مقترح تصحيح امتحان الكفاءة المهنية لولوج الدرجة الأولى من إطار أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي

– دورة دجنبر 2021–

من إنجاز الأستاذين: الحسن بولنبا وعلي تاموسيت

ملاحظة عامة

من خلال قراءةٍ في اختبار ديداكتيك الرياضيات، نلاحظ أنه استهدف المستويات الثلاثة للسلك الثانوي التأهيلي للشعب العلمية (الجذع المشترك العلمي، الأولى بكالوريا علوم تجريبية، الثانية بكالوريا علوم تجريبية)، وهو ما يستوجب اطلاعا جيدا على برامج وتوجيهات وخصوصيات جميع المستويات والشعب المكونة لهذا السلك. كما أن المواضيع المقترحة متنوعة (اقتراح سلسلة تمارين، نص تاريخي، مقطع من حل تمرين تطبيقي مقترح من طرف أستاذ، إنتاجات متعلمين) وتتطلب اطلاعا جيدا على مجموعة من الوثائق التربوية(التوجيهات التربوية والمذكرة 08-142) بالإضافة إلى القراءات التكوينية الشخصية.

ملاحظة هامة: يرجى قراءة نص الموضوع الاختبار في المرفقات أسفله قبل الشروع في الاطلاع على الحل المقترح.

الموضوع الأول (10 نقط)

قراءة سريعة للموضوع

خُصص لهذا الموضوع نصف النقطة الإجمالية لاختبار ديداكتيك الرياضيات. ويتكون هذا الموضوع من جزأين في كل واحد منهما يتم الاشتغال على وثيقة بيداغوجية.
فبالنسبة للجزء الأول تم اقتراح سلسلة من ستة تمارين حول درس المعادلات والمتراجحات والنظمات لمستوى الجذع المشترك العلمي، وقد استهدف هذا الجزء قياس مدى تمكن المدرس من مَعلمة درس ضمن تسلسلين مترابطين (ترتيب وفق التوزيع الدوري الرسمي والآخر ترتيب يستند على تحديد الفرض المحروس المتضمن للدرس وفق المذكرة 08-142) وأيضا مدى تمكن المدرس من تحديد القدرات المنتظرة. واستهدف هذا الجزء كذلك دراسة بعض التمارين من خلال تحديد المكتسبات القبلية الضرورية للإنجاز والصعوبات المرتقبة وكذلك مدى ملاءمة هذه التمارين لاقتراحها ضمن فرض محروس أو فرض منزلي.
والملحوظ كذلك، إدراج سؤال معرفي حول اقتراح تعريف لمفهوم المهارة في المجال التربوي واستثمار هذا المفهوم لربط تمرين أو أكثر بمهارة محددة يتطلبها الحل.
وفيما يخص الجزء الثاني للموضوع، فيمكن اعتباره منسجما مع الجزء الأول لكونه يستهدف حل بعض المعادلات باستعمال طريقة الخوارزمي، وهو ما يشكل مدخلا لتقديم المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد باعتماد سياق تاريخي "محفز". وتجدر الإشارة إلى أن الجواب على أسئلة هذا الجزء يتطلب استيعابا جيدا للمقتطفين المكوِنَين للوثيقة المقترحة.

السؤال الأول :

a)- يأتي درس المعادلات والمتراجحات والنظمات، حسب التوزيع الدوري الرسمي لمستوى الجذع المشترك العلمي، ثامنا في ترتيب دروس الدورة الأولى بين درسي الحدوديات والحساب المثلثي، وخامسا ضمن مكون مجموعات الأعداد والحساب العددي (حسب التوجيهات التربوية).
b)- حسب منطوق مذكرة المراقبة المستمرة 08-142، يندرج درس المعادلات والمتراجحات والنظمات كمكون ضمن الفرض المحروس الثالث للدورة الأولى.

السؤال الثاني :

انطلاقا من التوجيهات التربوية، القدرات المنتظرة من درس المعادلات والمتراجحات والنظمات هي كالآتي:

- حل معادلات ومتراجحات تؤول في حلها إلى معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى أو الثانية بمجهول واحد.
- حل نظمات من الدرجة الأولى بمجهولين باستعمال مختلف الطرائق (التأليفة الخطية، التعويض، المحددة).
- ترييض وضعيات تتضمن مقادير متغيرة باستعمال تعابير أو معادلات أو متراجحات أو متفاوتات أو نظمات.
- التمثيل المبياني لحلول متراجحات أو نظمات متراجحات من الدرجة الأولى بمجهولين واستعماله في تجويه المستوى وحل مسائل بسيطة حول البرمجة الخطية.

