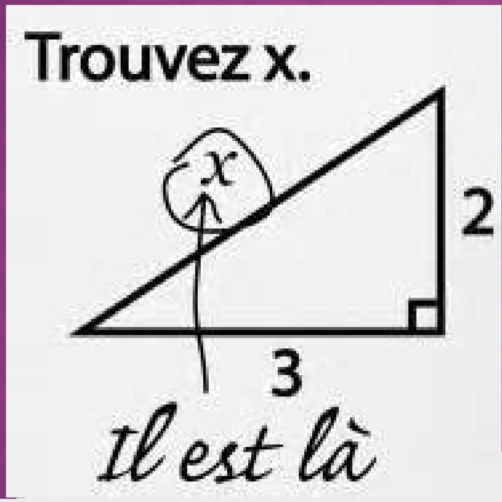
من أجل تحليل جيد لإنتاجات المتعلمين في الرياضيات

$12,7 \times 10 = 12,70$

$7^{-3} = 0,007$



$598 \times 0 = 598$

$AB + BC = AC$

Puisque $\lim\limits_{x \to 8} \frac{1}{x - 8} = \infty$ alors $\lim\limits_{x \to 5} \frac{1}{x - 5} = 5$

كلمة شكر لا بد منها

مفاهيم أساسية لتحليل الأخطاء

يقول باشلار:

إننا نتعلم على أنقاض المعرفة السابقة، أي بهدم المعارف التي لم نحسن بناءها ... بذلك وجب على المربين أن يُعلموا التلاميذ اعتماداً على هدم أخطائهم.

الخطأ يمكن أن يكون وضعية للتعلم

مفهوم الخطأ

المقترح الأول

حالة ذهنية أو فعل عقلي يَعتبر صائبا ما هو خاطئ أو العكس.

المقترح الثاني

أثر معرفة سابقة كانت ذات أهمية وناجحة وأصبحت خاطئة أو غير ملائمة.

الخطأ حسب البيداغوجيات

البيداغوجيات التقليدية

الخطأ عنصر مشوش وسوء فهم لا يستحق الوقوف عنده؛ لذا ينبغي إقصاؤه، وبالتالي اختفاؤه تلقائيا عندما يتمكن التلميذ من الفهم.

ليس هناك أدنى تسامح مع الخطأ

البيداغوجيات الحديثة

الخطأ محاولة تشق طريقها نحو النجاح وهو خطوة ضرورية لتقدم المعرفة بل إنه نقطة انطلاق المعرفة.

الخطأ أمر طبيعي وإيجابي

سؤال؟

- ماذا تمثل لك عملية الضرب؟
- ماذا يعني لك الاتجاه؟
- كيف يتم حساب نهاية دالة عددية في عدد منته؟
- ماذا يعني لك عدد عشري؟ عدد جذري؟ عدد حقيقي؟ عدد عقدي؟

التصورات / التمثلات

مفهوم التمثل/التصور

التصور (أو التمثل أو المعرفة الداخلية) هو شكل تتخزن بواسطته المعلومات وتنتظم في الذاكرة، ويمثل التصور شكلا من المكتسبات المعرفية السابقة التي تؤثر على المعلومات الجديدة.

بصيغة أخرى: الكيفية التي يوظف بها الفرد مكتسباته السابقة بصورة شخصية.

أهمية التعرف على التمثلات

يمَكِّن رصد تمثلات المتعلمين المرتبطة ببعض المفاهيم من تحديد **مصادر بعض أخطائهم** و**فهم الصعوبات** التي يواجهونها.

العوائق

مفهوم العائق

معرفة عشوائية غير منظمة منطقيا وعلميا أي معرفة تفتقر للبناء المنطقي المنظم. ويتمظهر العائق من خلال **الأخطاء المعاد إنتاجها** من طرف المتعلمين.

خصائص العائق

- معرفة وليس صعوبة أو غيابا للمعرفة.
- تتيح هذه المعرفة إنتاج أجوبة صحيحة وملائمة في سياقات معينة، وخاطئة أو غير ملائمة في سياقات أخرى.
- هذه المعرفة تقاوم التعلمات قد لا تزول حتى مع اكتساب تعلمات جديدة.
- إزالة هذه المعرفة (أي تجاوز العائق) يؤدي إلى بناء معرفة جديدة.

