الموضوع الأول ـ الجزء الأول

1) موقع الدرس حسب المستوى والشعبة المحددين مقتطف التوجيهات التربوية :

يندرج درس المتتاليات العددية ضمن برنامج الرياضيات المقررة في الأسدس الأول للسنة الثانية باكالوريا بالنسبة لشعبة العلوم التجريبية بمسلكيها (علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض) ويأتي بعد درس دراسة الدوال العددية وقبل درس الدوال الأصلية.

2) القدرات المنتظرة من درس المتتاليات العددية :

- استعمال المتتاليات الهندسية و الحسابية في دراسة من متتاليات من صنف : $u_{n+1}=au_n+b$ و $u_{n+1}=\dfrac{au_n+b}{cu_n+d}$
- استعمال نهايات المتتاليات المرجعية و مصاديق التقارب لتحديد نهايات متتاليات عددية
- استعمال المتتاليات في حل مسائل متنوعة من مجالات مختلفة
- تحديد نهاية متتالية (u_n) متقاربة من الشكل $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I و تحقق $f(I)\subset I$

3) ثلاث إمتدادات مقبلة لدرس المتتاليات العددية :

- في درس التكامل : دراسة متتاليات عددية معرفة بتكاملات
- في درس الأعداد العقدية : دراسة متتاليات نقط (M_n) في المستوى العقدي، بحيث تحقق ألحاقها z_n خاصية معينة
- في درس حساب الاحتمالات : دراسة متتاليات عددية (p_n) معرفة باحتمال حدث

4) أ) البرهنة على الخاصية : $(\forall n\geq p)\ 2u_{n+1}=u_n+u_{n+2}\Rightarrow$ **متتالية حسابية** $(u_n)_{n\geq p}$

$$(\forall n\geq p)\ 2u_{n+1}=u_n+u_{n+2}\Rightarrow(\forall n\geq p)\ u_{n+2}-u_{n+1}=u_{n+1}-u_n$$
$$\Rightarrow \text{متتالية ثابتة } (u_{n+1}-u_n)_{n\geq p}$$
$$\Rightarrow (\exists! r\in\mathbb{R})(\forall n\geq p): u_{n+1}-u_n=r$$
$$\Rightarrow (\exists! r\in\mathbb{R})(\forall n\geq p): u_{n+1}=u_n+r$$
$$\Rightarrow (u_n)_{n\geq p} \text{ متتالية حسابية}$$

ب) مثال تطبيقي للخاصية :

لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي $(\forall n\in\mathbb{N})\ v_{n+1}=\dfrac{v_n}{1+v_n}$ و $v_0=1$ نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_n=\dfrac{1}{v_n}$

- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ 2u_{n+1}=u_n+u_{n+2}$
- استنتج أن المتتالية (u_n) حسابية، محددا أساسها وحدها الأول
- أكتب u_n بدلالة n ثم استنتج تعبير v_n بدلالة n
- أحسب نهاية المتتالية (u_n)، ثم استنتج حساب نهاية المتتالية (v_n)

5) أهمية المتتاليات الحسابية و الهندسية في برامج الرياضيات بالثانوي التأهيلي :

