حول أخطاء المتعلمين في مادة الرياضيات

لا تهدف هذه الورقة إلى إبراز أهمية الخطأ في تدريس الرياضيات ولا في تعلمها، كما لا تتطرق إلى تعريف أومفهوم الخطأ. بل تحاول تقديم بعض عناصر تحليل الأخطاء واقتراح بعض سبل المعالجة. وتعتمد بشكل أساسي على مرجعين مهمين هما المقالتان المشار إليهما في نهاية الورقة. وقبل التطرق لتحليل الأخطاء، لابد من التدقيق في بعض الجوانب المرتبطة بذلك.

1. الأخطاء التي تهم أكثر مدرسي الرياضيات والباحثين في ديداكتيكها هي تلك التي يمكن وصفها ب " المعبرة " أو التي " لها دلالة " (les erreurs significatives)، ومن بين ماتتميز به أنها:

- **تهم فئة معتبرة من المتعلمين؛**
- **تتم إعادة انتاجها (elles sont reproductibles) ولا يمكن تفسيرها بمجرد السهو أو العياء وقلة التركيز؛**
- **ليست منعزلة، حيث يبدو أن هناك علاقة تربطها بأخطاء أخرى تشكل معها مايمكن اعتباره شبكة من الأخطاء.**

2. عند الحديث عن معالجة (remédiation) أخطاء المتعلمين غالبا ما يتبادر إلى الأذهان أنه لكل خطأ توجد « معالجة ». وهي نظرة تبدو غير واقعية، ذلك أن الأخطاء تكون مترابطة في شكل شبكة تنبني على منطق أو نظام معين وعلى تمثلات تشكلت لدى التلميذ، ولا يمكن عموما تجاوزها أو التخلي عنها نهائيا من خلال تدخل واحد يكون ذو مفعول « سحري ». إن معالجة الأخطاء تُستعمل غالبا بمعنى « وساطة » جديدة بين المتعلم والمعرفة (re-médiation) ويقصد بها كل فعل تعليمي يهدف تمكين المتعلم من اكتساب معارف لم يُمَكن فعل تعليمي سابق من اكسابه إياها بالشكل والمعايير المنتظرة.

3. يرتبط تحليل الأخطاء بالتصور الذي يتم تبنيه للتعَلُّم،ذلك أن الخطأ يعد مؤشرا على عدم حدوث تعلم بالمعايير المطلوبة، وباعتماد مفهوم المخالفة، فإن فهم الأسباب الكامنة وراء ذلك مرتبط بفهمنا وتصورنا لكيفية حدوث التعلم. وهو الأمر الذي يتحدد من خلال الأجوبة التي نقدمها للسؤال: كيف يحدث التعلم ؟ الذي يحيل إلى النظريات/ المقاربات المختلفة للتعلم.