السؤال الثالث:

a)- في المجال التربوي، يقصد بالمهارة قدرة المتعلم على القيام بإنجاز مهمة بدقة وإتقان.
ويعرفها عبد الكريم غريب، في معجم المنهل التربوي (منشورات علوم التربية، الطبعة الأولى، 2006)، هدفا من أهداف التعليم، يشمل كفايات المتعلمين وقدرتهم على أداء مهام معينة بكيفية دقيقة أو متناسقة أو ناجعة ...؛ ويترجم هذا الأداء درجة التحكم في أهداف إتقان Savoir-faire ...؛

b)- يتطلب إنجاز كل من التمرينين المرقمين 01 و 03 توظيفا لمهارة التحليل والتركيب.

السؤال الرابع :

a)- اقتراح طريقتين لحل التمرين رقم 02:

	الطريقة الأولى	الطريقة الثانية	الطريقة الثالثة
المعادلة (1)	تغيير "المتغير" بوضع $t=\lvert x-1\rvert$	إتمام متطابقة هامة للحصول على المعادلة المكافئة $(\lvert x-1\rvert-1)^2-4=0$	فصل الحالات
المعادلة (2)	تغيير "المتغير" بوضع $t=\sqrt{x^2+x+2}$	إتمام متطابقة هامة للحصول على المعادلة المكافئة $\left(\sqrt{x^2+x+2}+1\right)^2-9=0$	[redacted]

b)- جرد المكتسبات القبلية الضرورية لإنجاز التمرين رقم 02:

المعادلة (1)	المعادلة (2)
❖ المتطابقات الهامة	❖ دراسة إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية
❖ خصائص القيمة المطلقة	❖ المتطابقات الهامة
❖ حل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد	❖ خاصيات الجذور المربعة
❖ حل معادلات بسيطة تحتوي على القيمة المطلقة	❖ حل معادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

c)- صعوبتان متوقعتان لدى التلاميذ لإنجاز التمرين رقم 02:

- ➢ اختيار "المتغير" المناسب لجعل المعادلة تؤول إلى معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد.
- ➢ تحديد حلول المعادلتين الأصليتين انطلاقا من حلول المعادلات المنبثقة عن كل واحدة منهما (المعادلتين الأصليتين)، وخصوصا في حالة اعتماد طريقة فصل الحالات بالنسبة للمعادلة الأولى.

السؤال الخامس :

إمكانية اقتراح التمرين رقم 05 كنشاط تقويمي في الحالتين التاليتين:

a)- فرض محروس: بالرجوع إلى التوجيهات التربوية، نجد أن المعادلات البارامترية من الدرجة الثانية تعتبر خارج المقرر. وعليه، لا يمكن اقتراح هذا التمرين في هذه الحالة.

b)- فرض منزلي: يعتبر هذا النوع من التمارين فرصة لتنمية قدرات المتعلم على الاستدلال بفصل الحالات في سياق حل المعادلات وهو ما ينسجم مع التوجيهات التربوية. ومنه، يمكن اقتراح هذا التمرين في هذه الحالة.

السؤال السادس :

a)- من خلال قراءة للمقتطف الأول، نستنتج أن:

الجذر	المال	العدد المفرد
المجهول x	مربع المجهول x^2	العدد المعلوم

ومنه الصياغة الجديدة للمعادلة الواردة في المقتطف الثاني (مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما) هي: $x^2+10x=39$.

b)-تحديد الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة السابقة من خلال المقتطف الثاني:

فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد فمثل قولك مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أي مال إذا زدت عليه مثل عشرة أجذاره بلغ ذلك تسعة وثلاثين، فبابه أن **تنصف الأجذار**(1) وهي في هذه المسألة خمسة **فتضربها في مثلها**(2) فتكون خمسة وعشرين **فتزيدها**(3) على التسعة والثلاثين فتكون أربعة وستين **فتأخذ جذرها**(4) وهو ثمانية **فتنقص منه نصف الأجذار**(5) وهو خمسة **فيبقى ثلاثة وهو جذر المال** الذي تريد والمال تسعة.

