



الساعة :	مدة الإنجاز :	المادة
ثلاث ساعات		اختبار في ديداكتيك مادة التخصص : الرياضيات
العامل	النقط	
1		

### الموضوع الأول: (10 نقط)

اقتراح أستاذ على تلاميذه التمارين التالي:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1} \quad \text{نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على المجال } [1, 2] \text{ بما يلي:}$$

1- ادرس تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $[1, 2]$

2- لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  المتالية العددية المعرفة بما يلي:  $u_0 = 2$  و  $(\forall n \geq 0) u_{n+1} = f(u_n)$

أبين أنه لكل عدد صحيح طبيعي  $n$  لدينا:  $2 \leq u_n \leq 3$

ب) أبين أن المتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  تقاصدية

ج) استنتج أن المتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة.

3- حدد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$4- \text{أبين أن: } (\forall (x, x') \in [1, 2]^2) \quad |f(x) - f(x')| \leq \frac{1}{4} |x - x'|$$

ب) حدد مرة ثانية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

### إجابة أحد التلاميذ على السؤال 2:

نتحقق أن الخاصية صحيحة من أجل  $n = 0$  لأن  $u_0 = 2 \leq 2$  و  $1 \leq 2 \leq 2$

نفترض أن الخاصية صحيحة مهما يكن  $n \geq 0$  و نبين أنها صحيحة أيضاً من أجل  $n + 1$

لدينا  $2 \leq u_n \leq 3$  ادن  $2 \leq u_n \leq 2$  ادن  $5 \leq 2u_n + 1 \leq 3$  و  $3 \leq 2u_n + 1 \leq 2$

$$\text{و منه } 1 \leq \frac{2u_n + 1}{u_n + 1} \leq \frac{5}{2} \leq 2$$

نستنتج ادن حسب البرهان بالترجع أن:  $2 \leq u_n \leq 3$  ( $\forall n \geq 0$ )

### المطلوب من المترشح:

- تحليل نص التمارين: الإطار الذي يتموضع فيه التمارين، أهداف التمارين، المعرف و المهارات التي يتطلبها حل التمارين مبرزاً بعض الصعوبات التي قد تعرّض التلاميذ لانتباذه.
- تحليل إجابة التلميذ: صحة الطريقة المتبعة، وضوح الحل، الأخطاء الواردة في الحل إن وجدت مع تحديد مصادرها المحتملة وسائل معالجتها.
- اقتراح حل للسؤال 4-أ)، يمكن تقديم بقسم السنة الخاتمية من سلك البكالوريا شعبة العلوم التجريبية.
- إعادة صياغة الجزء 4- من التمارين ليكون أكثر ملاءمة لمستوى تلاميذ السنة الخاتمية من سلك البكالوريا شعبة العلوم التجريبية مع تبرير التعديلات المقترحة.

### الموضوع الثاني: (10 نقط)

تشير التوجيهات التربوية الواردة في شأن درس الدوال الأساسية بستوى السنة الثانية من سلك البكالوريا - شعبة العلوم الرياضية - لامكانية تقديم الدالة الأساسية كالحل الوحيد للمعادلة التفاضلية:  $y' = \frac{1}{y}$  و  $y(0) = 1$  .....  
وبهذا الخصوص نقترح ما يلي:  
❖ تمررين: نقبل النتيجة التالية" توجد دالة عددية  $f$  قابلة للإشتقاق على  $\mathbb{R}$  بحيث:  $f' = f$  و  $f(0) = 1$

1- بين أن:  $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) > 0$

2- بين أن:  $(\forall x \in \mathbb{R}) f(-x) = \frac{1}{f(x)}$

3- بين أن الدالة  $f$  وحيدة

❖ حل للسؤالين 1 و 2

نضع  $(\forall x \in \mathbb{R}) g(x) = f(x) f(-x)$   
الدالة  $g$  قابلة للإشتقاق على  $\mathbb{R}$  و  $g'(0) = 0$   
.....  $(\forall x \in \mathbb{R}) g(x) = 1$  بما أن  $f(0) = 1$  فإن

وإطلاقاً مما سبق يمكن استنتاج أن:  $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = \frac{1}{f(-x)}$  و  $(\forall x \in \mathbb{R}) f(-x) = \frac{1}{f(x)}$

#### المطلوب من المترشح

1- تحديد المكتسبات والمعارف الرياضية والمهارات التي يتطلبها حل السؤالين معللاً جوابك بما هو وارد بالبرامج والتوجيهات التربوية لتدريس الرياضيات بالسنة الثانية من سلك البكالوريا-شعبة العلوم الرياضية.

2- اقتراح كيفية استغلال هذا التمررين كنشاط لتقديم الدالة الأساسية التبيرية (يمكنك إضافة أنشطة تنسيق أو تطبيق لهذا التمررين إذا كان ذلك ضروري) مبرزاً اتجاهيات وسلبيات هذه المقاربة.

3- اقتراح طرق أخرى (الخطوط العريضة لكل طريقة) لتقديم الدالة الأساسية التبيرية بالسنة الثانية من سلك البكالوريا-شعبة العلوم الرياضية.

**ملحوظة:** على المترشح أن يقتصر في أجوبته فقط على المعلومات والمصادر الواردة ببرامج الرياضيات بالتعليم الثانوي التأهيلي .