تصنيف العوائق

- **عوائق نمائية:** هي العوائق المرتبطة بعدم قدرة المتعلم على القيام بالمطلوب بسبب قصور المتعلم والتي تعزى لخصوصية مرحلة النمو التي يوجد بها (مثلا: غياب مبدأ الانحفاظ، صعوبة البرهان). أعمال Piaget
- **عوائق ابستمولوجية:** هي العوائق المرتبطة بصعوبة المفاهيم في حد ذاتها (مثلا: مفهوم اللانهاية في الرياضيات، الأعداد العقدية، الأعداد السالبة، اتصال الدوال، ...). Bachelard
- **عوائق ديداكتيكية:** هي العوائق الناتجة عن الاختيارات الديداكتيكية للمدرس والتي قد تؤدي إلى بناء نموذج ضمني modèle implicite لدى المتعلم (مثلا: بناء العدد العشري، اختيارات غير ملائمة، اختيار حالات خاصة كتمهيد ثم تعميم المفاهيم أو الخاصيات).

من أعمال الباحثين

G. BROUSSEAU

$$2,4 \times 3,2 = 6,8$$

$$3,4^2 = 9,16$$

$$0,3 \times 0,3 = 0,9$$

$$7,4 < 7,16$$

$$3,25 \text{ est le suivant de } 3,24$$

Nombre décimal = (entier_1 , entier_2)

Un composé de deux entiers indépendants séparés par une virgule.

G. VERGNAUD

Théorème en acte

المتعلم يستعمل أو يبتكر ''قواعدا'' خاصة به لتطبيقها على الوضعية المقترحة، وغالبا ما تكون خاطئة ويوظفها كما لو كانت موجودة بالفعل.

Exemple d'un « Théorème en acte »

Pour multiplier deux décimaux, on multiplie séparément les parties entières et décimales.

LE MODÈLE LINÉAIRE

$$f(a+b) = f(a) + f(b)$$

$$f(x) + f(y) = f(x+y)$$

$$f(na) = nf(a)$$

$$mf(x) = f(nx)$$

$$f \in \{\sin, \cos, \tan, \sqrt{\ }, \ln, \exp, x \mapsto x^n\}$$

تحليل الأخطاء

مصادر الأخطاء (حسب G. Brousseau)

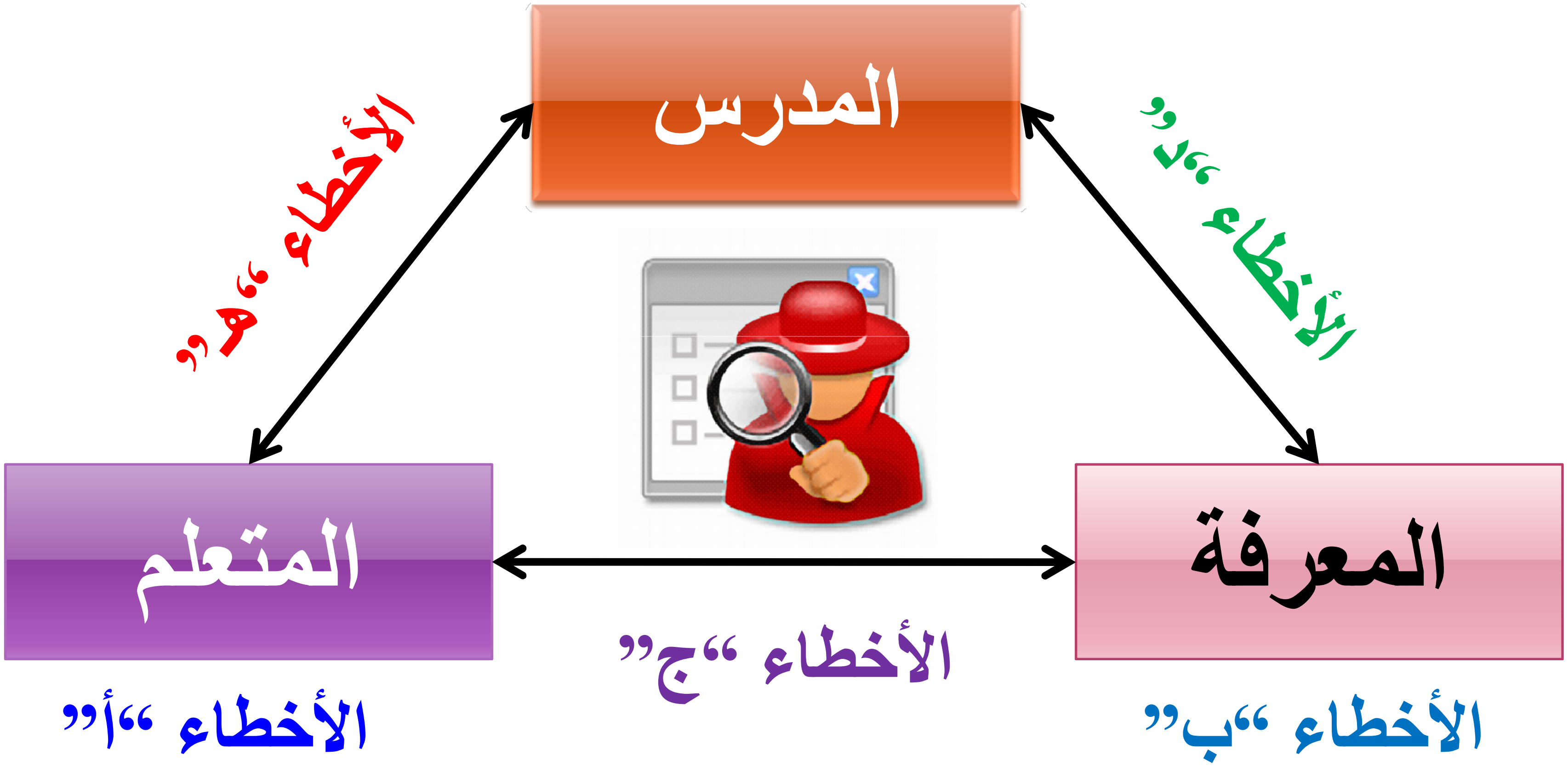
حسب Brousseau فإن للأخطاء أربعة مصادر، وهي:

- ❑ **مصدر نمائي**، إذ قد يخطئ التلميذ لأننا نطالبه بمجهود يتعدى قدراته في مرحلة النمو التي يوجد بها؛
- ❑ **مصدر ابستيمولوجي**، ذلك أن صعوبة المفهوم في حد ذاته التي تجر التلميذ إلى الخطأ؛
- ❑ **مصدر تعليمي/ديداكتيكي**، لأن الطريقة المتبعة من طرف المدرسين هي التي تضع التلميذ في طريق الخطأ؛
- ❑ **مصدر تعاقدي**، لأن عدم التصريح بما ينتظره المدرس من التلميذ قد يجر هذا الأخير إلى الخطأ.

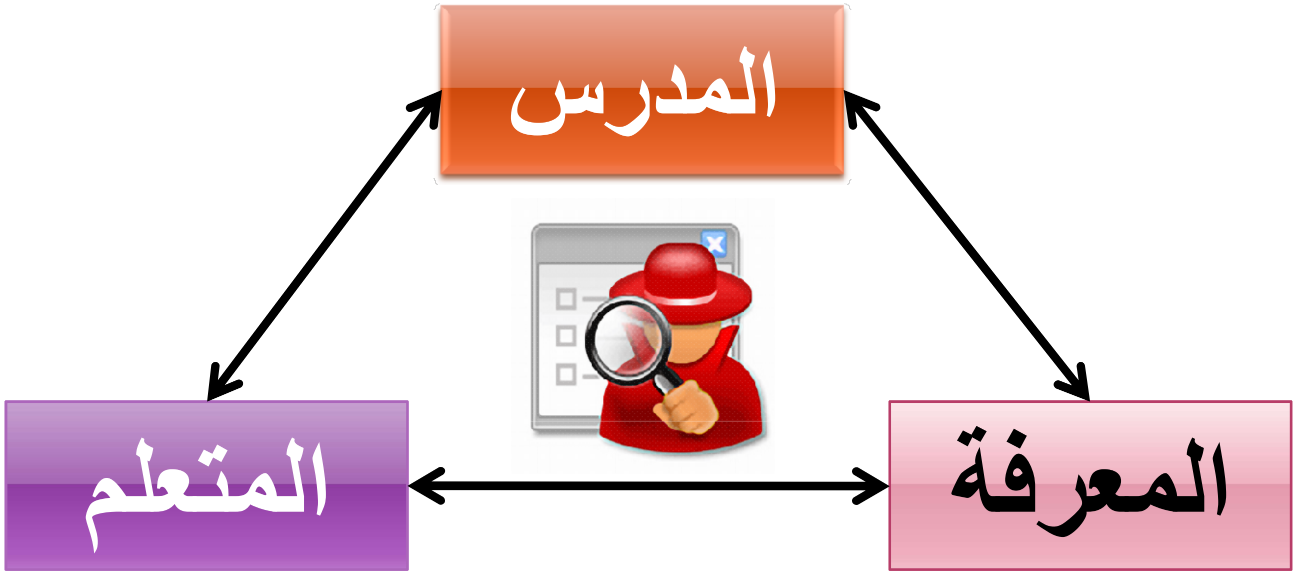
مصدر إضافي

- **مصدر استراتيجي**، الذي يتمثل في الطريقة التي يسلكها التلميذ في إنجازه.