انطلاقا من المقتطف السابق، نورد الطريقة المعتمدة من طرف الخوارزمي في الخطوات التالية:

- ☐ **الخطوة (1):** تحديد نصف الأجذار $\frac{10}{2}=5$
- ☐ **الخطوة (2):**تربيع نصف الأجذار $5^2=25$
- ☐ **الخطوة (3):**إضافة العدد المفرد لمربع نصف الأجذار $25+39=64$
- ☐ **الخطوة (4):**تحديد جذر الناتج وهو $\sqrt{64}=8$
- ☐ **الخطوة (5):**تحديد جذر المال وهو الناتج الأخير منقوص منه نصف الأجذار $8-5=3$

تُعرف هذه الطريقة تحت مسمى طريقة استكمال المربع La méthode de la complétion du carré (ولها ما يبررها هندسيا).

c)- الأداة الأساسية التي وظفها الخوارزمي لحل المعادلة السابقة هي إتمام المربعات، وبالتعبير الحالي استعمل الشكل القانوني لثلاثية الحدود من الدرجة الثانية.

d)- حدود الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة السابقة هي:

- ➢ صالحة فقط للمعادلات من نوع $x^2+ax=b$ حيث a و b عددان صحيحان طبيعيان يحققان $\left(\frac{a}{2}\right)^2+b$ مربع كامل.
- ➢ في حالة وجود حلول فإنها تمكن من الحصول على الحل الموجب فقط.

e)-المعادلة $3x+4=x^2$ تصاغ بلغة الخوارزمي كما يلي: مال يعدل ثلاثة أجذاره مضاف إليها أربعة دراهم.

الموضوع الثاني (3 نقط)

قراءة سريعة للموضوع

يهتم هذا الموضوع بالاستدلالات الرياضياتية المُدرسة في مستوى السنة الأولى بكالوريا علوم تجريبية، وبالخصوص بالاستدلال بالخلف.

في البداية تم تقديم قانون منطقي ينبني عليه البرهان بالخلف، ثم تَم اقتراح تمرين تطبيقي يستهدف البرهان بالخلف مصحوبا بجواب حرره الأستاذ.

السؤال الأول :

حسب التوجيهات التربوية، باقي الاستدلالات الرياضياتية المقررة في درس مبادئ في المنطق لمستوى الأولى بكالوريا علوم تجريبية هي:

- الاستدلال بمضاد العكس،
- الاستدلال بفصل الحالات،
- الاستدلال بالتكافؤ،
- الاستدلال بالترجع.

السؤال الثاني :

يعتمد الاستدلال بالخلف على مبدأين أساسيين و هما:

- مبدأ عدم التناقض،
- مبدأ الثالث المرفوع.

السؤال الثالث :

العبارتان P و Q المعبر عنهما في الخاصية والتي لم يتطرق إليهما الأستاذ في جوابه عن التمرين:

- العبارة P : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
- العبارة Q : $\text{pgcd}(a,b)=1$

السؤال الرابع :

ثلاثة مشاكل ديداكتيكية يطرحها تدريس الاستدلال بالخلف:

- لإعطاء أمثلة للبرهان بالخلف، غالبا ما تكون هناك حاجة إلى توظيف معارف أخرى (مكتسبات قبلية).
- لإنجاز برهان بالخلف، غالبا ما تكون هناك حاجة لمعارف في المنطق (نفي استلزام عبارتين، نفي عطف عبارتين،...) (معارف حديثة البناء=مكتسبات جديدة).
- في بعض الأحيان يصعب على التلاميذ التمييز بين الاستدلال بالخلف والاستدلال بمضاد للعكس.
- صعوبة الوصول للتناقض في الكثير من الأحيان (الوصول للتناقض ليس متاحا للجميع).

السؤال الخامس :

بالإضافة إلى كون الأستاذ لم يدقق/يحدد العبارتين P و Q في جوابه، فإنه لم يبرر المرور من زوجية كل من العددين a^2 و b^2 إلى زوجية كل من العددين a و b تواليا.

كما أنه في مرحلة الخلاصة لم يبرز التناقض ولم يعد إلى استنتاج أن الافتراض خاطئ وبالتالي فإن $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

السؤال السادس :

اقتراح وضعية (محلولة) في درس المتتالية العددية (لمستوى الأولى بكالوريا) يتم فيها توظيف الاستدلال بالخلف :

نعتبر المتتالية العددية المعرفة بحدها العام: $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

بين أنه لا يوجد أي حد u_n من حدود هذه المتتالية يحقق $u_n = 1$.

اقتراح وضعية (محلولة) في درس الهندسة الفضائية (لمستوى الأولى بكالوريا) يتم فيها توظيف الاستدلال بالخلف :

نعتبر مكعبا $ABCDEFGH$.
بين أن المتجهات $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AE}$ ليست مستوائية.

السؤال السابع :

اقتراح وضعية (محلولة) يتطلب انجازها طريقتين مختلفتين : طريقة أولى بتوظيف الاستدلال بالخلف وطريقة ثانية بتوظيف الاستدلال المضاد للعكس.