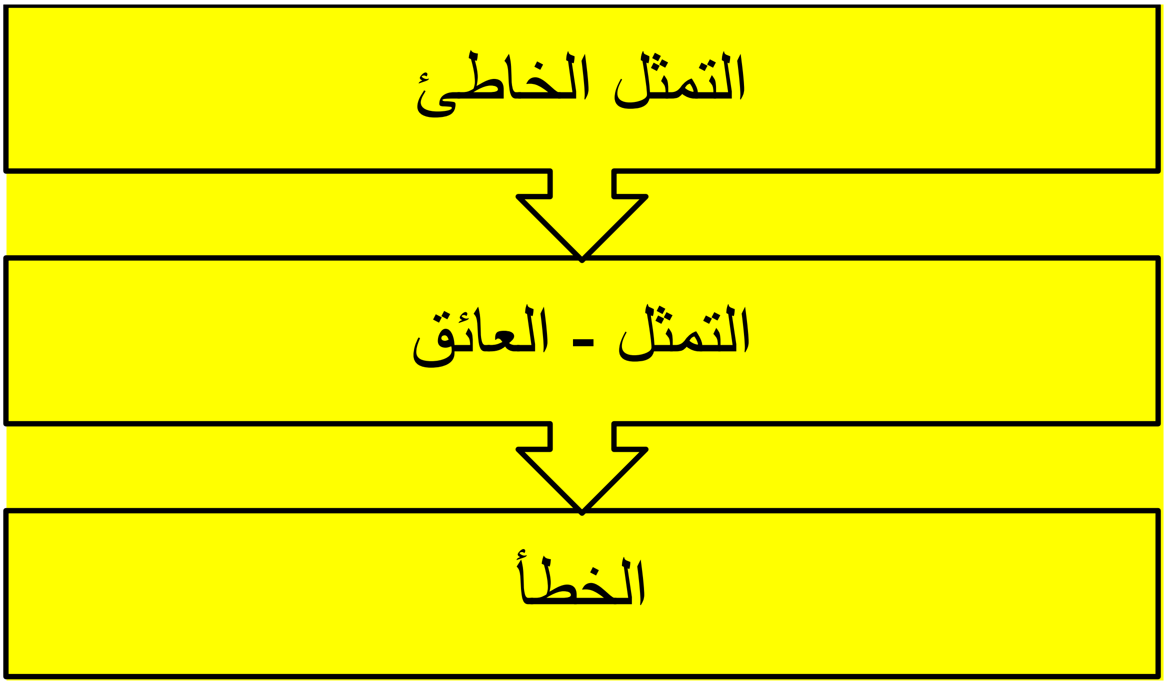
أما المعالجة، بالمفهوم المشار إليه سابقا فهي ترتبط بالتصور الذي يتم تبنيه للتعليم، وذلك من خلال الأجوبة التي نحملها للسؤال: ما هي مميزات الأنشطة التي يفترض أن نقدم للتلاميذ والتي من شأنها أن تحدث التعلم ؟

4. هل يتعلق الأمر فعلا بخطأ ؟

قد يبدو هذا السؤال غير ذي أهمية. إلا أن اعتبار إجابة معينة "خاطئة" يفترض وجود منتوج معيار (un produit norme) يتم اعتماده لتحديد صحة الإجابة من عدمها. عموما لا يطرح هذا الأمر إشكالا كبيرا، ذلك أنه، مثلا، عندما يكتب تلميذ 7a+5b=12ab فإن كل مدرس للرياضيات يتعرف على خطإ في هذه الكتابة، غير أنه لابد من الوعي أن هناك مجالات في الرياضيات لا يكون فيها "المنتوج المعيار" محددا بدقة كما هو الحال بالنسبة للبرهان و صياغة حلول المسائل وإنشاء الأشكال الهندسية. وتظهر الدراسات أن الخطأ يتحدد في هذه الحالات بالنظر إلى " المنتوج المنتظر " (le produit attendu) والذي يأخذ بعين الإعتبار " المنتوج المعيار " ولكن يتأثر أيضا بمعطيات أخرى من قبيل هوية المتعلم، ظروف الإنجاز ...

5. يتطلب التعامل مع أخطاء المتعلمين مراحل أساسية أبرزها مرحلة وضع فرضيات حول السيرورات الذهنية التي تؤدي بالمتعلم إلى إنتاج الأخطاء. وهنا لا بد من الإشارة إلى أن تحديد الأخطاء وتحديد مصادرها وسبل معالجتها يفترض الاستناد إلى إطار نظري مرجعي. هذا الإطار يتحدد أساسا من خلال تصوراتنا للتعلم وللرياضيات.
عموما، هناك ثلاث تصورات أساسية للتعلم اثنتان منها تعتبر "كلاسيكية " وأصبحت متجاوزة كثيرا، وهما التصور التقليدي والتصور السلوكي. في حين يعتبر التصور السوسيوبنائي الأكثر تبنيا واعتمادا في تدريس الرياضيات وفي ديداكتيك الرياضيات في الفترة الحالية.
وجدير بالتذكير أن لكل من هذه المقاربات والتصورات مساهمته النوعية في فهم سيرورة التعلم، كما أن لكل منها مزايا وجوانب قصور وتصور خاص عن الخطأ وعن سبل معالجته. ونظرا لكون مفهوم الخطأ ومكانته متاحة في الأدبيات التربوية فإننا لن نتطرق إليها في هذه الورقة. (الوثيقة المرفقة لمزيد من الافادة حول هذا الجانب).