- تؤدي دراسة متتاليات من صنف $u_{n+1} = au_n + b$ الى الاستعانة بمتتالية مساعدة على شكل $v_n = u_n - \alpha$ حيث α نقطة ثابتة للدالة العددية f المعرفة بما يلي $f(x) = ax + b$ ونحصل على : (v_n) متتالية هندسية، و يتم تحديد حدها العام والعودة لتحديد الحد العام للمتالية الترجعية (u_n) مما يتيح مثلا حساب نهايتها بعد معرفة حدها العام بشكل صريح.
- تؤدي دراسة متتاليات من صنف $u_{n+1} = \dfrac{au_n + b}{cu_n + d}$ الى الاستعانة بمتتالية مساعدة على شكل $v_n = \dfrac{1}{u_n - \alpha}$ حيث α نقطة ثابتة للدالة العددية f المعرفة بما يلي $f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ وبشروط خاصة على المعاملات a، b ، c و d
و نحصل على : (v_n) متتالية حسابية، و يتم تحديد حدها العام والعودة لتحديد الحد العام للمتالية الترجعية (u_n) مما يتيح مثلا حساب نهايتها بعد معرفة حدها العام بشكل صريح.
- تتيح المتتاليات الهندسية والحسابية في بعض الوضعيات حساب مجاميع حدود متتابعة
- تتيح المتتاليات الهندسية و الحسابية حساب مساحات بعض الاشكال الهندسية
- تتيح المتتاليات الهندسية والحسابية نمذجة بعض الوضعيات والمسائل المتعلقة بتطور وتوزيع مقادير عددية بوثيرة ثابتة أو وثيرة تناسبية، كحساب الرأسمال و نسب الفوائد في المجال الاقتصادي و دراسة تكاثر بعض الكائنات الحية في البيولوجيا

6) إثبات المبرهنة : $-1 < a < 1 \Rightarrow \lim\left(a^n\right) = 0$

لاثبات هذه المبرهنة لابد أولا من إثبات متفاوتة HÖLDER التالية: $(\forall n \in \mathbb{N})(\forall \varepsilon > 0)\ (1+\varepsilon)^n \geq 1 + n\varepsilon$

وذلك باستعمال البرهان بالترجع ثم ثانيا اثبات المبرهنة التالية : $q > 1 \Rightarrow \lim\left(q^n\right) = +\infty$

ليكن $q > 1$ ، نضع $\varepsilon = q - 1$ ، لدينا $\varepsilon > 0$ ولدينا $(1+\varepsilon)^n \geq 1 + n\varepsilon$ حسب متفاوتة HÖLDER

بما أن $\lim(1 + n\varepsilon) = +\infty$ (لان $\varepsilon > 0$) فإن $\lim(1+\varepsilon)^n = +\infty$ ومنه $\lim\left(q^n\right) = +\infty$

وبالعودة الآن للمبرهنة الرئيسية المطلوبة، نعتبر $a \in]-1,1[\setminus \{0\}$ ، ونضع $b = \dfrac{1}{|a|}$

بما أن $|a| < 1$ فإن $\dfrac{1}{|a|} > 1$ ومنه $b > 1$

ومنه حسب المبرهنة السابقة $\lim\left(b^n\right) = +\infty$ وهذا يعني $\lim\left(\dfrac{1}{|a|}\right)^n = +\infty$

بما ان $\lim\left(\dfrac{1}{|a|}\right)^n = \dfrac{1}{\lim\left(|a|^n\right)}$ فإن $\lim\left(|a|^n\right) = 0$

وبالتالي $\lim\left(a^n\right) = 0$

7) صعوبة البرهنة على المبرهنة لمستوى الثانية باكالوريا شعبة العلوم التجريبية :

- صعوبة في استحضار مبرهنة HÖLDER $(\forall n \in \mathbb{N})(\forall \varepsilon > 0)\ (1+\varepsilon)^n \geq 1 + n\varepsilon$
- صعوبة في اثبات مبرهنة HÖLDER بالاعتماد على البرهان بالترجع
- صعوبة في استحضار المبرهنة $q > 1 \Rightarrow \lim\left(q^n\right) = +\infty$ وإثباتها بالاعتماد على مبرهنة HÖLDER
- صعوبة في استحضار خاصيات حساب نهاية متتالية بالاعتماد على الترتيب

8) وضعية لتوظيف المتتاليات لحل مسألة متعلقة بالتقريب :

الوضعية التالية تتيح تقريب العدد اللاجذري $\sqrt{2}$ بمتتالية اعداد جذرية

نعتبر المتتالية المعرفة بما يلي : $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right)$ و $u_0 = 2$

- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n > 0$
- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2}\frac{\left(u_{n+1} - \sqrt{2}\right)^2}{u_n}$ ثم استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N})\ u_n > \sqrt{2}$
- تحقق أن $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2}\left(u_{n+1} - \sqrt{2}\right) + \left(\frac{1}{u_n} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
- استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N})\ \left|u_n - \sqrt{2}\right| < \left(\frac{1}{2}\right)^n$ تعليق : u_n قيمة مقربة للعدد $\sqrt{2}$ بالدقة $\left(\frac{1}{2}\right)^n$
- استنتج حساب $\lim u_n$

9) ثلاث فوائد لتوظيف الأداة المعلوماتية في درس المتتاليات العددية :

- حساب حدود بعض المتتاليات العددية المعرفة بصيغة صريحة باستعمال برنامج Excel
- تقديم قيم مقربة لحدود المتتاليات العددية المعرفة بصيغة ترجعية باستعمال برنامج Excel
- تقديم مفهوم نهاية متتالية عددية باستعمال برنامج Excel

الموضوع الأول ـ الجزء الثاني :

1) بطاقة تقنية لدرس المتتاليات العددية للسنة الثانية باكالوريا شعبة العلوم التجريبية :

عنوان الدرس	المتتاليات العددية
مدة الإنجاز	15 ساعة
المكتسبات القبلية	- الاتصال و الاشتقاق - المتتاليات العددية في السنة الأولى باكالوريا ، المتتاليات الحسابية والهندسية ، رتابة متتالية متتالية، اكبار اصغار محدودية متتالية - حساب نهايات الدوال العددية - البرهان بالترجع - الحساب العددي والحرفي ، حل المعادلات - الترتيب والمقارنة والتاطير - القيمة المطلقة ، المجالات ، القيم المقربة - النشر والتعميل والمتطابقات الهامة ، إشارة تعبير : ثلاثية الحدود، حدانية ...
الامتدادات المقبلة	- الاعداد العقدية : دراسة متتالية نقط في المستوى العقدي بحيث تحقق أحاقها خاصية معينة - الحساب التكاملي : دراسة متتالية عددية معرفة بتكامل دالة عددية - حساب الاحتمالات : دراسة متتالية عددية معرفة باحتمال حدث - دراسة ظواهر بيولوجية، فيزيائية وكيميائية تتوزع بانتظام مع وحدات منفصلة في الزمن