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا.
بين أنه إذا كان n^2 عددا زوجيا، فإن n عدد زوجي كذلك.

ملحوظة: حل الوضعيات الثلاث السابقة تُرك للقارئ.

الموضوع الثالث (7 نقط)

قراءة سريعة للموضوع

خُصص هذا الموضوع لدرس الاحتمال بالسنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية تم خلاله اقتراح تمرين مرفق بإنتاجات متعلمين قصد تحليلها لرصد الأخطاء المرتكبة وسبل تجاوزها. كما تم التطرق لإشكالات تقديم هذا الدرس مع استحضار الإمكانيات التي توفرها الأداة المعلوماتية في تقديم مفهوم احتمال حدث.

السؤال الأول :

	جواب صحيح	جواب خطأ	التعليل
التلميذة أمال	×		اختيار النموذج التعدادي المناسب مع استحضار أهمية الترتيب وتطبيق سليم للنموذج المختار للوصول لنتيجة صحيحة
التلميذ أحمد		×	بالرغم من اختيار النموذج التعدادي المناسب إلا أنه تم إغفال أهمية الترتيب
التلميذ محمد		×	اعتبار المتغير العشوائي المدروس حدانيا دون التحقق من شروطه (شروط إعادة أو تكرار تجربة عشوائية)

السؤال الثاني :

يمكن إجمال مصادر الأخطاء المرصودة أعلاه في مصدرين اثنين، وهما:

- مصدر ابستيمولوجي: صعوبة مفهوم الاحتمال في حد ذاته قد تجر التلميذ للخطأ.
- مصدر استراتيجي: الطريقة التي سلكها التلميذ هي التي أدت به للخطأ.

السؤال الثالث :

يمكن اقتراح وضعية/تمرين يتطلب إبراز أهمية الترتيب في حالة السحب بالتتابع عبر إدراج سؤال حول جرد الحالات الممكنة للسحب (ألوان السحبات الممكنة).

يمكن كذلك اقتراح وضعية ودراستها أنواع السحب الثلاثة لإبراز الاختلافات بين كل نوع.

السؤال الرابع :

التعديلات اللازم إدخالها على معطيات التمرين المقترح لكي يصير المتغير العشوائي X حدانيا وسيطاه 4 و $\frac{4}{9}$ هي:

- عدد الكرات المسحوبة: 4.
- نوع السحب: بالتتابع وبإحلال.

السؤال الخامس :

يطرح تقديم درس الاحتمالات عدة صعوبات، نذكر منها:

– بناء مفهوم الاحتمال: ندرة الوضعيات البنائية التي تسمح ببناء مفهوم احتمال حدث على ضوء توصية التوجيهات التربوية لاستعمال الأداة المعلوماتية لإبراز مفهوم استقرار حدث (كون أن المقاربة الترددية لتقديم مفهوم احتمال حدث لا تتحقق إلا من خلال محاكاة تجربة عشوائية عددا كبيرا من المرات).

– جِدة المفاهيم: جميع المعارف المقترحة بهذا الدرس جديدة على التلميذ، أي أنها ليست امتدادا مباشرا لمكتسبات قبلية. إضافة إلى أنها تشغل حيزا مهما من الدروس المقررة للأسدس الثاني (تشكل نسبة 80% في الفرض المحروس الثالث للأسدس الثاني).

– مقاربة حل المسائل: جل الوضعيات التي تُقترح في درس الاحتمالات ذات طابع ملموس (ما يستوجب فهم نص الوضعية)، وهو ما يصعب على التلميذ اختيار النموذج التعدادي المناسب.

السؤال السادس :

a)- تهدف المحاكاة في درس الاحتمالات بتوظيف الأداة المعلوماتية (محسبة باستعمال ملمس Rand أو مجدول Excel باستعمال دوال خاصة) إلى إثبات استقرار حدث عشوائي من خلال إعادة تجربة عشوائية عددا كبيرا من المرات (10000 مرة فما فوق).

b)- من بين الدوال التي يتيحها المجدول Excel والتي تسمح بمحاكاة تجربة عشوائية، نذكر ما يلي:

ALEA – NB.SI – ALEA.ENTRE.BORNES

مراجع:

- البرامج والتوجيهات التربوية الخاصة بتدريس مادة الرياضيات بسلك التعليم الثانوي التأهيلي (نونبر 2007).
- المذكرة 08-142 في موضوع التقويم التربوي بالسلك الثانوي التأهيلي لمادة الرياضيات.
- Bernard, D., Gardes, D., Gardes, M.-L. & Grenier, D. (2018). Le raisonnement par l'absurde, une étude didactique pour le lycée. *Petit x*, *108*, 5-40.