تصنيف الأخطاء بالرجوع لعناصر المثلث الديداكتيكي EPS



الأخطاء "أ"

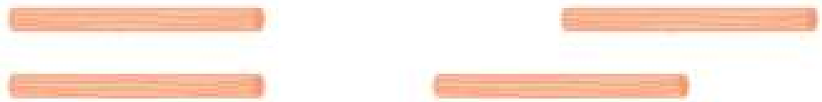


الأخطاء "أ"

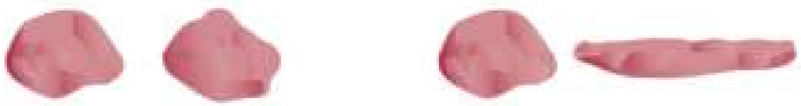
الأخطاء "أ" المرتبطة بالمتعلم

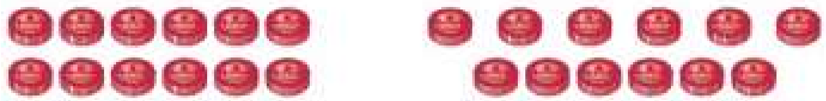
ترجع هذه الأخطاء إلى **عوائق نمائية** ينتج عنها قصور المتعلم، وتختفي مع النمو الطبيعي.

الأخطاء "أ": مثال توضيحي



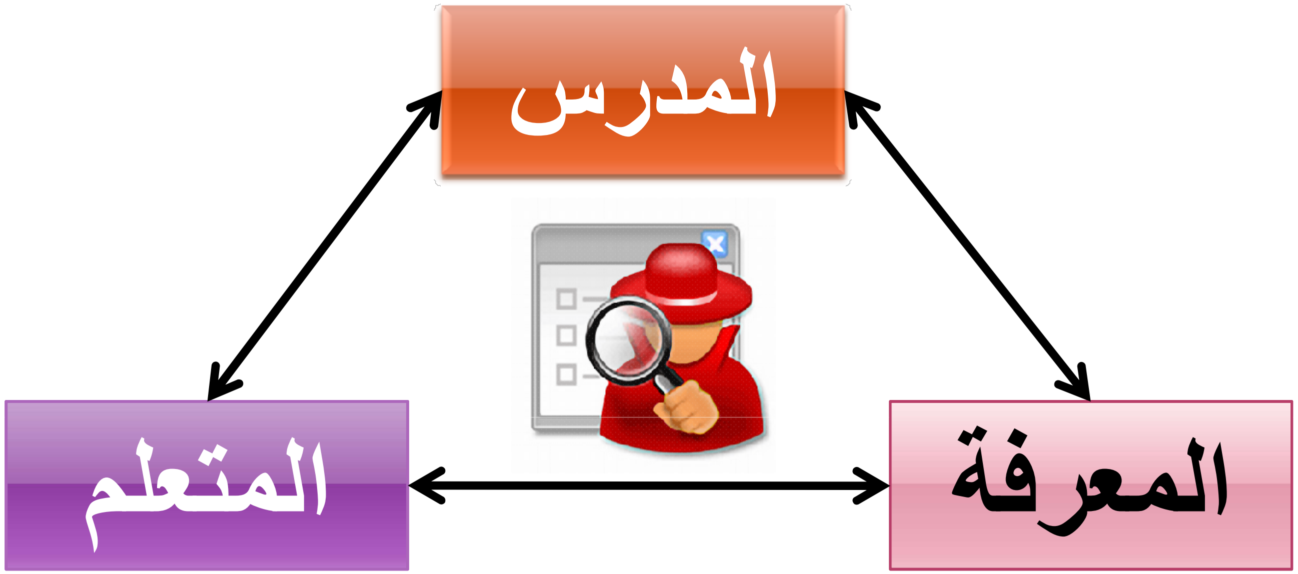
غياب مبدأ الانحفاظ





https://youtu.be/YtLEWVu815o

الأخطاء "ب"



الأخطاء "ب"