6. يعتبر مفهوما التمثلات والعائق أساسيين في تحليل الأخطاء في إطار التصور السوسيوبنائي. ذلك أن من شأن تمثل خاطئ أن يتحول إلى ما يمكن تسميته بالتمثل-العائق (la conception-obstacle). ويمكن تلخيص العلاقة بين هذه المفاهيم من خلال الخطاطة الآتية:



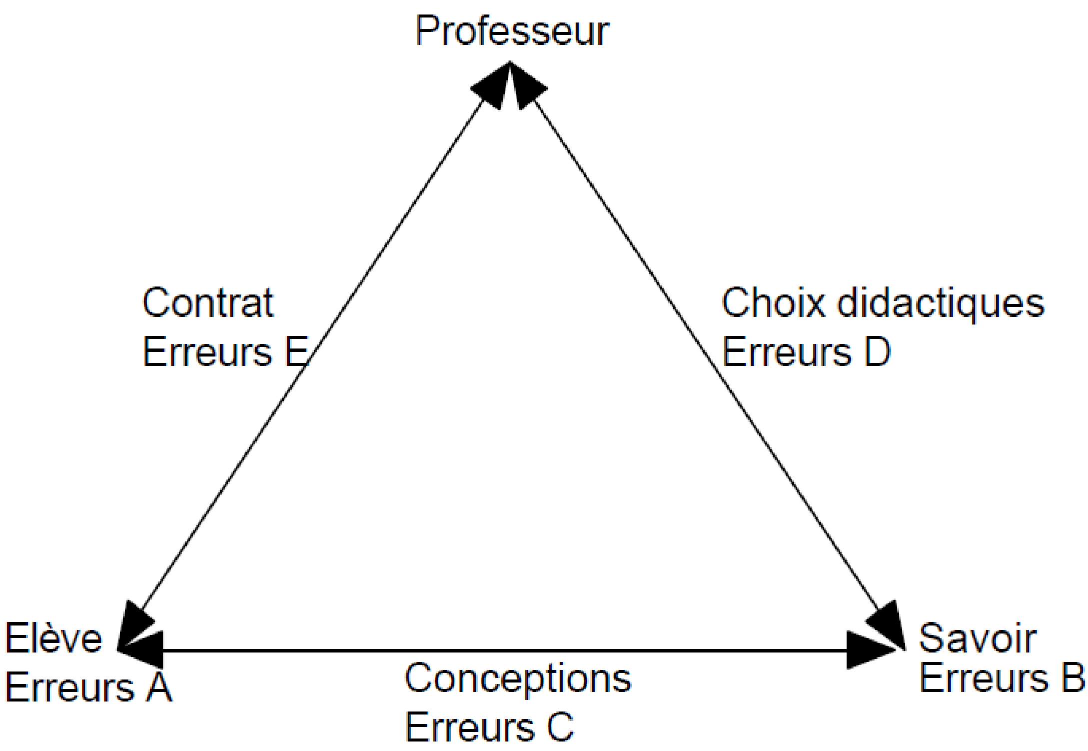
يمكن تحديد العائق على اعتبار أنه:

- **هو في حد ذاته معرفة؛**
- **هذه المعرفة تنتج إجابات صحيحة وملائمة في سياقات معينة تم العمل فيها سابقا أو يتم العمل فيها كثيرا؛**
- **هذه المعرفة تنتج إجابات خاطئة أو غير ملائمة خارج هذه السياقات؛**
- **هذه المعرفة تقاوم التعلمات ولاتزول اعتمادا على المعرفة الجيدة لموضوع الدراسة.**

وعموما يمكن الحديث عن ثلاثة أنواع من العوائق:

- **عوائق نمائية؛**
- **عوائق ابستمولوجية؛**
- **عوائق ديداكتيكية.**

7. **لتحليل الأخطاء من وجهة نظر المقاربة السوسيوبنائية، يتم اعتماد المثلث الديداكتيكي كأداة للتحليل والتصنيف، وذلك بربط الأخطاء إما بأحد عناصر هذا المثلث أو بالعلاقات بين هذه العناصر.**



1. **أخطاء مرتبطة بالمتعلم؛**
2. **أخطاء مرتبطة بالمعرفة؛**
3. **أخطاء مرتبطة بالعلاقة متعلم – معرفة؛**
4. **أخطاء مرتبطة بالإختيارات الديداكتيكية؛**
5. **أخطاء مرتبطة بالتعاقد الديداكتيكي.**

وفيما يلي بعض الشرح حول كل من هذه الأنواع من الأخطاء.