عناصر الإجابة الرسمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

من أطر أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي

دورة يونيو 2021

عناصر الإجابة

اختبار في ديداكتيك مادة التخصص : الرياضيات

المعامل	1

		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
(1	(a	موقع الدرس: في الدورة الأولى بين درسي الحدوديات و الحساب المثلثي.	0,5
	(b	الرقم التسلسلي للفرض المحروس الذي يندرج فيه هذا الدرس كمكون هو: 1.	0,5
(2		القدرات المنتظرة من هذا الدرس: - حل معادلات و متراجحات تؤول في حلها إلى معادلات و متراجحات من الدرجة الأولى أو الثانية بمجهول واحد - حل نظمات من الدرجة الأولى بمجهولين باستعمال مختلف الطرائق (التأليفة الخطية، التعويض، المحددة) - ترييض وضعيات تتضمن مقادير متغيرة باستعمال تعابير أو معادلات أو متراجحات أو متفاوتات أو نظمات - التمثيل المبياني لحلول متراجحات أو نظمات متراجحات من الدرجة الأولى بمجهولين و استعماله في تجويه المستوى و حل مسائل بسيطة حول البرمجة الخطية.	0,75
(3	(a	المهارة مجموعة من الأداءات و الإنجازات التي تساهم في تجلي القدرة، تؤسس على الأداء المتقن القائم على الفهم.	0,5
	(b	اعتمادا على التعريف المقدم، تحدد مهارة في كل من التمرينين المرقمين ب 01 و 03.	0,5+0,5
(4	(a	اقتراح طريقتين لحل التمرين رقم 02 الوارد في الوثيقة 1.	0,5+0,5
	(b	تحديد المكتسبات القبلية الضرورية لإنجاز التمرين.	0,5
	(c	تحديد صعوبتين متوقعتين لدى التلاميذ أثناء إنجاز التمرين رقم 02	0,5+0,5
(5	(a	لا يمكن اقتراح التمرين رقم 05 كفرض محروس لأن المعادلات البارامترية من الدرجة الثانية خارج المقرر حسب التوجيهات التربوية.	0,25
	(b	لا يمكن اقتراح التمرين رقم 05 كفرض منزلي لأن المعادلات البارامترية من الدرجة الثانية خارج المقرر حسب التوجيهات التربوية.	0,25
	(c	يمكن اقتراح التمرين رقم 05 كاختبار للتميز.	0,25
(6	(a	المعادلة الواردة في المقتطف الرابع من الوثيقة 2 باستعمال الترميز الحالي هي: $x^2+10x=39$	0,75
	(b	تحديد طريقة الحل التي اعتمدها الخوارزمي.	0,75
	(c	يندرج الحل الذي قدمه الخوارزمي في الإطار الهندسي ووظف فيه مفهوم المساحة.	0,5
	(d	الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في الحل تؤدي إلى الحصول على حلول موجبة.	0,75
	(e	ثلاثة أجذار وأربعة من العدد تعدل مالا.	0,75
(1		باقي الاستدلالات الرياضية المقررة في درس مبادئ في المنطق: الاستدلال بمضاد العكس، الاستدلال بفصل الحالات، الاستدلال بالتكافؤ، الاستدلال بالترجع.	0,25
(2		مبدأ الثالث المبعد (Principe du tiers exclu) ومبدأ التناقض (Principe de la contradiction).	0,25+0,25
(3		$P:\sqrt{2}\notin Q$ و $Q: a\wedge b=1$ (تستخرج العبارة Q في سياق الاستدلال)	0,25
(4		تحديد ثلاثة مشاكل يطرحها تدريس الاستدلال بالخلف.	3 X 0,25
(5		a^2 عدد زوجي إذن a عدد زوجي - b^2 زوجي ومنه b زوجي.	0,25
(6		اقتراح وضعية محلولة في كل من الدرسين التاليين يتم فيهما توظيف الاستدلال بالخلف: المتتاليات العددية - الهندسة الفضائية.	0,25+0,25
(7		اقتراح الوضعية	0,5