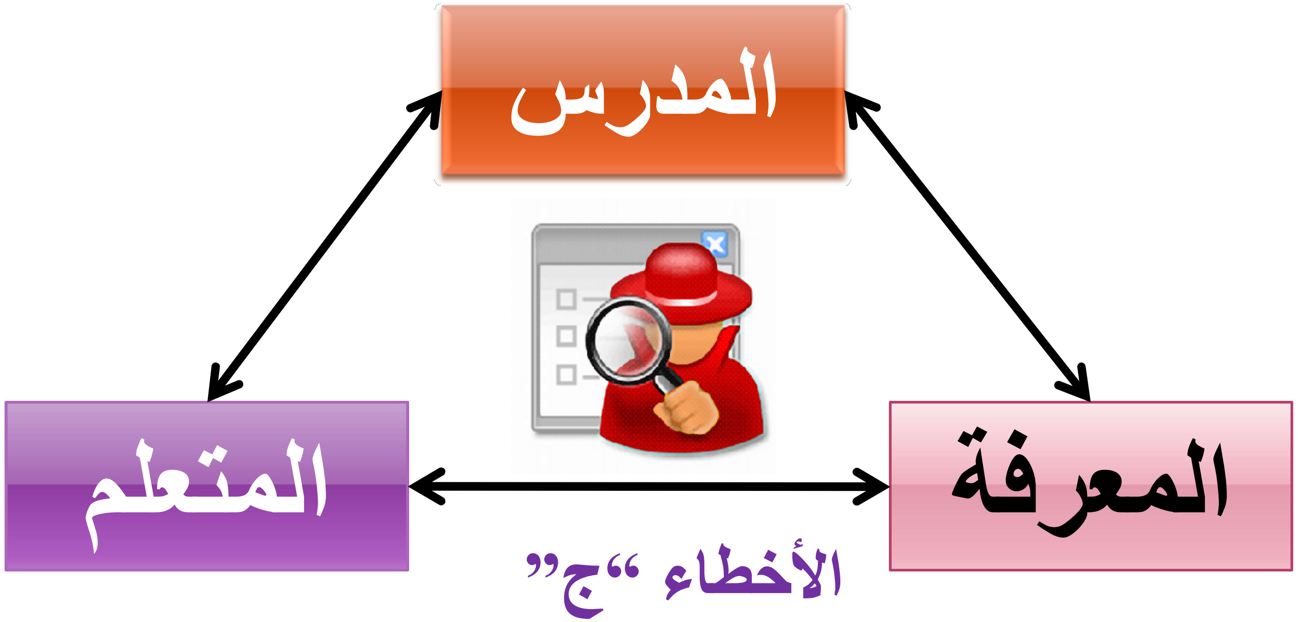
الأخطاء "ب" المرتبطة بالمعرفة

ترجع هذه الأخطاء إلى **عوائق ابستيمولوجية** متعلقة بصعوبة المفاهيم في حد ذاتها.

الأخطاء "ب": مثال توضيحي

بين العددين 0 و 1 يوجد عدد منته من الأعداد العشرية.

الأخطاء "ج"



الأخطاء "ج" المرتبطة بعلاقة المتعلم بالمعرفة

مصدرها تمثلات المتعلم، أو معرفة سابقة مطبقة بطريقة خاطئة أو في مجال خارج صلاحيتها.

الأخطاء "ج": أمثلة توضيحية

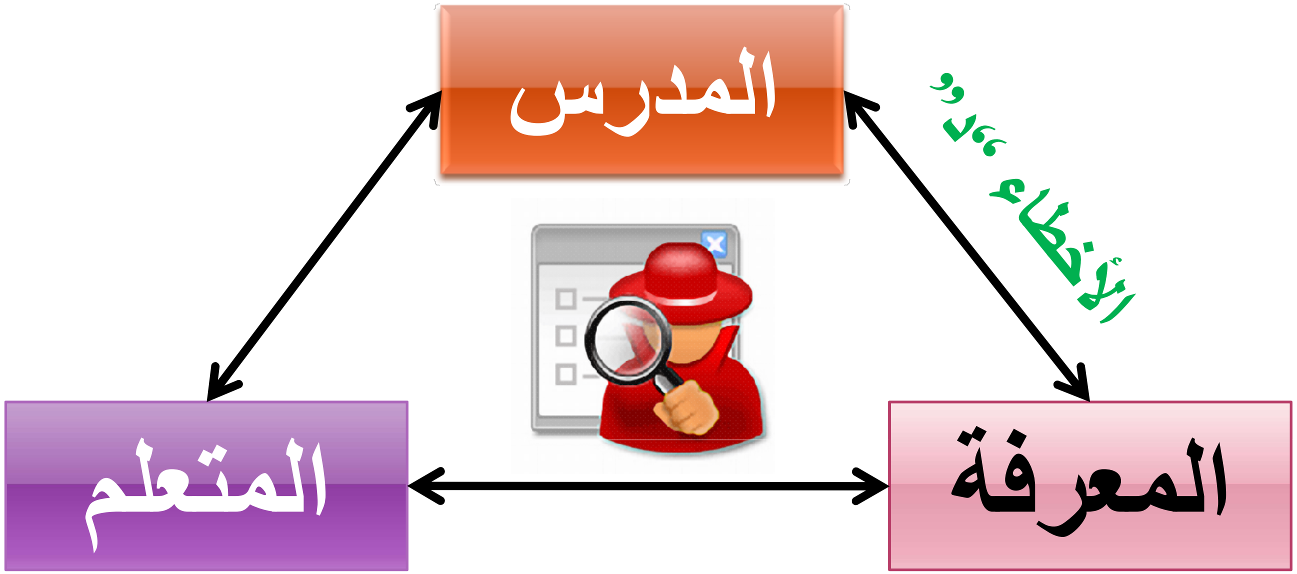
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{5x^2-3x\sqrt{x}+7}{4x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{5x^2}{4x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{5x}{4}=+\infty$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x}=\lim_{x\to 2}\frac{x^2}{x^2}=1$$