1. **الأخطاء المرتبطة بالمتعلم (الأخطاء من النوع A)**

تكون لهذه الأخطاء مصادر متنوعة وكل منها مرتبط بجانب من جوانب شخصية المتعلم. ومنها الأخطاء الناتجة عن محدودية قدراته نتيجة عدم اكتمال نموه النفسي والفيزيولوجي (psychogénitqiue). ويعطي بياجيه كمثال على ذلك عدم إدراك الطفل في مراحل معينة لمبدأ الانحفاظ ويبرز ذلك من خلال تجربة بسيطة يطلب خلالها من الأطفال تحديد عدد الكرات المرسومة على خط مستقيم ثم يباعد بين هذه الكرات ويطلب إعادة تحديد عددها. هذا النوع من الأخطاء يرتبط بالعوائق النمائية، وغالبا ماتزول مع تقدم الطفل في مراحل نموه الطبيعي. لذا، لا تحتاج هذه الأخطاء إلى تدخل من أجل معالجتها.

يندرج في هذا الإطار أيضا الأخطاء الناتجة عن محدودية قدرة المتعلم، في فترة من فترات نموه، على معالجة المعلومات والتي تبرز عندما يًطلب من المتعلم القيام بمهمة تتطلب اجراء مجموعة من العمليات الذهنية في نفس الوقت. وفي هذا الصدد يميز المهتمون بين الذاكرة الطويلة الأمد أو

الذاكرة الدائمة التي تختزن المعلومات والمعارف المتمكن منها، وبين ذاكرة الاشتغال التي تقوم بمعالجة المعطيات بشكل آني. الصعوبات التي تواجهها ذاكرة الاشتغال يكون ناتجا عن عومل عدة، لعل أبرزها:

- **القيام بعدة أنشطة في نفس الوقت؛**
- **افتقار المتعلم إلى نماذج جاهزة للاستعمال (des procedures automatisés) مما يضطره إلى إنتاجها جزئيا أو كليا؛**
- **عدم توفر الذاكرة الدائمة للمتعلم على "عناصر" هامة كنتائج عددية أو أو خطاطات لمسائل**

2. الأخطاء المرتبطة بالمعرفة (الأخطاء من النوع B)

تكون ناتجة عن صعوبة في المعرفة ذاتها وهو ما ثبت من خلال الصعوبات التاريخية التي رافقت تبلور بعض المفاهيم كالأعداد السالبة والأعداد العشرية والمفاهيم المرتبطة باللانهاية مثل مفهوم النهاية ومفهوم التقارب. هذه الأخطاء مرتبطة بالعوائق الابتسمولوجية.

3. أخطاء مرتبطة بالعلاقة بين المتعلم والمعرفة (أخطاء من النوع C)

وتكون عن تمثل خاص للمتعلم يوفر له نموذجا (ضمنيا أو صريحا) يكون هو المحدد الأساس لإجاباته وأسلوب تعامله إزاء وضعية معينة. وغالبا ما تنتج عن معرفة سابقة لا يتم تطبيقها بشكل جيد أو يتم تطبيقها خارج مجال ملاءمتها. وترتبط هذه الأخطاء بالعوائق الديداكتيكي. ونورد كأمثلة على ذلك:

- **عملية الضرب هي عملية جمع متكررة وتقوم دائما بتكبير النتيجة؛**
- **تمديد خاصيات الأعداد الصحيحة الطبيعية إلى الأعداد العشرية؛**
- **الاتجاهات المفضلة: الأفقي – الرأسي؛**
- **المتتاليات المتقاربة هي المتتاليات التزايدية والمكبورة أو المتتاليات التناقصية والمصغورة؛**
- **الخاصيات الهندسية تستنتج بالقياس أو بملاحظة شكل هندسي.**

4. أخطاء مرتبطة بالاختيارات الديداكتيكية للمدرس (أخطاء من النوع D)

وتكون ناتجة عن اختيارات من شأنها تقوية بعض التمثلات الخاطئة، من قبيل تقديم الأعداد العشرية على أساسها ترميز لقياسات أطوال، مثلا 1,18cm تعني 1m + 18cm. أو تقديم المتتاليات العددية من خلال المتتالية 1/n.