<table>
<tr><td>1)</td><td>تحليل أجوبة التلاميذ الثلاثة:
<table>
<tr><td></td><td>جواب صحيح</td><td>جواب خاطئ</td><td>التعليل</td></tr>
<tr><td>التلميذة أمال</td><td>جواب صحيح</td><td></td><td>حساب صحيح لعدد الإمكانيات في كل من الحدثين $(X=2)$ و Ω.</td></tr>
<tr><td>التلميذ أحمد</td><td></td><td>جواب خاطئ</td><td>عدم اعتبار الترتيب في حساب الاحتمال.</td></tr>
<tr><td>التلميذ محمد</td><td></td><td>جواب خاطئ</td><td>المتغير العشوائي X ليس حدانيا لأن تكرار الاختبار لا يتم بشكل مستقل.</td></tr>
</table></td><td>0,5+0,5+0,5</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>مصادر الأخطاء المرصودة لدى كل من التلميذين أحمد ومحمد ذات طابع استراتيجي أو ديداكتيكي.
التعليل: الأخطاء المرتبطة بعدم اعتبار الترتيب في حساب الاحتمال و عدم الانتباه إلى انتفاء الاستقلالية في تكرار الاختبار متعلقة بالكيفية التي يسلكها التلميذ (ة) في الإنجاز أو في تعلمه عموما (الطابع الاستراتيجي) أو بالأسلوب أو الطريقة المتبعة في التدريس التي قد تجر التلميذ (ة) للوقوع في نوع هذه الأخطاء... (الطابع الديداكتيكي).</td><td>0,5+0,5</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>اقتراح وضعية داعمة ارتباطا بكل خطأ مرصود.</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>السحب بالتتابع وبإحلال لأربع كرات من الكيس المحدد في نص التمرين.</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>5)</td><td>تحديد معلل لثلاث صعوبات تطرح عند تقديم درس الاحتمالات.</td><td>0,5+0,5+0,5</td></tr>
<tr><td>6) a)</td><td>تحديد مفهوم المحاكاة.</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>6) b)</td><td>ثلاث دوال للمبرمج Excel تسمح بمحاكاة تجربة عشوائية مثلا:
La fonction ALEA( ) – la fonction NB.SI – la fonction SI( )</td><td>0,75</td></tr>
</table>

المادة	اختبار في ديداكتيك مادة التخصص : الرياضيات	مدة الإنجاز :	ثلاث ساعات
		المعامل	1

H.E

تعليمات عامة

يتكون اختبار ديداكتيك مادة الرياضيات من ثلاثة مواضيع مستقلة فيما بينها **في 5 صفحات** الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية:

1. يرجى من المترشح (ة) الإجابة عن أسئلة الاختبار بما تستحقه من دقة وعناية.
2. لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها.
3. لا يسمح باستعمال أي وثيقة خارج نص الاختبار.
4. يراعى عند التصحيح حسن تقديم ورقة التحرير والكتابة بخط واضح ومقروء.
5. يمكن للمترشح (ة) إنجاز أسئلة الاختبار حسب الترتيب الذي يناسبه شريطة الإشارة إلى رقم السؤال وموقعه في الموضوع.

مكونات الاختبار

الموضوع الأول	10 نقط
الموضوع الثاني	3 نقط
الموضوع الثالث	7 نقط

الموضوع الأول: (10 نقط)

نقترح عليك الوثيقة التالية (**وثيقة 1**) المكونة من سلسلة تمارين اقترحها أستاذ على تلاميذ الجذع المشترك العلمي:

الوثيقة 1

Equations, inéquations et systèmes	
Ex01 : Soit a et b deux entiers naturels. Résoudre et discuter dans $\mathbb{N}$ l'équation : $\dfrac{a}{x-b}+\dfrac{b}{x-a}=2$	**Ex04 :** Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour que l'équation d'inconnue x : $(m-2)x^2-(m-4)x+m-3=0$ ait deux solutions α et β telles que : $\alpha<1<\beta$
Ex02 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : 1) $x^2-2x-2\|x-1\|-2=0$ 2) $x^2+x+2\sqrt{x^2+x+2}-6=0$	**Ex05 :** 1) Montrer que, pour tout nombre réel m, l'équation : $x^2-m(m-2)x-(m-1)^2=0$. admet deux solutions distinctes α et β. 2) Déterminer les valeurs de m pour que : $2\sqrt{\alpha+\beta-2(m-2)}-3\sqrt{-\alpha\beta}\geq 1$
Ex03 : Soient S et T les ensembles des solutions, dans $\mathbb{R}$, respectifs des équations : $x^2+x+p=0$ et $x^2+qx-3=0$ Déterminer les valeurs de p et q sachant que : $S\cup T=\{-2;-1;1;3\}$.	**Ex06 :** 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\|x^2-5x+7\|\leq 1$. 2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+3\sqrt{y}=8\\ \dfrac{3}{x}-5\sqrt{y}=-7\end{cases}$

1) a) حدد (ي) موقع هذا الدرس في التوزيع الدوري الرسمي.

b) حسب مذكرة المراقبة المستمرة 08- 142الصادرة بتاريخ 16 نونبر 2007 تحت موضوع : التقويم التربوي بالسلك الثانوي التأهيلي لمادة الرياضيات، ما هو الرقم التسلسلي للفرض المحروس الذي يندرج فيه هذا الدرس كمكون؟

2) ماهي القدرات المنتظرة من هذا الدرس؟

3) a) أعط تعريفا لمفهوم المهارة في المجال التربوي.

b) حدد (ي) مهارة واحدة يتطلبها إنجازكل من التمرينين المرقمين بـ 01 و03.

