

Représentations et objets mathématiques

Les objets mathématiques sont abstraits. Représenter un objet c'est le rendre présent par des signes pour l'utiliser. On ne peut avoir accès aux objets mathématiques qu'à travers des représentations.

Exemple :

On peut représenter une fonction :

- ✓ Par une expression algébrique : f telle que $f(x)=x^2$
- ✓ Par un graphique
- ✓ Par des mots : la fonction qui associe à chaque nombre son carré
- ✓ Par un tableau de valeurs formé de deux lignes : la première contenant des nombres et la deuxième leurs carrés.

Question

- ✓ « 3 est constitué de deux boucles ouvertes placées l'une en dessous de l'autre »
- ✓ « 3 est une racine de x^2-9 »

Pour chacun de ces énoncés, dire s'il s'agit d'un concept ou d'une représentation d'un concept.

Réponse :

Dans le premier énoncé, il est question du chiffre 3 alors que dans le deuxième énoncé on parle du nombre 3. Dans le second énoncé, il s'agit d'un objet mathématique, à savoir le nombre trois alors que dans le premier il s'agit d'une représentation symbolique du nombre 3 qui est le chiffre 3.

On ne peut **différencier un objet mathématique de la représentation** qui lui est donnée **que si on peut le représenter d'une autre manière, si on en a une autre représentation.**

Le nombre trois peut être représenté, par exemple, par le mot trois ou le symbole 3 ou par trois doigts ou par une collection de trois objets ; ces représentations sont différentes mais représentent le même objet mathématique qui est le nombre 3. Pour chaque représentation on utilise un signe. On parle pour cette raison de **représentation sémiotique.**

Registre sémiotique de représentations et objets mathématiques

« Des représentations sémiotiques sont des productions constituées de signes appartenant à un système de représentation qui a ses propres contraintes de signification et de fonctionnement" (Duval, 1991).

Ces systèmes de signes sont appelés par R. Duval des registres de représentation sémiotique. Un registre de représentations sémiotiques est un ensemble organisé de signes permettant :

- **La formation de représentations** : à l'aide de ces signes on peut représenter des objets.

Exemples :

Enoncer une phrase, écrire une formule, dessiner une figure...

- **Le traitement d'une représentation** c'est-à-dire la transformation de cette représentation dans le registre où elle est produite. **Le traitement est une opération interne à un registre.**

Exemple :

- ✓ La reformulation par d'autres mots par exemple.
- ✓ Le calcul ; la factorisation

- **La conversion d'une représentation** c'est-à-dire la transformation de cette représentation en une représentation d'un autre registre. **La conversion est une opération externe aux registres** (un passage d'un registre à un autre)

Exemples

- ✓ La traduction d'une phrase d'une langue donnée à une autre langue
- ✓ La description d'une figure (conversion d'une représentation du registre des figures en une représentation verbale dans le registre de la langue)

En mathématique, on manipule ainsi plusieurs types de registres : écritures algébriques, graphiques cartésiens, langage naturel, figures, des tableaux, droite graduée, écriture fractionnaire, écriture décimale...

Duval R. (1993), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37-65.

Duval R. (1996), Quel cognitif retenir en didactique ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16(3), 349-382. La Pensée Sauvage éditions, Grenoble.