$$7^{-3}=0,007$$

$$519\times 0=519$$

الأخطاء "د"



الأخطاء "د" المرتبطة بالاختيار الديداكتيكي للمدرس

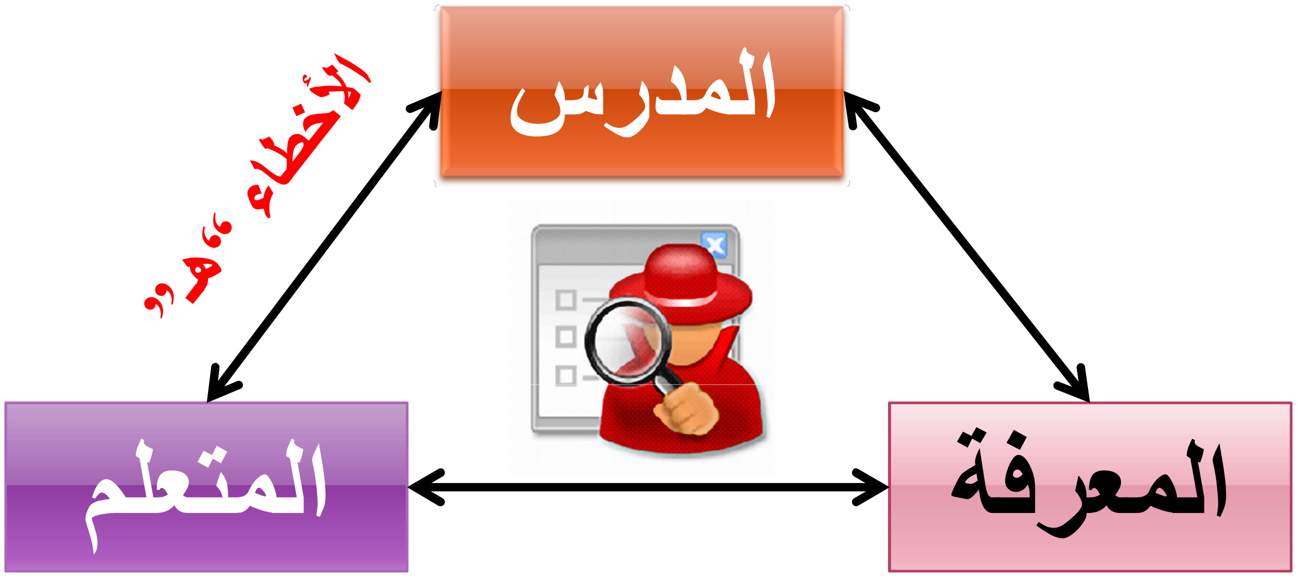
ترجع هذه الأخطاء إلى **عوائق ديداكتيكية** متعلقة ببعض الاختيارات الديداكتيكية وهي تدعم الأخطاء "ج".

الأخطاء "د": أمثلة توضيحية

الأخطاء المرتبطة بالأعداد العشرية (عمليات، مقارنة، ...)

باستعمال المحسبة، العددان $\frac{33461}{13860}$ و $\frac{80782}{33461}$ متساويان

الأخطاء "هـ"



الأخطاء "هـ" المرتبطة بالتعاقد الديداكتيكي

الأخطاء الناتجة عن تخيل المتعلم لما يريده المدرس.

الأخطاء "هـ": مثال توضيحي

مسألة عُمر القبطان (Stella Baruk)

بعد الانتهاء من درس عملية الجمع، وجه المدرس السؤال التالي لمتعلميه:

يوجد على ظهر باخرة 26 خروفا و 10 معزات، فما هو عمر قبطان هذه الباخرة؟.

أكثرمن ثلاثة أرباع المتعلمين (78% تقريبا) أجابوا بأن عمر القبطان هو 26+10=36 سنة. لقد وظفوا العملية التي تعلموها، وهي غير مناسبة بتاتا. لم يكن هذا السلوك منتظرا من طرف المدرس.