4) سنركز في هذا السؤال على التمرين رقم 02 الوارد في **الوثيقة 1**.

a) اقترح (ي) طريقتين لحل هذا التمرين.

b) ما هي المكتسبات القبلية الضرورية لإنجاز هذا التمرين؟

c) حدد (ي) صعوبتين متوقعتين لدى التلاميذ أثناء انجاز هذا التمرين.

5) هل يمكن اقتراح التمرين رقم 05 كنشاط تقويمي في كل حالة من الحالات التالية ؟ علل جوابك.

a) فرض محروس؟

b) فرض منزلي؟

6) يعتبر محمد بن موسى الخوارزمي (781م - 847م) من أبرز علماء الرياضيات المسلمين و ساهم بشكل فعال في حل المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد. جاء في مؤلفه " الجبر والمقابلة " ما يلي:

الوثيقة 2

المقتطف الأول: "ووجدت الأعداد التي يحتاج إليها في حساب الجبر و المقابلة على ثلاثة ضروب و هي جذور وأموال وعدد مفرد لا ينسب إلى جذر ولا إلى مال . فالجذر منها كل شيء مضروب في نفسه من الواحد وما فوقه من الأعداد وما دونه من الكسور، والمال كل ما اجتمع من الجذر المضروب في نفسه. والعدد المفرد كل ملفوظ به من العدد بلا نسبة إلى جذر ولا إلى مال" ص16 وص17

المقتطف الثاني: "فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد فمثل قولك مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أي مال إذا زدت عليه مثل عشرة أجذاره بلغ ذلك تسعة وثلاثين، فبابه أن تنصف الأجذار وهي في هذه المسألة خمسة فتضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة والثلاثين فتكون أربعة وستين فتأخذ جذرها وهو ثمانية فتنقص منه نصف الأجذار وهو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذي تريد والمال تسعة" ص18وص19.

المصدر: كتاب الجبر والمقابلة لمحمد بن موسى الخوارزمي، تقديم وتعليق: د. علي مصطفى مشرفة و د. محمد مرسي أحمد، مطبعة بول باربيه 1937.

بعد قراءتك **للوثيقة 2** أجب عن الأسئلة التالية:

a) اعط صياغة جديدة باستعمال الترميز الحالي للمعادلة الواردة في المقتطف الثاني.

b) حدد (ي) الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة موضوع السؤال 6) a)

c) حدد (ي) أداة أساسية وظفها الخوارزمي في صياغة هذا الحل.

d) ما هي حدود الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة؟

e) أعد (ي) بلغة الخوارزمي صياغة المعادلة: $3x+4=x^2$.

الموضوع الثاني: (3 نقط)

واصل أستاذ مادة الرياضيات تقديم فقرة الاستدلالات الرياضية من درس مبادئ في المنطق لقسم من مستوى الأولى علوم تجريبية، وذلك بالتطرق إلى **الاستدلال بالخلف**. بدأ الأستاذ بإعطاء الخاصية التي ينبني عليها الاستدلال بالخلف:

خاصية: لكل عبارتين P و Q لدينا العبارة: $\left[\left(\bar{P} \Rightarrow Q\right) \text{ و } \left(\bar{P} \Rightarrow \bar{Q}\right)\right] \Rightarrow P$ قانون منطقي.

عقب ذلك قدم الأستاذ التمرين التطبيقي التالي:

بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن: $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

قام الأستاذ بتحرير الجواب على السبورة كما يلي:

نفترض أن $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ إذن: $\exists (a;b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}^* \,/\, \sqrt{2} = \dfrac{a}{b}$ حيث أن a و b أوليان فيما بينهما.

ومنه: $a^2 = 2b^2 \quad (*)$

نستنتج من المتساوية $(*)$ أن a^2 عدد زوجي إذن a عدد زوجي. وهذا يعني أن: $\exists k \in \mathbb{N},\, a = 2k$

وبالتعويض في $(*)$، نحصل على: $4k^2 = 2b^2$ أي: $b^2 = 2k^2$. إذن b^2 زوجي ومنه: b زوجي.