التوجيهات التربوية	- كل دراسة نظرية لمفهوم نهاية متتالية نعتبر خارج البرنامج - اعتبارا لكون المتتالية العددية دالة عددية معرفة على مجموعة الاعداد الصحيحة الطبيعية، و انطلاقا من نهايات بعض الدوال المرجعية, يتم في المرحلة الاولى قبول نهايات المتتاليات $(n)_n$ و $(n^2)_n$ و $(n^3)_n$ و $(\sqrt{n})_n$ و $(n^p)_n$ و المتتاليات $\left(\frac{1}{n}\right)_n, \left(\frac{1}{n^2}\right)_n, \left(\frac{1}{n^3}\right)_n, \left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)_n, \left(\frac{1}{n^p}\right)_n$ حيث p عدد صحيح طبيعي اكبر من 3 - اذا كانت (v_n) متتالية عددية تحقق : $\alpha \succ 0$ ، $n \geq p; v_n \geq \alpha u_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ فان $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ - اذا كانت (v_n) متتالية عددية تحقق : $\alpha \succ 0$ ، $n \geq p; \lvert v_n - l \rvert \leq \alpha u_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ فان $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = l$ - تعتبر العمليات على النهايات المنتهية و اللامنتهية مقبولة و ينبغي تعويد المتعلمين على الاستعمال الصحيح لها - ينبغي العمل على توظيف الأداة المعلوماتية في هذا الفصل - يتم قبول مصاديق التقارب بعد تقديمها اعتمادا على انسجام العمليات على النهايات مع الترتيب وفي وضعيات ملموسة و متدرجة و ذلك انطلاقا من حالات خاصة - اذا كانت $(u_n)_n$ متتالية تحقق : $\forall n; v_n \leq u_n \leq w_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty} w_n = l$ فان $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = l$ - تتم معالجة مسائل تؤول الى دراسة متتاليات ترجعية من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$: حيث f دالة متصلة على مجال I و تحقق $f(I) \subset I$. - $u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d}$ في حالات خاصة - تتم معالجة مسائل تؤدي الى دراسة متتاليات من النوع $v_n = f(u_n)$ في حالات خاصة - تقبل الخاصيات التالية : اذا كانت المتتالية من نوع $u_{n+1} = f(u_n)$, حيث f دالة متصلة على مجال I و تحقق $f(I) \subset I$, متقاربة و نهايتها هي I فان l هي حل للمعادلة $f(x) = x$ - اذا كانت المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة و نهايتها هي l و اذا كانت الدالة f متصلة في l فان المتتالية $(v_n = f(u_n))$ متقاربة و نهايتها هي $f(l)$ - تتم دراسة نهاية المتتالية $(a^n)_n$ $a \in IR$, و نهاية المتتالية $(n^\alpha)_n$ حيث $\alpha \in Q^*$, على ان تعتبر فيما بعد نهايات اعتيادية - تقدم دراسة الدوال على دراسة المتتاليات.
الأهداف والقدرات المنتظرة	**- استعمال المتتالية الهندسية و المتتالية الحسابية في دراسة امثلة من متتاليات من الشكل :** $u_{n+1} = au_n + b$, $u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d}$ **- استعمال نهايات المتتاليات المرجعية و مصاديق التقارب لتحديد نهايات متتاليات عددية** **استعمال المتتاليات في حل مسائل متنوعة من مجالات مختلفة - تحديد نهاية متتالية** $(u_n)_n$ **متقاربة من الشكل** $u_{n+1} = f(u_n)$ **حيث** f **دالة متصلة على مجال** I **و تحقق** $f(I) \subset I$.
الوسائل الديداكتيكية	- السبورة - الآلة الحاسبة - برنامج Excel

المراجع المعتمدة	- التوجيهات التربوية - الأطر المرجعية - الكتاب المدرسي - مواقع الكترونية
اليات التشخيص و الدعم	- اختبار QCM - سلسلة التمارين تضم نماذج امتحانات وطنية سابقة و أخرى مقترحة للتمرن - تمارين من الكتاب المدرسي
فقرات الدرس	- أنشطة تذكيرية - نهاية متتالية : نهاية منتهية ، نهاية لامنتهية - مصاديق تقارب المتتاليات - مصاديق تقارب المتتالية $(n^{\alpha})_n$ - نهاية المتتالية العددية $(q^n)_n$ - تقارب متتالية تزايدية ومكبورة – تقارب متتالية تناقصية ومصغورة - دراسة متتالية من صنف $v_n = f(u_n)$ - دراسة متتالية من صنف $u_{n+1} = f(u_n)$

2) الصعوبات المعرفية المنتظرة في تدبير الدرس :

- صعوبة في استحضار المكتسبات القبلية (أنظر الجدول السابق)
- صعوبة في تطبيق خاصيات المتتاليات الحسابية والهندسية لدراسة متتاليات عددية ترجعية
- صعوبة في استيعاب مفهوم نهاية متتالية عددية باعتماد التعريف التعريف الطبولوجي (انطلاقا من رتبة معينة ...)
- صعوبة في اختيار التقنية المناسبة لحساب نهاية متتالية عددية معرفة بصيغة صريحة
- صعوبة حساب نهاية المتتالية $(q^n)_n$
- صعوبة استيعاب وجود متتاليات لا تقبل نهاية
- صعوبة التي يشير اليها مصلح متباعدة (لها نهاية غير منتهية أو ليست لها نهاية)
- صعوبة في تطبيق مصاديق تقارب المتتاليات لحساب نهاية متتالية عددية
- صعوبة في اثبات اكبار أو اصغار متتالية عددية
- صعوبة في دراسة رتابة متتالية
- صعوبة في تطبيق شروط تحديد نهاية مركب دالة عددية ومتصلة ومتتالية عددية متقاربة

3) اقتراح وضعية لمعالجة احدى الصعوبات :