يمكن تأويل هذه النتيجة بكون المدرس قد خرق بنود التعاقد الديداكتيكي، فبالنسبة للمتعلمين:

- كل مسألة مقترحة لها حل.
- للوصول إلى الحل يجب توظيف كل المعطيات.
- لا يمكن إضافة معطى جديد للوصول إلى الحل.
- حل المسألة مرتبط بآخر المعارف الملقنة.
- المدرس لا يمكنه اقتراح مسألة يستحيل حلها.

بسط المجموع $\sqrt{7}+\sqrt{2}$

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الأول

x عدد حقيقي.

المعادلة $x(2-x)=1$

تكافئ $2-x=1$ أو $x=1$

إذن $x=1$ أو $x=1$

ومنه حل هذه المعادلة هو العدد الحقيقي 1

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الأول

x عدد حقيقي.

المعادلة $x(2-x)=1$

تكافئ $2-x=1$ أو $x=1$

إذن $x=1$ أو $x=1$

ومنه حل هذه المعادلة هو العدد الحقيقي 1

خطأ من نوع «ج»

علاقة المتعلم بالمعرفة

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الثاني

x عدد حقيقي.

قارن x و x^2 .

جواب تلميذ(ة): $x^2 \geq x$

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الثاني

خطأ من نوع «هـ» أو «ج»

التعاقد الديداكتيكي
أو
علاقة المتعلم بالمعرفة

x عدد حقيقي.

قارن x و x^2 .

جواب تلميذ(ة): $x^2 \geq x$

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الثالث

x عدد حقيقي.

إشارة العدد x موجبة

إشارة العدد $-x$ سالبة

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الثالث

x عدد حقيقي.

إشارة العدد x موجبة

إشارة العدد $-x$ سالبة

خطأ من نوع «ب» أو «هـ» أو «د»

المعرفة
أو
التعاقد الديداكتيكي
أو
الاختيارات الديداكتيكية

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الرابع

$$5,7^2 = 25,49$$

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الرابع

خطأ من نوع «ج» أو «د»

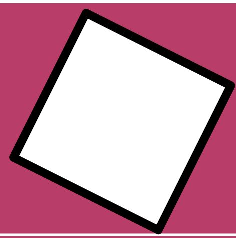
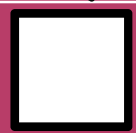
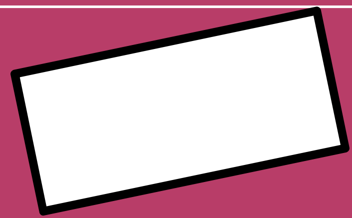
$$5,7^2 = 25,49$$

علاقة المتعلم بالمعرفة
أو
الاختيارات الديداكتيكية للمدرس

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الخامس

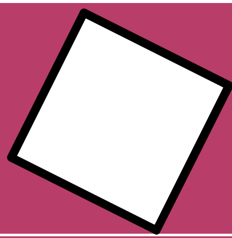
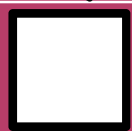
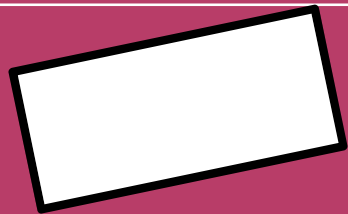
باعتماد الأدوات الهندسية المناسبة، ضع علامة (x) أمام كل الاختيارات الصحيحة:

	مستطيل	مربع
	X	
		X
	X	
	X	

جرد لبعض الأخطاء وتصنيفها

المثال الخامس

باعتماد الأدوات الهندسية المناسبة، ضع علامة (x) أمام كل الاختيارات الصحيحة:

	مستطيل	مربع
	X	
		X
	X	
	X	

خطأ من نوع «هـ»

التعاقد الديداكتيكي

تصنيف الأخطاء
انطلاقا من خلال خطوات حل وضعية

1. أخطاء في فهم نص الوضعية
2. أخطاء في المعالجة الرياضياتية
3. أخطاء في التواصل

1) أخطاء في فهم نص الوضعية

- اختيارات المدرس للوضعية (مصدر ديداكتيكي) قد تؤول بالمتعلم أحيانا لتفسير منطقي ولكنه غير صحيح
- المعنى الذي يعطيه المتعلم لنص الوضعية إضافة أو حذف متعمد لمعطيات لكي تصير الوضعية مألوفة ومن تم يسهل التعامل معها.
- سوء فهم طبيعة وبنية الوضعية : عدم القدرة على فهم بعض المصطلحات (لغوية، رياضياتية، ....) – عدم القدرة على ترتيب وتنظيم المعطيات المقترحة (كثرة المعطيات، وجود معطيات ضمنية، عناصر مشوشة)