وبالتالي العدد 2 قاسم مشترك لكل من a و b وهذا تناقض.

تساءل أحد التلاميذ عن غياب العبارتين P و Q في جواب الأستاذ فسأله: " أين P و Q يا أستاذ؟"
وكان جواب الأستاذ: "نقوم عادة بالبرهان بالخلف بهذه الطريقة والمهم لدينا هو إيجاد التناقض".

الأسئلة الموجهة للمترشح (ة):

1) اذكر(ي) باقي الاستدلالات الرياضية المقررة في درس مبادئ في المنطق.
2) ماهي المبادئ التي يعتمد عليها الاستدلال بالخلف؟
3) حدد(ي) العبارتين P و Q المعبر عنهما في الخاصية والتي لم يتطرق إليهما الأستاذ في جوابه عن التمرين.
4) حدد(ي) ثلاثة مشاكل ديداكتيكية يطرحها تدريس الاستدلال بالخلف.
5) ماهي المرحلة التي لم يدقق فيها الأستاذ جوابه عند حله للتمرين التطبيقي؟
6) تشير التوجيهات التربوية إلى أن درس المنطق لا ينتهي بانتهاء هذا الفصل بل ينبغي استثمار نتائجه، كلما سنحت الفرصة لذلك، بمختلف فصول المقرر اللاحقة.
   اقترح(ي) وضعية محلولة في كل من الدرسين التاليين يتم فيهما توظيف الاستدلال بالخلف:
   - المتتاليات العددية.
   - الهندسة الفضائية.
7) اقترح وضعية محلولة يتطلب إنجازها اعتماد طريقتين مختلفتين:
   - طريقة أولى بتوظيف الاستدلال بالخلف.
   - طريقة ثانية بتوظيف الاستدلال المضاد للعكس.

الموضوع الثالث: (7 نقط)

اقترحت أستاذة مادة الرياضيات على تلامذتها في قسم من مستوى السنة الثانية بكالوريا شعبة العلوم التجريبية، مسلك علوم فيزيائية، التمرين التالي:

التمرين: يحتوي كيس على كرتين حمراوين وثلاث كرات خضراء وأربع كرات بيضاء لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من هذا الكيس.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة.

أحسب: $P(X=2)$.

جاءت أجوبة ثلاثة تلاميذ على الشكل التالي:

جواب التلميذة أمال	جواب التلميذ أحمد	جواب التلميذ محمد
الحدث $(X=2)$ يعني الحصول على كرتين بيضاوين بالضبط من بين الكرات الثلاث المسحوبة. ومنه: $P(X=2)=\dfrac{3\times A_4^2\times A_5^1}{A_9^3}$ $=\dfrac{3\times 12\times 5}{504}$ $=\dfrac{5}{14}$	الحدث $(X=2)$ يعني نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين بيضاوين وكرة غير بيضاء. ومنه: $P(X=2)=\dfrac{A_4^2\times A_5^1}{A_9^3}$ $=\dfrac{12\times 5}{504}$ $=\dfrac{5}{42}$	تتكون التجربة من إعادة الاختبار ثلاث مرات متتالية، احتمال سحب كرة بيضاء في اختبار واحد هو $\dfrac{4}{9}$. ومنه X متغير عشوائي حداني وسيطاه 3 و $\dfrac{4}{9}$. ومنه: $P(X=2)=C_3^2\times\left(\dfrac{4}{9}\right)^2\times\left(\dfrac{5}{9}\right)$

1) حلل أجوبة التلاميذ الثلاثة مستعينا بالجدول التالي:

	جواب صحيح	جواب خطأ	التعليل
التلميذة أمال	✓		
التلميذ أحمد	✓		
التلميذ محمد		✓	

2) ما هي مصادر الأخطاء التي رصدتها في أجوبة التلاميذ؟ علل (ي) جوابك.

3) اقترح (ي) وضعية داعمة ارتباطا بكل خطأ مرصود.

4) ما هي التعديلات التي يمكن إدخالها على معطيات نص التمرين لكي يصبح المتغير العشوائي X حدانيا وسيطاه 4 و $\frac{4}{9}$.

5) يطرح تقديم درس الاحتمالات عدة صعوبات، حدد ثلاثة منها معللا جوابك.

6) تشير التوجيهات التربوية إلى إدراج مفهوم المحاكاة (Simulation) في حساب الاحتمالات.

a) ما المقصود بمفهوم المحاكاة؟

b) اذكر(ي) ثلاث دوال (Fonctions) للمبرمج (Excel) تسمح بمحاكاة تجربة عشوائية.

H. E