الصعوبة	وضعية المعالجة
حساب نهاية المتتالية $(q^n)_n$	1) أحسب نهاية المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية : أ) $u_n = \dfrac{2^n}{3^n}$ ب) $u_n = -5\left(\dfrac{3}{2}\right)^n$ ج) $u_n = 2^n - 3^n$ ج) $u_n = \dfrac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n}$ د) $u_n = \left(\dfrac{3}{\pi}\right)^n$ 2) أحسب نهاية المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية : أ) $u_n = 1 + \dfrac{3}{2} + \dfrac{9}{4} + \dfrac{27}{8} + \ldots + \left(\dfrac{3}{2}\right)^n$ ب) $u_n = 0,1 + 0,01 + 0,001 + \ldots + \underbrace{0,0\ldots01}_{n\,zéro}$

الموضوع الثاني :

1) التعريف بمعيار المطابقة، الذي تستند عليه الأطر المرجعية لبناء مواضيع الامتحانات الاشهادية :

هو التحقق من مدى مطابقة الوضعيات المقترحة في الامتحانات الاشهادية لما تنص عليه الأطر المرجعية للامتحان على المستويات التالية : مستوى الكفايات والمهارات ، مستوى الموارد الدراسية ومجالاتها و مستوى شروط الإنجاز

2) أهداف الاطر المرجعية و علاقتها بالبرنامج الدراسي :

(المرجع : المذكرة 47 بتاريخ 31 مارس 2006 حول اعداد مواضيع الامتحان الوطني و الجهوي الموحد)

تتلخص أهداف الأطر المرجعية في :

- توحيد الرؤية بين مختلف اللجن المكلفة بوضع الامتحان الموحد حول ما يجب أن يستهدفه الامتحان بغض النظر عن تعدد الكتاب المدرسي الخاص بكل مادة؛
- السعي إلى الرفع من صلاحية مواضيع الامتحانات الإشهادية عبر الرفع من تغطيتها المنهاج الدراسي الرسمي وتمثيليتها له، وذلك في اتجاه التصريف الفعلي لمبدإ تكافؤ الفرص؛
- توحيد المرجعيات بالنسبة لكل المتدخلين والمعنيين لجعل الامتحان يقوم على أساس تعاقدي بين جميع الأطراف المعنية، مدرسين وتلاميذ و لجن إعداد المواضيع؛
- إيجاد سند لتقويم مواضيع الامتحانات الإشهادية؛
- توفير موجهات لبناء فروض المراقبة المستمرة واستثمار نتائجها في وضع الآليات الممكنة من ضمان تحكم المتعلمين في المضامين والكفايات الأساسية للمناهج الدراسية
- تحديد دقيق لما يستهدفه الامتحان الاشهادي

3) المجالات الرئيسية ونسب الأهمية في الأطر المرجعية المكيفة للموسم الدراسي 2019-2020 :

جداول التخصيص

أ . حسب المجالات الرئيسية

المجالات	المجالات الفرعية	نسبة الأهمية
التحليل	المتتاليات العددية الاتصال والاشتقاق ودراسة الدوال وحساب التكامل	75%
الجبر والهندسة	الأعداد العقدية	25%
المجموع		100%