5. أخطاء مرتبطة بالعلاقة الديداكتيكية (أخطاء من النوع E)

حيث يهتم المتعلم أكثر بانتظارات المدرس، فيتنج أخطاء من منطلق أن لكل مسألة حل، لحل مسألة لابد من استعمال جميع المعطيات، حل مسألة سيستعمل آخر مبرهنة تمت دراستها، يجب إعطاء دائما وذلك أحسن من تقديم الورقة بيضاء.

<u>تطبيق:</u>

فيما يلي نعتبر موضوع الامتحان المهني للكفاءة التربوية للدرجة الأولى – دورة شتنبر 2014 –

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

امتحان الكفاءة المهنية لولوج الدرجة الأولى من إطار أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي
دورة شتنبر 2014
الموضوع

الصفحة 1/3

المادة	اختبار في ديداكتيك مادة التخصص : الرياضيات NS	مدة الإنجاز :	ثلاث ساعات
		المعامل	1

الموضوع الأول:(10 نقط)

التمرين المقترح:

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي: $u_0=0$ و لكل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}=3u_n-2n+3$

1- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$ ،لدينا $u_n\geq n$

2- استنتج رتابة ونهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3- ليكن A عدد حقيقي موجب قطعا.حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n بحيث: $u_n>A$

إجابة تلميذين على السؤال 1- كانت:

التلميذ الأول:

$u_0\geq 0$ إذن P_0 صحيحة.

نفترض أن P_k صحيحة بمعنى أن: $u_k\geq k$. لدينا :

$$u_k\geq k \Rightarrow 3u_k+3\geq 3k \Rightarrow 3u_k-2k+3\geq k \Rightarrow u_{k+1}\geq k$$

إذن P_0 صحيحة و لكل k من $\mathbb{N}$: $P_k\Rightarrow P_{k+1}$

نستنتج إذن حسب البرهان بالترجع أن : لكل n من $\mathbb{N}$ P_n صحيحة.

التلميذ الثاني:

$u_0\geq 0$ إذن P_0 صحيحة.

نفترض أن P_n صحيحة لكل n من $\mathbb{N}$ و ندرس P_{n+1}

لدينا : $u_{n+1}=3u_n-2n+3=3(u_n+1)-2n$

بما أن $u_n\geq n$ فإن $u_n+1>n$ إذن $3(u_n+1)>3n$ ومنه $3(u_n+1)-2n>n$ و بالتالي $u_{n+1}>n$ و منه

$u_{n+1}\geq n+1$

نستنتج إذن حسب البرهان بالترجع أن: لكل n من $\mathbb{N}$ P_n صحيحة.

المطلوب من المترشح:

1- تحليل نص التمرين:الإطار الذي يتموضع فيه التمرين، أهداف التمرين، المعارف و المهارات التي يتطلبها حل التمرين مبرزا بعض الصعوبات التي قد تعترض التلاميذ لإنجازه.

2- تحليل إجابة كل من التلميذ الأول و التلميذ الثاني: صحة الطريقة المتبعة ، وضوح الحل ، الأخطاء الواردة في الحل إن وجدت مع تحديد مصادرها المحتملة وسبل معالجتها.

3- اقتراح حل للسؤال 2- ، يمكن تقديمه بقسم السنة الختامية من سلك الباكالوريا شعبة العلوم التجريبية.

4- هل تكفي نتائج السؤالين 1- و2- للإجابة عن السؤال 3- (علل جوابك).

5- بصفة عامة تشير التوجيهات التربوية في الأهداف العامة لتدريس الرياضيات بالتعليم الثانوي التأهيلي إلى تنمية قدرة التلميذ على استعمال الإستدلال الرياضي من خلال تنمية مجموعة من القدرات لديه ، اذكر خمسة منها .

