(x)}{f(x)} \quad \text{نعتبر الدالة العددية } H \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بما يلي:}$$

أ- بين أن H قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} واحسب $H'(x)$ لكل x من \mathbb{R}

ب- ماذا تستنتج بالنسبة للدالتين f و g ؟

الدالة f تسمى بالدالة الأسية النبيرية ونرمز لها بالرمز \exp

الأسئلة الموجهة للمترشح (ة):

(1) ما هي الشعبة التي يستهدفها هذا النشاط؟

(2) ما هو موقع الدرس المستهدف من هذا النشاط في المقرر الدراسي؟

(3) أنجز حلا لهذا النشاط لتقديمه في حصة دراسية.

(4) حدد ثلاثة مكتسبات قبلية ضرورية لإنجاز هذا النشاط.

(5) انقل الجدول التالي إلى ورقة التحرير وأملأ بدقة الخانتين المتعلقتين بالصعوبات المتوقعة (الاقتصار على تحديد صعوبتين فقط) التي يطرحها إنجاز السؤالين (1 و 2) في النشاط:

الصعوبات	السؤال
.....	بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \times f(-x) = 1$
.....	استنتج أن : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$

(6) لماذا اكتفى الأستاذ في النشاط المقدم بإثبات وحدانية الدالة f و قبول وجودها؟

(7) بعد مأسسة الدالة الأسية النبيرية، قام الأستاذ بإعطاء الخاصية الأساسية التالية:

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x+y) = f(x) \times f(y)$$

تساءل أحد التلاميذ: هل يمكن استنتاج هذه الخاصية من العلاقة (α) ؟

فكان جواب الأستاذ: " هذا الاستنتاج ممكن وسنشغل عليه في حصة التمارين"

أ- اقترح نشاطا يجيب على تساؤل التلميذ.

ب - هل الاختياران C_2 و C_3 الواردان في التوجيهات التربوية متكافئان؟ علل جوابك.

(8) برهن، في إطار الاختيار C_2 الذي تبناه الأستاذ، أن:

$$\forall x \in \mathbb{R}, \forall r \in \mathbb{Q}, \exp(rx) = (\exp(x))^r$$

ب - $\lim_{x \rightarrow +\infty} \exp(x) = +\infty$ ثم استنتج أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(x) = 0$

الموضوع الثاني: (03 نقط)

يظهر مفهوم المتجهة في عدة محطات من برنامج الرياضيات بسلك التعليم الثانوي التأهيلي.

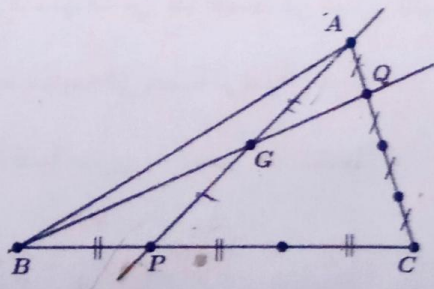
(1) اعط كرونولوجيا (chronologie) تطور مفهوم المتجهة بين مستوى الجذع المشترك العلمي

والتكنولوجي ومستويي الأولى والثانية بكالوريا علوم تجريبية محددًا الإضافة المميزة في كل مستوى.

(2) حدد ثلاثة مشاكل ديداكتيكية مرتبطة بتدريس المتجهة في سلك الثانوي التأهيلي.

(3) نعتبر الشكل الهندسي أسفله:

بتوظيف الأداة المتجهية، حدد موقع النقطة G على القطعة $[BQ]$ والقطعة $[AP]$.



الموضوع الثالث: (07 نقط)

اقترحت أساتذة لمادة الرياضيات التمرين التالي على تلامذتها في قسم من مستوى الثانية بكالوريا علوم تجريبية:

$$u_n = \left(1 - \frac{1}{2n}\right)^n \text{ احسب نهاية المتتالية } (u_n)_{n \geq 1} \text{ المعرفة بما يلي:}$$

أجاب ثلاثة تلاميذ A و B و C عن هذا التمرين كما يلي:

جواب التلميذ A :

$$\text{نضع } q = 1 - \frac{1}{2n} \text{ أي أن } u_n = (q)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 \text{ فإن } 0 < q < 1$$

جواب التلميذ B :

$$\text{نضع } v_n = 1 - \frac{1}{2n} \text{ ومنه } u_n = (v_n)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n)^n = 1 \text{ فإن } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 1$$

جواب التلميذ C :

$$\text{لدينا: } \ln u_n = n \ln \left(1 - \frac{1}{2n}\right) \text{ إذن } \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 \times \frac{\ln \left(1 - \frac{1}{2n}\right)}{\frac{1}{2n}} = 2 \text{ ومنه } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e^2$$

- (1) أ- هل جواب كل تلميذ صحيح أم خطأ؟ علل جوابك
- ب- ماهي أسباب الأخطاء المرصودة (إن وجدت) لدى كل تلميذ؟
- ج - ماهي مصادر هذه الأخطاء؟
- (2) اقترح حلا لهذا التمرين لتقدمه في حصة دراسية.
- (3) اقترح وضعيتين من أجل إبراز الجانب الوظيفي للمتتاليات:

أ- الوضعية الأولى مرتبطة بالحياة اليومية.

ب- الوضعية الثانية مرتبطة بحل المسائل.