2) أخطاء في المعالجة الرياضياتية

- عدم القدرة على استحضار المفهوم الذي يتطلبه حل الوضعية
- تصور خاطئ أو غير مكتمل للمفهوم الرياضياتي المراد استعماله (خلط بين المفاهيم السابقة "المكتسبات القبلية" ، تصور غير صحيح للمفهوم قيد البناء)
- عدم القدرة على الإحاطة بعدة تمظهرات/أشكال لنفس المفهوم (فأحيانا المعرفة لدى المتعلم تكون منعزلة)
- عدم القدرة على الربط بين مفاهيم مختلفة داخل نفس الوضعية (كل مفهوم يتم التطرق له بشكل معزول والمتعلم في غالب الأحيان لا يستطيع الربط بينها، الوضعية تتطلب تغييرا للإطار 'نص الوضعية الإطار X - الحل الإطار Y')

2) أخطاء في المعالجة الرياضياتية (تتمة)

- استخدام « Théorèmes en acte »: المتعلم يستعمل/يبتكر "قواعدا" خاصة به لتطبيقها على الوضعية المقترحة، وغالبا ما تكون خاطئة ويوظفها كما لو كانت موجودة بالفعل (النموذج الخطاني $f(a+b\ ) = f(a)+f(b)$: Le modèle linéaire و $f(na)=nf(a)$، تطبيق مبرهنة معروفة خارج نطاق استعمالها أو في غياب لأحد شروطها)
- أخطاء في التقنيات المستعملة: أخطاء في الحساب العددي أو الحرفي أو .... – أخطاء في الإنشاءات الهندسية – أخطاء في استعمال المحسبة
- الطريقة المستعملة غير ملائمة مع الهدف المطلوب (يتم أحيانا الاقتصار على تظنن النتيجة وعدم الارتقاء إلى البرهان)

3) أخطاء في التواصل

- تعليلات زائدة
- استعمال ضمني لمبرهنة أو خاصية دون ذكرها أو دون التحقق من شروطها

أمثلة تطبيقية

مثال وتعليق

لدينا: $3 \leq x \leq 5$ و $2 \leq y \leq 3$

إذن: $\frac{3}{2} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{5}{3}$

في هذا المثال قام المتعلم بابتكار خاصية لتأطير خارج عددين حقيقيين موجبين قياسا على خاصية تأطير جداء عددين حقيقيين موجبين. يمكن ألا يلامس المتعلم الخطأ من خلال إنجازه لكون $\frac{5}{3} < \frac{3}{2}$. وبالتالي اقتراح المدرس لوضعية تجعل المتعلم أمام عبارة غير صحيحة كفيل بأن يقود المتعلم إلى الشك في جوابه (يمكن اقتراح المعطيات التالية: $3 \leq x \leq 6$ و $1 \leq y \leq 3$).

مثال وتعليق

$$2,3^2 = 4,9$$

من وجهة نظر بروسو، فالمتعلم يتمثل العدد العشري كأنه زوج عددين صحيحين طبيعيين. وعليه يمكن تفسير العمليات الذهنية المفسرة لجواب المتعلم كالآتي:

$$2,3^2 = (2\ ,\ 3)^2 = (2^2\ ,\ 3^2) = 4,9$$

هذا التمثل الخاطئ للأعداد العشرية يمكن إرجاعه للطريقة المعتمدة في تقديمها وذلك بربطها بقياسات الأطوال

$$5,7m = 5m70cm = 5m + 70cm$$

5 أمتار و70 سنتمترا (يمكن للجانب اللغوي أن يدعم كذلك هذا التمثل) أو غيرها ثمن منتوج $12,5Dh$ **12 درهما و50 سنتيما**

مثال وتعليق

المتفاوتة $x < 2x$ صحيحة، لكل عدد حقيقي x.

بالنسبة للمتعلم العبارة المقترحة صحيحة ولها معنى يتطابق مع واقعه الملموس (ضعف الشيء أكبر من الشيء نفسه). من جهة أخرى المتعلم على دراية تامة بكون $-10 < -5$ وباستثمار هذه الأخيرة يمكن وضع المتعلم أمام وضعيتين متناقضتين (متنازعتين).
وبالتالي سيشك المتعلم في صحة عبارته وهذا سيقودنا للتوصل (بناء) معرفة جديدة بتعديل معرفة أولية مرتبطة بتجارب ملموسة.
من هنا نخلص إلى **أن المعارف الأولية للمتعلم والتأويلات المحتملة قد توقعه غالبا في أخطاء**

شكرا على حسن انتباهكم.