الموضوع الثاني:(6 نقط)

التمرين المقترح:

حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة: $\sqrt{x-1}=x-2$

إجابة تلميذين :

الحل الأول: - مجموعة تعريف المعادلة هي : $I=[1,+\infty[$

- من أجل $x\geq 1$ لدينا:

$\sqrt{x-1}=x-2$ تكافئ $x-1=(x-2)^2$ تكافئ $x^2-5x+5=0$ تكافئ $x=\frac{5+\sqrt{5}}{2}$ أو $x=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$

و بما أن $\frac{5+\sqrt{5}}{2}\geq 1$ و $\frac{5-\sqrt{5}}{2}\geq 1$ فإن المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$

الحل الثاني: - مجموعة تعريف المعادلة هي : $I=[1,+\infty[$

- من أجل $x\geq 1$ لدينا:

$\sqrt{x-1}=x-2$ تستلزم $x-1=(x-2)^2$ تستلزم $x^2-5x+5=0$ تستلزم

$x=\frac{5+\sqrt{5}}{2}$ أو $x=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$

و بما أن $\frac{5+\sqrt{5}}{2}\geq 1$ و $\frac{5-\sqrt{5}}{2}\geq 1$ فإن المعادلة تقبل حلين هما : $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$

المطلوب من المترشح:

1- تحليل نص التمرين:الإطار الذي يتموضع فيه التمرين، أهداف التمرين، المعارف والمهارات التي يتطلبها حل التمرين ثم المستوى أو المستويات الدراسية التي يمكن إدراجه فيها .

2- تحليل الحل الأول و الحل الثاني: صحة الطريقة المتبعة ، وضوح الحل ، الأخطاء الواردة في الحل إن وجدت مع تحديد مصادرها المحتملة .

3- اقتراح حل للتمرين.

4-إقتراح نشاطين لمعالجة الإختلالات الملاحظة في الحلين المقترحين.

الموضوع الثالث : (4 نقط)

التمرين المقترح:

ABC مثلث قائم الزاوية في A بحيث : $AC=8$ و $AB=6$

حدد و أنشئ Γ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق : $MB\le 2MA$ و $MC\ge 3MA$

جواب أحد التلاميذ:

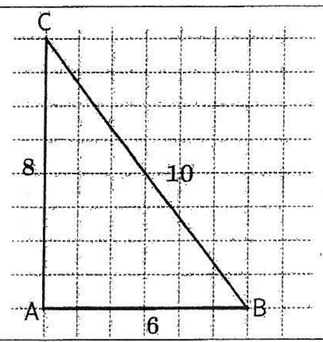
$$MB\le 2MA\le 2\left(\frac{1}{3}MC\right)$$

$$\le \frac{2}{3}(MB+BC)$$

ABC قائم الزاوية في A ومنه

$$\frac{1}{3}MB\le\frac{20}{3} \Leftrightarrow MB\le 20$$

إذن Γ هي القرص الذي مركزه B و شعاعه 20



المطلوب من المترشح:

1- **تحليل نص التمرين:** المستوى الدراسي المستهدف، المعارف و المهارات التي يتطلبها حل التمرين، الصعوبات التي يمكن أن تعترض التلاميذ.

2- **تحليل إجابة التلميذ :** فهم التمرين، صحة و وضوح الحل، الأخطاء الواردة في الحل إن وجدت.

3- **اقتراح** خطوات لحل التمرين يمكن تقديمه لتلامذة الثانوي التأهيلي.

ملحوظة : على المترشح أن يقتصر في أجوبته فقط على المعلومات و المضامين الواردة ببرامج الرياضيات بالتعليم الثانوي التأهيلي .