الموضوع الثالث

1) تحليل إجابة التلميذ A

	الفهم	الانجاز	المصداقية	لأخطاء الواردة	المصادر المحتملة	نوع الخطأ	طريقة المعالجة
السؤال الأول	فهم المطلوب	قام بمراحل مهمة في الانجاز	توصل التلميذ الى النتيجة الصحيحة لكن بطريقة غير صحيحة منطقيا	اختيار حالتين خاصيتن للبارامتر الحقيقي m بشكل غير مبرر	الخلط بين البارامتر الحقيقي و العدد الصحيح الطبيعي	استراتيجي	التذكير بالحل العام لمعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد
				قام بتعميم خاطئ، وذلك بمجرد أن حدد نقطة تقاطع مستقيمين عمم النتيجة على جميع المستقيمات الأخرى كيفما كانت قيمة m	عدم الفهم السليم لمعنى لكل عدد حقيقي m ، فغالبا فهمه بان له الحق في تعويضه بأية قيمة محددة يشاء	ابستيمولوجي	
السؤال الثاني	فهم المطلوب	قام بمراحل مهمة في الانجاز	لم يتوصل التلميذ الى الجواب الصحيح عن السؤال	اختيار النقطة B(2,5) كحالة خاصة ليس استراتيجية صحيحة للجواب، ولكن تبقى طريقة تجريبية	عدم القدرة على ترييض المطلوب	استراتيجي	اعتبار نقطة M(x,y) نقطة من المستوى والبحث عن وجود عدد حقيقي m بحيث تكون النقطة M تنتمي للمستقيمات Dm
				التعميم الخاطئ النتيجة التي توصل اليها في حالة النقطة B على جميع المستقيمات الأخرى	الاعتماد على المنهج التجريبي الاستقرائي أي التعميم انطلاقا من دراسة حالات خاصة	ابستيمولوجي	

2) توضيح إضافي لتدقيق جواب التلميذ A على السؤال الأول

كيفما كانت قيمة العدد الحقيقي m، نعتبر نقطة $M(x,y)$ من المستوى بحيث تنتمي الى جميع المستقيمات Dm

هذا يعني أن $(m+1)x-(2m-1)y-4m+2=0$

ولدينا

$$(m+1)x-(2m-1)y-4m+2=0 \Leftrightarrow m(x-2y-4)+(x+y+2)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y-4=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases}$$

يعني أن جميع المستقيمات Dm تمر من النقطة $A(0,-2)$

<u>إضافة تصحيح السؤال الثاني :</u>

لتكن $M(x_0,y_0)$ من المستوى،

لدينا $(m+1)x_0-(2m-1)y_0-4m+2=0 \Leftrightarrow m(x_0-2y_0-4)+(x_0+y_0+2)=0$

- إذا كان $x_0-2y_0-4\neq 0$ فإن $m=-\left(\dfrac{x_0+y_0+2}{x_0-2y_0-4}\right)$

وبالتالي من النقطة $M(x_0,y_0)$ يمر مستقيم معادلتة ديكارتية له هي $(m+1)x-(2m-1)y-4m+2=0$

- إذا كان $x_0-2y_0-4=0$ سنناقش حالتين :
  - إذا كان $x_0+y_0+2\neq 0$ فإنه لا يوجد أي مستقيم يمر من النقطة $M(x_0,y_0)$
  - إذا كان $x_0+y_0+2=0$ فإنه حسب السؤال الأول سنحصل على $\begin{cases} x_0=0 \\ y_0=-2 \end{cases}$

  وبالتالي النقطة M هي النقطة A التي تمر منها جميع المستقيمات Dm

3) تحديد الأخطاء الواردة في جواب التلميذ B

	الأخطاء الواردة	المصادر المحتملة (إضافة)	نوع الخطأ (إضافة)	طريقة المعالجة (إضافة)
السؤال الأول	الاعتماد على إنشاء ثلاث مستقيمات خاصة وذلك بأخذ حالات خاصة لقيم البارامتر الحقيقي m بشكل غير مبرر	الاعتماد الضمني على نتيجة السؤال	استراتيجي	التذكير بالحل العام لمعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد
	الاعتماد على ملاحظة الشكل	الاعتماد على المنهج التجريبي الاستقرائي	استراتيجي	
السؤال الثاني	بما أن عدد المستقيمات Dm كبير جدا فأي نقطة من المستوى لابد أن يمر من خلالها على الأقل مستقيم واحد منها	تصور خاطئ لمفهوم حزمة المستقيمات Dm المارة من نقطة ثابتة في المستوى بحيث تخيلها وكأنها تشكل المستوى	ابستيمولوجي	تقديم مثال مضاد لنقط من المستوى لا تنتمي الى حزمة مستقيمات تمر من نقطة ثابتة في المستوى