التمرين الثاني

1. **تحليل نص التمرين: يتعلق الأمر بمعادلة جبرية تحتوي على جذر مربع، وهي معادلة تؤول في حلها إلى معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد.**
يهدف هذا التمرين إلى السمو بقدرات التلاميذ المرتبطة بحل المعادلات من الدرجة الثانية وذلك بتوظيفها في حل معادلات تؤول إلى هذه الأخيرة، السمو بمكتسبات التلاميذ المرتبطة بالأعداد الحقيقية والجذور المربعة تنمية القدرة على التوليف التمكن من خاصيات الترتيب

المعارف والمهارات

- **مجموعة تعريف معادلة،**
- **حل متراجحة من الدرجة الأولى،**
- **حل معادلة من الدرجة الثانية،**
- **خاصيات الأعداد الحقيقة (علاقة تساوي عددين بتساوي مربعيهما)**
- **تساوي مجموعتين وعلاقته بكل من علاقة التكافؤ وعلاقة الاستلزام (قد تكون هذه المعارف صريحة كما في السنة الأولى أو ضمنية كما في الجذع المشترك)**
-

المستويات التي يمكن أن يقترح فيها

- **يمكن أن يُقترح هذا التمرين في مستوى السنة الأولى بكالوريا علوم في درس المنطق؛**
- **يمكن أن يُقترح في مستوى الجذع المشترك العلمي وذلك في إطار المسائل التوليفية.**

2. **تحليل الحل الأول**

الطريقة المستعملة تتضمن خطأ في المرحلة : $\sqrt{x-1}=x-2$ **يكافئ** $x-1=(x-2)^2$

ذلك أن هذا التكافؤ غير صحيح إلا إذا كان العدد $x-2$ **موجبا.**

مراحل الحل واضحة وتبدأ ب"التخلص" من الجذر المربع لتحويل المعادلة إلى معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد، ثم يطبق التلميذ معارفه حول هذه الأخيرة.

غير أن مقارنة كل من الحلين مع العدد 1 غير واضحة ويفترض أن يعلل التلميذ ذلك.

مصدر الخطأ

يمكن الحديث، في نظرنا، على مصدرين محتملين لهذا الخطأ. ففي جانب منه، اعتبار هذا الخطأ من النوع C، ذلك أن التلميذ قام بتمديد التكافؤ $\sqrt{a}=b \Leftrightarrow a=b^2$ **الصحيح في حالة عددين موجبين إلى حالة أخرى لا يكون فيها صحيحا.**

هذا الخطأ يظهر أيضا نوعا من غياب معنى حل معادلة لدى التلميذ، ذلك أن الممارسات الفصلية (les pratiques enseignantes) للمدرسين (خصوصا في المستوى التأهيلي) تركز أكثر على إكساب التلاميذ

تقنيات التوصل إلى الحل وهو ما يدخل في إطار ما يمكن تسميته بالمعارف الإجرائية (les connaissances procédurales) وذلك دون الاهتمام كثيرا بالتحقق من أن الحلول المتوصل إليها هي فعلا حلول للمعادلة كما يتم إغفال مسألة تأويل الحلول ومدى انسجامها مع المعطيات ومدى (قابلية صحتها). وبالتالي فيمكن اعتبار العلاقة الديداكتيكية/البيداغوجية من بين مصادر هذا الخطأ ، أي أنه يمكن اعتبار أن جانبا منه ينتمي إلى الأخطاء من النوع E.

3. تحليل الحل الثاني

الطريقة المستعملة تتضمن خطأ في المرحلة الأخيرة وذلك عندما يكتب التلميذ

" فإن المعادلة تقبل حلين هما: $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$ "

ذلك أن الأعداد المتوصل إليها هي الأعداد التي يمكن أن تكون حلولا، وفعلا فالعدد الأول ليس حلا.

مراحل الحل واضحة وتبدأ بالتخلص من الجذر المربع لتحويل المعادلة إلى معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد، ثم يطبق التلميذ معارفه حول هذه الأخيرة.

غير أن مقارنة كل من الحلين مع العدد 1 غير واضحة ويفترض أن يعلل التلميذ ذلك.

مصدر الخطأ

يمكن الحديث، في نظرنا، على عدة مصادر محتملة لهذا الخطأ. فمن جهة، يمكن ربط جانب منه بالتلميذ ذلك أن مسألة تساوي مجموعتي حلول معادلتين يقتضي أن تكون هاتان المعادلتان متكافئتين في حين أن استنتاج معادلة من أخرى عن طريق استلزام يؤدي إلى أن مجموعة حلول الأولى تكون جزءا من مجموعة حلول الثانية، هذا الأمر قد يتجاوز قدرة التلميذ في مستويات معينة كمستوى الجذع المشترك العلمي وفي بداية السنة الأولى بكالوريا مثلا. وبالتالي فإن هذا الخطأ يندرج في جانب منه في الأخطاء من النوع A.

من جهة أخرى، معلوم أن المتعلم يتعامل مع المعادلات منذ المرحلة الإعدادية، وطوال هذه المرحلة وأيضا في بداية الجذع المشترك يتم التركيز على المعادلات من الدرجة الأولى وهي معادلات لا يطرح فيها الاشكال المشار إليه أعلاه رغم أن التلاميذ يستعملون تعابير من قبيل إذن ومنه فإن التي تحيل إلى الاستلزام

. هذا الخطأ يظهر أيضا نوعا من غياب معنى حل معادلة لدى التلميذ، ذلك أن الممارسات الفصلية (les pratiques enseignantes) للمدرسين تركز أكثر على إكساب التلاميذ تقنيات التوصل إلى الحل وهو ما يدخل في إطار ما يمكن تسميته بالمعارف الإجرائية (les connaissances procédurales) وذلك دون الاهتمام كثيرا بالتحقق من أن الحلول المتوصل إليها هي فعلا حلول للمعادلة كما يتم إغفال مسألة تأويل الحلول ومدى انسجامها مع المعطيات ومدى (قابلية صحتها). وبالتالي فيمكن اعتبار العلاقة الديداكتيكية/البيداغوجية من بين مصادر هذا الخطأ ، أي أنه يمكن اعتبار أن جانبا منه ينتمي إلى الأخطاء من النوع E.

4. اقتراح نشاط لمعالجة الاختلال الملاحظ في الحلين

الخلل يتمثل في العمل بالتكافؤ $\sqrt{a}=b \Leftrightarrow a=b^2$ دون التحقق من ضرورة أن يكون b موجبا.

الأنشطة التي يمكن أن تقترح يجب أن تستجيب لشروط أساسية، من بينها:

- **أن تكون ملائمة للهدف، وفي حالتنا، يجب أن تستهدف الخلل الملاحظ؛**
- **أن تتمحور حول مكتسبات التلاميذ؛**
- **أن تُختار متغيراتها الديداكتيكية (صيغة المعادلة، معاملاتها، درجتها..) بحيث يتم الحصول على حلول يمكن استغلالها مباشرة. (بأن تكون المقارنة واضحة، مثلا)**
- **أن تسمح للتلميذ من الاقتناع بالعائق أو الصعوبة أو التناقض الذي ينتج عن الخطأ؛**
- **أن يمكن من اكتساب ما يجعله يستطيع تجاوز ذلك الخطأ.**

ويمكن أن نقترح النشاط الآتي:

نعتبر المعادلتين الآتيتين: $(a): \quad \sqrt{2x+14}=x+3$ **و** $(b): \quad 2x+14=(x+3)^2$

1. **حدد مجموعة تعريف المعادلة (a).**
2. **حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (b).**
3. **هل تنتمي هذه الحلول إلى مجموعة تعريف المعادلة (a)؟ وهل تحقق المعادلة (a)؟**
4. **استنتج ما إذا كانت المعادلتان متكافئتين في مجموعة تعريف المعادلة (a).**
5. **هل هناك إضافة في المعادلة (a) تجعل المعادلتان متكافئتين، في مجموعة تعريف المعادلة (a)؟**

ملحوظة: فيما يخص تدبير هذا النشاط، فنقترح أن لا يتم طرح السؤال 5. إلا بعد انجاز الأسئلة الأربعة السابقة.

مراجع

1. « De l'analyse d'erreurs en mathématiques aux dispositifs de remédiation : quelques pistes … » R. Charnay, Equipe INRP, M. Mante, Irem de Lyon. Grand IN, volume 48, pages : 37- 64, 1990-1991.
2. « erreurs et Obstacles » I. Bloch, IUFM d'Aquitaine-Formation PLC, 2006.